

INVESTIGACIÓN SOBRE EL NIVEL MATEMATICO EN 3° DE B.U.P.

*por Luis Balbuena Castellano y
Ana Alicia Pérez Hernández*

INVESTIGACION SOBRE EL NIVEL MATEMATICO EN TERCERO DE B.U.P.

Introducción:

A principios del curso 78-79 se pasó a los alumnos de primer curso de BUP un cuestionario que versaba sobre conocimientos y automatismos operatorios básicos. La descripción y los resultados de esa investigación fueron publicados en el nº 2 del Boletín que edita la Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas.

Ese mismo cuestionario ha sido contestado por alumnos de tercero de BUP del curso 80-81, es decir, que se trata de aquellos alumnos que ya lo contestaron en primero en el curso 78-79. La finalidad principal de este sondeo, es la de comparar los resultados de entonces con los que se han obtenido ahora. Por esta razón, iremos resumiendo lo ya publicado a fin de que quede mejor plasmada esa comparación. Todos aquellos porcentajes que figuren entre paréntesis se referirán al sondeo realizado en el curso 78-79. En muchos casos se explicitarán de otra forma.

Para la elección de la muestra y para la ejecución de la encuesta se siguieron los mismos criterios, a saber:

Se enviaron 30 ejemplares de la encuesta a los jefes de Seminario de todos los Institutos del Archipiélago (42 en total). Estos, a su vez, debían elegir aleatoriamente a los treinta alumnos que contestaran al cuestionario. Una vez realizada, se enviaban todos a la dirección de la Sociedad, para que el criterio de corrección fuera único.

Han enviado los cuestionarios debidamente rellenos un total de 27 institutos de todas las Islas, (excepto Fuerteventura), tanto rurales como urbanos, haciendo un total de 784 encuestados.

RESULTADOS DE LA ENCUESTA

CUESTION N° 1: ¿quién fue Euclides? ¿y Tales?

Respuesta	curso 78-79	Curso 80-81	
No contestaron	41,5%	20%	
«dos grandes matemáticos», «dos matemáticos», «dos matemáticos griegos», etc.	26,5%	54%	De este 54%, hay un 44% que dicen que son griegos. El resto no especifica nada.
Sólo dicen algo de cada uno de ellos.	17%	12%	De este 12%, el 77% habla de Tales sólo, asociándolo al teorema de su nombre
Dan algún dato biográfico de alguno de ellos o de los dos.	9,5%	4%	
	*	**	*: Dos alumnos dicen que Euclides escribió los «Elementos». **: ningún alumno nombra los «Elementos». En cambio hay 5% que afirma que Euclides es el «inventor» del plano euclideo.

Finalmente, hay un 4% de contestaciones más o menos disparatadas de las que sacamos las siguientes, copiadas textualmente y que dan una idea del despiste que existe sobre el particular:

- «Euclides fue un Matemático que investigó el teorema de Tales, el que lo inventó».
- «Euclides un personaje de la mitología griega. Tales: matemático y astrónomo de Grecia, de aproximadamente la edad Media».
- «Euclides griego y Tales romano».
- «Tales era egipcio».
- «Tales es el inventor de las Matemáticas».
- «Tales supongo que será un matemático que me suena por lo que «teorema de Tales». Euclides, ni idea».
- «Son dos Mcos. Euclides es e primo de Onomestre. Tales fue el que descubrió su teorema de dividir un segmento».
- «Fueron dos matemáticos. El apellido de Tales era De Mileto».
- «Euclides definió el plano euclideo, que lleva su nombre y es un plano donde se consignan las nociones de profundidad y espacio».
- «Euclides fue un griego de la Edad Dorada, del siglo V a.C. Fue rey y discí-

pulo de un matemático: Arquímedes.

Pregunta nº 2

a) ¿qué diferencia existe entre la circunferencia y el círculo?

b) Dibuja una circunferencia, un radio, una cuerda y un diámetro.

Una respuesta correcta sólo la emiten el 8%. Hay un 31,5% más que dan a entender comprender la diferencia pero no la expresan muy correctamente. Así que el 39,5% pueden considerarse como correctas.

(En las respuestas en 1º, no había ninguna expresada con rigor pero había un 41,5% que daban a entender que se comprendía).

Un 23% confunde círculo con circunferencia (18%).

13 no contesta a la pregunta (19%).

9,5% expresan la diferencia mediante un dibujo.

Finalmente, hay un 14,5% de contestaciones más o menos disparatadas (21%), de entre las que exponemos las siguientes:

Hay un 19,5% de estas respuestas que dicen que no existe ninguna diferencia entre círculo y circunferencia.

