Tres procedimientos para obtener la fracción generatriz

Luis Balbuena Castellano
Juan Antonio García Cruz

Los conceptos de fracción y número decimal suelen explicarse de forma tal que parece como si se tratara de ideas totalmente diferentes. Conviene evitar la confusión en los alumnos insistiendo en la igualdad entre ambos conceptos y considerar como algo natural que toda fracción da lugar a un número decimal, así como conocer qué características debe poseer un número decimal para ser igual a una fracción.

La popularización de las calculadoras ha permitido, por otra parte, tener más familiaridad cono los números decimales, ya que, por muy simple que sea el modelo de calculadora, podemos tener en pantalla muchos dígitos decimales exactos de cualquier magnitud cuyo valor sea un número decimal.

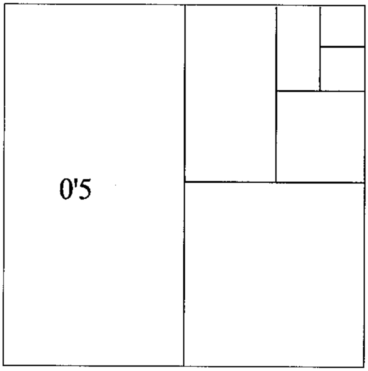
Como es sabido, los números decimales con un número finito de cifras decimales o aquellos que tienen infinitas cifras decimales, pero repetidas de forma periódica, dan lugar a una fracción, llamada "fracción generatriz".

En estos momentos es uno de los conceptos que se explican en 8º de EGB y/o 1º de BUP.

¿Cómo se obtiene esa fracción? Ese es el objetivo al que dedicaremos el resto de nuestro trabajo.

Si a un alumno se le pide que señale 0'5 del cuadrado, no debe tener dificultad para saber que se le está pidiendo que señale la mitad de la figura, pues 0'5 = 1/2. sin embargo, si se le pide que señale una parte del cuadrado

INSTITUTO DE BACHILLERATO VIERA Y CLAVIJO (LA LAGUNA)
CENTRO DE PROFESORES (LA LAGUNA)



equivalente a 0'046875, ya no le resultará tan evidente. Es más, le resultaría prácticamente imposible si no transforma ese número decimal en una fracción, esto es, si no calcula su "fracción generatriz".

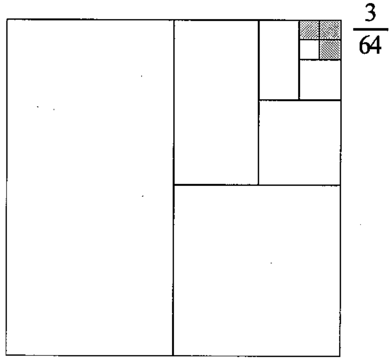
Se trata de un decimal con un numero finito de cifras decimales. En estos casos, el alumno aprende con facilidad que la fracción generatriz es aquella cuyo numerador es el entero formado por todos los dígitos del número decimal y el denominador la potencia de 10 de exponente igual al número de decimales que tiene el número en cuestión. Así, en el caso propuesto la fracción generatriz es:

$$\frac{46875}{10^6}$$

Si ahora se utiliza la calculadora para simplificar, se llega a la fracción irreducible

$$\frac{3}{64}$$

así que se pedía señalar una región del cuadrado igual a la parte rayada.



Cuando se trata de un número decimal periódico (puro o mixto), la fracción generatriz puede ser obtenida por diversos métodos. Vamos a exponer tres de los más conocidos y asequibles a un estudiante de primaria (los dos primeros) o de secundaria; los denominaremos:

* algebraico
* aritmético
* por progresiones

1. Método algebraico

Es el más utilizado en los libros de texto. Queda explicado mediante el siguiente algoritmo que, para clarificar, se ilustra con un ejemplo.

a) Periódicos puros

Algoritmo	Ejemplo
Sea r un decimal periódico puro (p.e. con dos cifras decimales)	$r = 30'\overset{\frown}{45}$
Multiplicamos r por 100. Se tiene 100 r	$100\ r = 3045'\overset{\frown}{45}$
Calculamos la resta 100 r - r Resultado 100 r - r = 99r	$100r \quad 3045'\overset{\frown}{45}$ $-r \quad -30'\overset{\frown}{45}$ Resultado $99\ r = 3045\text{-}30$
De la expresión final se despeja r y se tiene la fracción generatriz buscada.	$99\ r = 3045\text{-}30$ $r = \frac{3045\text{-}30}{99}$ $= \frac{3015}{99} = \frac{335}{11}$

