

EL COMIENZO DE LA NUMERACION

Carlos Maza Gómez

E.U. del Profesorado de E.G.B.

Sevilla

Creo interesante para todo profesor ocupado en explicar los sistemas de numeración, el desarrollo de un tema sobre la numeración en Mesopotamia, primer sistema conocido como tal. La civilización en esta tierra, hoy en gran parte el actual Iraq, giraba alrededor de la casta sacerdotal, que no sólo era el grupo dirigente, sino también el depositario de gran parte de la riqueza. Planteémos pues los problemas existentes para estos sacerdotes.

El templo va atesorando riquezas: grandes canastos de grano, tinajas de bebidas, muchas cabezas de ganado, etc. Con todo ello se va haciendo más y más necesario llevar una cuenta de todo lo que se va almacenando. Es normal que los sacerdotes confiaran primero en su memoria, pero esta confianza les llevaría a errores que no deseaban permitirse. Se imponía llevar una contabilidad, ... pero ¿cómo? El procedimiento de juntar guijarros (calculi), como hacía el pueblo mesopotámico, era, evidentemente, muy tosco y considerablemente engorroso. ¡Verdaderas montañas de guijarros se debían reunir para llevar la contabilidad del templo! A algún sacerdote se le debió ocurrir otra idea, que era, sin embargo, extremadamente precaria a la de los guijarros. Bastaba hacer una muesca en un material cualquiera por cada cabeza de ganado, canasta de grano y demás. Debieron entonces comenzar a hacer muescas hasta que estas llegaron a alcanzar grandes cantidades. Se podían contar y comparar unas cantidades con otras pero la cantidad de muescas obligó a buscar un nuevo procedimiento que

simplificase el trabajo. Surgió éste cuando a cada cantidad se le llamó de forma diferente. El concepto no explícito de número natural en cuanto abstracción de cantidades de objetos se iba abriendo paso.

Tanto Neugebauer-en 1935- como el francés Thureau-Dangin-desde 1920 a 1938-, pioneros en el examen de la Matemática mesopotámica, encontraron tablillas de barro cocido tras cuyo examen se pudo afirmar que los números eran escritos de la siguiente forma:

	o bien		4
			5
			6
	o bien		7
	o bien		8
			9
			10
			11

Esta es la llamada escritura cuneiforme, dado que se realizaba con un punzón o cuña sobre la tableta de barro que, posteriormente, se cocía para que adquiriera dureza.

Hemos llegado, pues, a un punto interesante. Tales muescas iban conformándose como simple adición de la muesca unidad consigo misma. Sin embargo, se llegó poco a poco al proceso indicado anteriormente : llamar a cada cantidad de una manera particular. Este hecho, que podría no ser cierto con los nueve primeros números, queda plenamente al descubierto con la decena y posteriores.

Al parecer, los sumerios, primeros habitantes de Mesopotamia, traba

jaron inicialmente con la base diez. La razón será probablemente la misma que llevó a todos los pueblos de la antigüedad a operar en tal base : tenemos diez dedos en las dos manos. Cuando para contar una cantidad, vamos asignando a cada unidad un dedo, al llegar a diez estos se acaban. Parece propio entonces decir que tenemos una decena, y seguir contando posteriormente con las dos manos. Así, el número 10 se escribía \triangleleft ; el número 20, $\triangleleft\triangleleft$; el 30 $\triangleleft\triangleleft\triangleleft$; etc.

El simple proceso de yuxtaposición de unidades y decenas es claro. Llegan, incluso, a representar 100 por un número especial: $\nabla\triangleright$. Y el millar por $\triangleleft\nabla\triangleright$, que es igual a 10×100 en notación multiplicativa.

La verdadera aportación de los sumerios a la numeración no consiste en su base diez, hecho que se puede registrar asimismo en Egipto, India y Grecia, sino en la incorporación a su trabajo de la enigmática base sexagesimal.

Un documento del mayor interés sobre este particular son las tabletas de Senkereh, descubiertas en 1854. Se les ha atribuido una antigüedad de 1600 a 900 a.J.C. De ellas se desprende que en esta época, bastante posterior a la sumeria, los mesopotámicos utilizaban un sistema mixto de base decimal para los 59 primeros números y de base sexagesimal a partir de esa cantidad. Ilustremos este hecho con una representación gráfica de distintos casos presentados :



que escribiríamos 1,4, sería en base decimal igual a $1 \times 60 + 4 = 64$

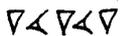
La coma añadida no es arbitraria, sino que se basa en los estudios realizados sobre las tabletas por los autores citados. Para los mesopotámicos no era necesaria, porque tal separación, que nosotros realizamos con la coma, se desprendía entonces de inmediato del problema presentado. Este hecho merece un detenido comentario que, por no alargarme demasiado, no haré aquí.