Algunas respuestas curiosas:

- «El círculo es una esfera que tiene masa y volumen. Una circunferencia es una línea que está unida el principio al final».

- «El círculo es material. La circunferencia no».

- «Que el círculo es un área y la circunferencia una longitud y tiene volumen. Y el círculo, no».

- «El círculo es más o menos como una galleta, como la luna cuando está llena».

- «El círculo es una línea plana y la circunferencia es esférica».

- «El círculo no es geométrico y la circunferencia sí lo es».

- «El círculo es Π mientras que la circunferencia es 2Π ».

- «La circunferencia tiene seno, coseno y tangente. El círculo no».

- «El radio de la circunferencia mide 2Π y el círculo no tiene medida en común».

Son abundantes las respuestas que adjudican volumen tanto al círculo como a la circunferencia, que además se dan en casi todos los centros.

Cabe señalar que el nivel de respuestas correctas por Centros es mínimo; tan solo en uno se llega al 50% de alumnos contestando correctamente. En los demás o no contesta bien ningún alumno, (y así sucede en 8 centros) o no sobrepasan el 20%.

2b) El 37% solamente dibuja correctamente las tres líneas pedidas. El 1º eran el 53% las correctas con lo que hay un descenso considerable.

Hay otro 37% en los que o están mal dibujados o no la dibujan; así, el 6% de ellas no dibuja el diámetro; un 10% no dibuja la cuerda; el 84% dibuja la cuerda como línea secante.

El 4% no contesta.

Por último, hay nada menos que un 24% de respuestas disparatadas (un 2% más que en el 1º). Todas ellas centran su disparate en el dibujo de la

cuerda y podemos englobarlas de la siguiente forma:

Un 32% confunde cuerda con arco de circunferencia.

Otro tanto la dibuja fuera de la circunferencia.

Para un 18%, la cuerda es una tangente.

Detalle curioso, en 1° sólo hubo dos respuestas en el test que para pintar la cuerda, dibujaban una «cuerda de atar». ¡Ahora son nada menos que 33! dispersadas en 17 centros. En todas ellas, el resto del test está completado con toda seriedad.

En cuanto a la disparidad por centros, el nivel de respuestas correctas es más o menos uniforme. Sólo cuatro superan el 50% de las emitidas. Los demás están en porcentajes en torno a la media obtenida.

Pregunta nº 3.- ¿Qué es un paralelogramo?

En primero hubo un 44,7% que no contestaron a este ítem. Ahora el número se ha reducido a un 19%. Hay un 31% de respuestas que se pueden considerar correctas, más un 17% de contestaciones en las que no queda claramente definido el concepto sin llegar a ser disparatadas. De éstas hay nada menos que un 32%, así algunos dicen:

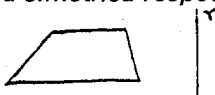
«es una medida para medir».

«es un prisma de base rectangular».

«son lo que se suele llamar figuras regulares».

«es un «cuadrúpedo» que tiene los lados paralelos», etc.

Pregunta nº 4.- Dibuja la figura simétrica respecto de la recta r de la figura que se señala:



Hace tres años hubo un total de 52% de respuestas correctas. Ahora son el 65%. Aquella vez no contestó el 22,6% mientras que en 3° han sido sólo el 5%.

El resto, un 30%, son de respuestas en las que queda de manifiesto que no está claro lo que es la simetría que se pide.

Pregunta nº 5.- ¿Puede haber un triángulo cuyos ángulos valgan $A = 40^\circ$; $B = 50^\circ$; y $C = 60^\circ$? Razona la respuesta.

Hay un 56% de respuestas que dicen no razonándolo adecuadamente. Teniendo en cuenta que en la anterior lo hizo un 18%, hay una notable mejora, sin que ello signifique un gran éxito. Además un 27% dice «no» sin dar ninguna razón (8,7%).

El 12% dicen «sí» bien a secas, bien dando razones como: «si puede haberlo porque la suma total tiene que ser como máximo 180° y éstos sólo suman 150° » (esta «razón» se da en alumnos de varios centros).

Hay un 5% que no contesta a esta cuestión (29%).

Pregunta nº 6.- a) Enuncia el teorema de Pitágoras.

b) La base de un rectángulo mide 4 cm. y la diagonal 5 cm. Calcular su área.

También aquí hay una considerable mejoría con respecto a la vez anterior pues ha sido un 47% los que han contestado correctamente a los dos apartados frente a solo un 21% hace tres años.

Un 37% más enuncia bien el teorema de Pitágoras, aunque luego no lo aplican en el apartado b) bien no contestando (un 14%) o calculando el área del rectángulo multiplicando el lado por la diagonal (15%).