b) Periódicos mixtos

Algoritmo	Ejemplo
Sea r un número decimal periódico mixto.	$r = 4'7\overset{\frown}{31}$
Multiplicamos r por 10 10 r	$10\ r = 47'\overset{\frown}{31}$
El resultado anterior se multiplica por 100: 100. 10 r = 1000 r	$100.10\ r = 1000\ r = 47\overset{\frown}{31}'31$
Calculamos la resta 1000 r -10 r Resultado 1000 r -10r=990 r	$1000\ r \quad 4731'\overset{\frown}{31}$ $-10\ r \quad 47'\overset{\frown}{31}$ Resultado $990\ r = 4731\text{-}47$

Finalmente se despeja r	$990\ r = 4731-47$ $r = \frac{4731-47}{990} = \frac{4684}{990} = \frac{2342}{495}$

2. Método aritmético

Es el método menos complicado y poco utilizado en los textos. Veamos su funcionamiento en cada caso particular:

a) Periódico puro.
Sea el número $0'\overset{\frown}{ab}$

El razonamiento parte de la igualdad trivial siguiente:

$$100 \,.\, 0'\overset{\frown}{ab} = 100 \,.\, 0'\overset{\frown}{ab}$$
$$(99+1) \,.\, 0'\overset{\frown}{ab} = ab'\overset{\frown}{ab}$$
$$99 \,.\, 0'\overset{\frown}{ab} + 0'\overset{\frown}{ab} = ab + 0'\overset{\frown}{ab}$$
$$99 \,.\, 0'\overset{\frown}{ab} = ab$$
$$0'\overset{\frown}{ab} = \frac{ab}{99}$$

b) Periódico mixto.
Sea el número. $a'b\overset{\frown}{cd}$
Se procede del siguiente modo:

$$a'b\overset{\frown}{cd} = a'b\overset{\frown}{cd} \,.\, \frac{10}{10} = \frac{ab'\overset{\frown}{cd}}{10}$$
$$\frac{ab+0'\overset{\frown}{cd}}{10} = \frac{ab+\frac{cd}{99}}{10}$$
$$\frac{99ab+cd}{990}$$

Ejemplo: Si $r = 1'6\overset{\frown}{47}$, repitiendo el proceso anterior, se tiene:

$$1'6\overset{\frown}{47} = 1'6\overset{\frown}{47} \,.\, \frac{10}{10} = \frac{16'\overset{\frown}{47}}{10} = \frac{16+0'\overset{\frown}{47}}{10}$$
$$\frac{16+\frac{47}{99}}{10} = \frac{16 \,.\, 99+47}{990} = \frac{1631}{990}$$

3. Por progresiones

Se trata de considerar que con los números decimales periódicos (puros o mixtos) se puede formar una progresión geométrica de razón comprendida en el intervalo (0,1) y con infinito número de términos. Ilustremos este método con sendos ejemplos.

a) Periódico puro

$$0'\overset{\frown}{3} = 0'3 + 0'03 + 0'003 + \ldots =$$
$$\frac{3}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \ldots$$

Se trata, por tanto, de los términos de la progresión geométrica indefinida en la que

$$a_1 = \frac{3}{10} \quad \text{y} \quad r = \frac{1}{10}$$

por lo tanto:

$$s=\frac{a_1}{1-r}=\frac{\frac{3}{10}}{1-\frac{1}{10}}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{10-1}{10}}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

b) Periódico mixto

$$4'5\overset{\frown}{13}=4'5\overset{\frown}{13}\cdot\frac{10}{10}=\frac{45+0'\overset{\frown}{13}}{10}$$

Y, por lo visto en el apartado anterior, se puede considerar como una progresión geométrica indefinida en la que $a_1=13/100$ y $r=1/100$; por tanto:

$$0'\overset{\frown}{13}=\frac{\frac{13}{100}}{1-\frac{1}{100}}=\frac{\frac{13}{100}}{\frac{100-1}{100}}=\frac{13}{99}$$

Sustituyendo, resulta

$$4'5\overset{\frown}{13}=\frac{45+\frac{13}{99}}{10}=\frac{45.99+13}{990}=\frac{4468}{990}$$

INFORMAÇÕES

DNE - SBEM - Rua Braz Wnaka, 238
Bairro Vila Nova - CIP
89.035-160 - Blumenau SC
Fone (0473) 23-0422 ramal 27 - Fax (0473) 22-8818