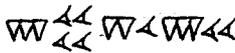
1,11 ($1 \times 60 + 11 = 71$)



1,21 ($1 \times 60 + 21 = 81$)



$$1,11,11 (1 \times 60^2 + 11 \times 60 + 11 = 4.271)$$



$$3,42,13,20 (3 \times 60^3 + 42 \times 60^2 + 13 \times 60 + 20 = 368.000)$$

Es decir, lo que iban escribiendo era un número por yuxtaposición de unidades y decenas hasta el 59 y, a partir del 60, prestemos atención, su numeración se asemeja a la nuestra actual en un aspecto fundamental : era posicional. O sea, el 1,11 no quiere decir 1+11, sino la unidad por la base(60) más once en forma decimal.

A partir de este momento se nos plantean dos preguntas : ¿qué les llevó a hacer un sistema posicional? , ¿ por qué elegir la base 60? Acerca de este tan lejano tiempo, el conocimiento se debate en el terreno de las hipótesis. No se posee una prueba indubitable de que alguna de ellas sea completamente cierta ni falsa. Esta falta de certeza, no obstante, tampoco puede dar lugar a hipótesis gratuitas y arbitrarias. Trataremos de basarnos, en lo posible, en hechos concretos comprobados históricamente.

En primer lugar, la notación posicional. Consideremos el número 94. En notación decimal habría de escribirse



Pero este número, a su vez, es igual a $60 + 34$. ¿Cómo escribirían esto? Tal como hemos comentado, como una unidad de 60 más 34 unidades en sistema decimal, es decir,



que es más sencillo de escribir y de trabajar con él. Podemos pensar entonces que la notación posicional surge de la adquisición de la base sexagesimal y como un instrumento para hacer más manejable el número.

Como consecuencia de este proceso se fue imponiendo poco a poco la necesidad de dar a entender en alguna ocasión la ausencia de unidades. Ciertamente que, en un principio, cuando la forma de escribir un número en base 60 era  (60×10), entonces 3600 sería , es decir, cada potencia de 60 aparece con un signo especial.

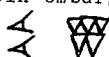
Pero, ¿cómo se escribiría el número 3605 con la notación posicional? Si ponemos

 parece que escribimos 65. Hoy se nos antoja necesario aclarar que la unidad pertenece a 60^2 y el 5 a las unidades más simples o, de otra forma: $3600 = 1 \times 60^2 + 0.60 + 5$. Pero, durante largo tiempo, los sumerios no necesitaron hacerlo. La razón nos aclara un aspecto fundamental de la enseñanza que impartían los escribas en el templo.

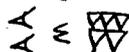
La enseñanza era, fundamentalmente, oral. No existía la dependencia de los textos que hoy conocemos en nuestros aulas. Entonces toda la enseñanza se confiaba enteramente al profesor y éste, en cada caso, debía saber interpretar cuáles eran los datos exactos del problema presentado en concordancia con la solución indicada. No se trataba, pues, de hacer un trabajo riguroso, sino efectivo, puesto que su único objetivo era el manejo de las operaciones más elementales.

No obstante, la necesidad del hoy popularizado cero se fue imponiendo, aunque muy posteriormente al tiempo de los sumerios. Primero se encontraron tabletas que dejaban un pequeño espacio en blanco, de forma que

 significaba 25.

Sin embargo, 72.005 (igual a $20 \times 60^2 + 0 \times 60 + 5$), se escribía  con una ligera separación entre ambos.

Hacia el año 200 a.C. se registra en esta tierra la invención de un signo, el , para indicar la ausencia de unidades. De esta forma,

 equivale al 20,0,5 del número antes reseñado.

Una vez que hemos contemplado una de las mayores aportaciones matemáticas de Sumer, como es la notación posicional, volvamos a la segunda pregunta planteada: ¿por qué elegir la base 60? Incluso la notación posicional no podría nunca quedar explicada si desconocemos este interrogante.

Ciertamente, el nacimiento de esta elección permanecerá para siempre en el misterio. Me limitaré, por tanto, a hacer una breve exposición de aquellas hipótesis que más verosimilitud tienen.

Ante todo, debemos formularnos una pregunta preliminar: ¿quién

utilizó la base sexagesimal? ¿El pueblo llano, que contaba, todo lo más con guijarros?, ¿los sacerdotes, a la hora de llevar la contabilidad del templo?, ¿los sumerios, primeros habitantes mesopotámicos, o pueblos posteriores?