Un 8% expresa mal el teorema, un 5% lo hace de forma disparatada y hay un 3% que no contesta.

En el apartado b) el 13% son respuestas más o menos disparatadas (aparte de la ya mencionada), en su mayor parte por equivocarse al aplicar el teorema de Pitágoras.

Pregunta nº 7.- Resuelve la ecuación:

$$\frac{2x}{4} - 3 = 7$$

Está bien resuelta por un 73% (52,6%) lo cual supone una clara mejoría respecto a la vez anterior. Hay, no obstante, un 24% que lo hacen mal (47%).

Se observa cómo una ecuación tan sencilla como esta, sigue produciendo mucha confusión a la hora de quitar el denominador, de transponer términos, etc. Hay «soluciones» como estas:

$$\frac{2x}{4} - 3 = 7; \quad 2x - 12 = 28; \quad 2x = 28 - 12 = 16; \quad x = 8$$

$$x = \frac{7 \cdot 4 + 3}{2} = \frac{31}{2}$$

$$\frac{2x}{4} - 3 = 7; \quad x = \frac{4 - 3 - 7}{2} = \frac{4 - 10}{2} = \frac{-40}{2} = -4!!$$

$$\frac{2x}{4} - 3 = 7; \quad 2x - 3 = 28$$

8.- Efectúa las operaciones:

a) $1 - (3 + 2) - 4(4 - 3) - 1 + 5 =$

b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - 3 =$

c) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} + 2 =$

Hacemos un estudio por separado.

- a) Bien 70%
- b) Mal 28%
- c) No contesta: 2%

De entre las respuestas equivocadas, sigue siendo el signo menos el que produce más estragos. Los valores que se dan como resultado final son bastante variados (-3, +3, -5, 15, 20, -14, -6, 11, 0, etc.). Pero los que más se repiten son ± 28 , debidos a plicar mal o no aplicar la propiedad distributiva. En varios alumnos de distintos centros, se observa cómo los dos signos más que aparecen en el original (la verdad es que no están demasiado claros), son confundidos con el símbolo \div , utilizado en las calculadoras para la división.

- 8b) Bien: 63%
Mal: 35%
No contestan: 2%

No deja de sorprender que a estas alturas se sigan cometiendo errores en una operación tan sencilla.

Aunque, el resultado es:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - 3 = \frac{5 + 3 \cdot 2 - 3 \cdot 15}{15} = \frac{5 + 6 - 45}{15} = \frac{34}{15}$$

Hay un 42% de los que lo hacen mal que dan como resultado final

$$\frac{56}{15}$$

De nuevo el manejo del signo menos...

También se «elimina» el denominador (11% de los que lo hacen mal) dándole a esta expresión un tratamiento de «ecuación».

Un resultado curioso:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - 3 = \frac{11}{15} - \frac{3}{1} = \frac{9}{14} !!$$

- 8c) Bien: 52%
Mal: 43%
No contestan: 5%

El error más frecuente (33% de los que lo tienen mal), se centra en verificar primero la «suma»,

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$$

es decir, no se sabe el orden en el que han de realizarse las operaciones.

Pregunta nº 9.– Define múltiplo y divisor de un número.

Halla el m.c.m. (18, 24, 6).

Halla el m.c.d. (18, 24, 6).

Hay un 5% de alumnos que hacen bien todos los apartados de este ítem.

Haciendo un análisis separadamente, he aquí los resultados:

- a) definición de múltiplo de un número:

bien: 13%

mal: 33%

no contestan: 54%

- b) definición de divisor de un número:
bien: 13%
mal: 30%
no contestan: 57%

De estos apartados destacamos el hecho de que más de la mitad de los alumnos no contestan. Tal vez sea por la dificultad de expresar la definición pues de entre las respuestas consideradas incorrectas extraemos luego algunas que dan a entender lo difícil que les resultan estas definiciones. Algunas parecen auténticos «trabalenguas».

Por lo que respecta al cálculo del m.c.d. y m.c.m.:

- c) m.c.m.: bien: 50%
mal: 34%
no contestan: 16%
- d) m.c.d.: bien: 53%
mal: 27%
no contestan: 20%

Hay respuestas parecidas a:

$$\begin{aligned} \text{m.c.m. (18, 24, 6)} &= 2.492 \\ \text{m.c.m. (18, 24, 6)} &= 432 \\ \text{m.c.m. (18, 24, 6)} &= 18 \\ \text{m.c.m. (18, 24, 6)} &= 12, \text{ etc.} \end{aligned}$$

He aquí algunas respuestas a las definiciones:

- «Divisor en una división es el número por el cual se divide y múltiplo es un número que ha sido el resultado de multiplicar otro número por otro cualquiera».
- «Múltiplo = es múltiple para todo
«Divisor = es divisible para todo».
- «Múltiplo es el n° que da como resultado de multiplicar un n° constante por otro variable, entonces este resultado se llama múltiplo constante».
- «Múltiplo es el máximo común múltiplo, es decir, el máximo de todos, común a todos y múltiplo de todos».
- «Divisor es el mínimo común divisor a todos».
- «Múltiplo de un número es aquel número que resulta de multiplicar el primer número por sí mismo tantas veces como se quiera».
- «Múltiplo quiere decir si un número es divisible por otro. Por ejemplo: el 9 es múltiplo de 3
Divisor viene a significar lo mismo más o menos».
- «Múltiplos es un número que con respecto de otros estos al multiplicarse resulta el primero.
Divisor es un número que con respecto de otros estos al dividir por el primero da un n° natural».

Pregunta nº 10.- ¿Qué es un semigrupo? Indica cuál de las siguientes es la respuesta correcta:

- la mitad de un grupo.*
- algo semejante a un grupo.*
- un conjunto con una operación interna asociada.*
- el conjunto de los números naturales.*

Contesta correctamente un 67%; un 6% no contesta y el resto, 27% lo hacen equivocadamente. Este colectivo de respuestas incorrectas se puede desglosar así:

Señalan el apartado a) un 61%; el b) un 13% y el d) un 26%. Por tanto, el más frecuente de los errores es el considerar un semigrupo como «la mitad de un grupo». Tal vez esto tenga un sentido positivo desde el punto de vista lingüístico pero no del matemático...

Algunos, muy pocos, dudan señalando dos respuestas, la correcta y la otra.

Consideraciones finales

Creemos que un análisis detenido del test es suficiente como para sumirnos en un mar de reflexiones. No hay que perder de vista que son alumnos de 3º de bachillerato, que han pasado 8 años de enseñanza primaria y tres años más de media; que el año siguiente, muchos de ellos, van a pasar al curso de orientación universitaria y otros, dejarán sus estudios.

¿Hemos logrado, tal vez, otros objetivos importantes de la enseñanza de la Matemática? Sería cuestión de investigarlo y así, si se hubiesen logrado, tal vez no sería tan desmoralizador el ver qué poco se ha logrado en cuanto a conceptos básicos y a automatismos operativos.

Se podría hacer una reflexión tras los resultados de cada pregunta, pero a fin de no hacer más largo el informe de esta investigación, dejamos que cada uno se plantee preguntas tales como:

¿qué enseñamos?

¿para qué lo enseñamos?

¿tiene sentido que un chico sepa la ecuación de la circunferencia y que no la distinga luego del círculo?

¿por qué esos fallos tan abultados en los automatismos?

¿cómo se puede llegar al final del Bachillerato con ese nivel?

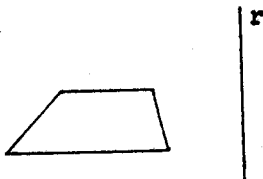
Las respuestas a estas y otras muchas más preguntas podrían ser un tema de largo debate que tal vez planteemos alguna vez.

Y las culpas ¿a quién se las cargamos?

¿a la estructura?, ¿al profesorado?, ¿a los alumnos?...

Luis Balbuena Castellano
Ana Alicia Pérez Hernández

- 1.- ¿Quién fue Euclides?, ¿y Tales?
- 2.- a) ¿Qué diferencia existe entre el círculo y la circunferencia?
b) Dibuja una circunferencia, un radio, una cuerda y un diámetro.
- 3.- ¿Qué es un paralelogramo?
- 4.- Dibuja la figura simétrica respecto de la recta r de la figura:



- 5.- ¿Puede haber un triángulo cuyos ángulos valgan $A = 40^\circ$; $B = 50^\circ$ y $C = 60^\circ$?
- 6.- a) Enuncia el teorema de Pitágoras.
b) La base de un rectángulo mide 4 cm. y su diagonal 5 cm. Calcula su área.
- 7.- Resuelve la ecuación:

$$\frac{2x}{4} - 3 = 7$$

- 8.- Efectúa las operaciones:

a) $1 - (3 + 2) - 4(4 - 3) - 1 + 5 =$

b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - 3 =$

c) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{2} + 2 \right) =$

- 9.- Define múltiplo y divisor de un número:
Halla el m.c.m. (18, 24, 6)
Halla el m.c.d. (18, 24, 6)
- 10.- ¿Qué es un semigrupo? Indica cuál de las siguientes es la respuesta correcta:
 - La mitad de un grupo
 - Algo semejante a un grupo
 - Un conjunto con una operación interna asociativa
 - El conjunto de los números naturales.