Parece ser que empezó a utilizarse en Sumer y, dentro de Sumer, el pueblo contó siempre en base decimal; entre otras cosas, porque difícilmente contaba más allá de 60: sus propiedades no daban para más. Pero los sacerdotes sí disponían del suficiente almacenamiento de riquezas como para que el contar más allá de 60 no fuera un simple juego, sino una necesidad.

Parece ser, además, que siendo como era el templo un coto cerrado para las Matemáticas, la base sexagesimal se utilizó en todo lo referente a él, mientras el pueblo contaba en base decimal, con los dedos. De este modo, a medida que el comercio fue imponiendo una relación con otras tierras y con otro tipo de comerciantes, el sistema sexagesimal se fue extendiendo.

Si, como suponemos, fue la clase sacerdotal la inventora del sistema... ¿cómo se fijó en el número 60?, ¿que era aquello tan importante que tenía para que fuera adoptado? Parece sugestiva la idea apuntada por Abel Rey de que se haya producido un proceso que vincularía la numeración a los gestos:

Se cuentan las decenas con una mano. La otra sirve para contar las unidades hasta 9, por un sistema de ida y vuelta sobre los mismos dedos; de esta manera se logra contar hasta 59. Sería lógico, entonces, adoptar un nombre nuevo y una nueva unidad para contar más allá de 59, es decir, para designar 60. Luego, volverían a tomar los 59 primeros agregándolos a 60 y contarían de la misma manera las sesentenas hasta tener 59: una nueva unidad, pero ya de orden superior, al llegar a las sesenta sesentenas. Y así sucesivamente.

Esta plausible hipótesis queda cubierta por la duda si tenemos en cuenta que tal proceso podría haberse hecho con las decenas, en vez de con las sesentenas. De hecho se ha podido comprobar que así sucedió y ahí tenemos las centenas, millares, etc., que poseen nombres especiales.

Sin embargo, entre el 10 y el 60, el sumerio se inclinó por este último. Si contando con los dedos, la posibilidad de uso es la misma en ambas bases, debe existir alguna razón más, desde el punto de vista sacerdotal, que otorgue mayor importancia al 60. ¿En qué consiste esa mayor importancia?

Otros datos sirven para configurarla en la Matemática sumeria. Tal es el caso de una construcción heredada a través de la historia: la división de la circunferencia en 360 partes. ¿Qué relación tiene este hecho con la reconocida importancia del 60?

Si la elección del 60 fuese anterior a la del 360, parece necesario indicar que 360 es igual a 60×6 y se obtendría así mediante operaciones entre los números más venerados por el sacerdote sumerio. Sin embargo, es muy posible que sucediera exactamente al revés.

El sacerdote sumerio observaba el cielo con sumo interés. Acuciado por necesidades prácticas (la agricultura) y religiosas (la adivinación de los propósitos divinos), se encontró con un gran problema al tratar de hacer compatibles los meses lunares con el transcurso del año solar. En efecto, 360 días corresponden a 12 lunaciones (transcurso de una luna llena a la siguiente) de 30 días y se aproxima bastante a la duración del año solar. El problema de formar un calendario que previese la aparición de las estaciones - de utilidad evidente para la agricultura - y el nacimiento de las estrellas en el horizonte - símbolos y señales de los dioses - fue abordado con gran dedicación por los sacerdotes.

Por otra parte, el cielo y el curso de los astros producían una idea de movimiento circular.

De todo lo señalado, se puede aventurar la hipótesis de que la división de la circunferencia en 360 partes se debe a la división de la esfera celeste en los 360 días del año. Cada grado de la circunferencia equivaldría a un día del transcurso de la esfera celeste.

Aparte de la importancia religiosa, el descubrimiento sumerio de la división de la circunferencia en 6 arcos, que serían de 60 grados cada uno, se originó probablemente al inscribir el radiolado del exágono en tal circunferencia. Testimonios de que este hecho era conocido, son abundantes en los motivos ornamentales encontrados, así como el que las

ruedas de todos los carros de combate asirios constasen siempre de seis radios. Más tarde, por la magia de este número 60, se dividió cada grado en 60 minutos y cada minuto en 60 segundos, lo cual no indica que los sumerios tuviesen la posibilidad de medir un ángulo con tal exactitud.

BIBLIOGRAFIA

- PIRENNE, J. - Civilizaciones antiguas- Luis de Caralt, Bna., 1976
- REY, ABEL - La ciencia oriental antes de los griegos- Uteha, México, 1959.
- SANCHEZ PEREZ, J. - La aritmética en Babilonia y Egipto - CSIC, 1943.
- TATON, R. - La ciencia antigua y medieval- Destino, Bna., 1971.
- KRAMER, S. - La historia empieza en Sumer - Ayma, Bna, 1974.
- TOVAR, A. - Historia del antiguo Oriente - Montaner, Bna., 1963.