matematicalia
revista digital de divulgación matemática

COMUNICACIÓN

Volumen 7, núm. 4 (diciembre 2011)
9 páginas

http://www.matematicalia.net
ISSN: 1699-7700

Recibido: 20 de septiembre de 2011
Publicado: 31 de enero de 2012

Círculos mágicos

Carlos Vinuesa
Universidad de Cambridge
e-mail: carlosvinuesadelrio@gmail.com

Resumen

Dejando a un lado las interpretaciones mitológicas, religiosas u ocultistas, en las que no entraremos en este artículo, un círculo mágico suele referirse a una asociación de magos que se reúnen para intercambiar conocimientos sobre magia (entendida como ilusionismo o magia blanca). Estudiaremos algunos problemas mágico-matemáticos que tienen relación con círculos.

1. Ordenaciones aritméticas de una baraja

Este año estoy viviendo en Inglaterra. Los lunes asisto al Círculo Mágico de Londres. Su emblema (Figura 1) es, curiosamente, un círculo en el que aparecen los 12 signos del zodiaco, como si fueran las 12 horas de un reloj (sí, el reloj de la imagen también está en Londres...).

Figura 1. Emblema del Círculo Mágico de Londres y esfera del Big Ben.

De hecho, las horas del reloj suelen ponerse como el ejemplo más claro de la aritmética modular, que también se llama “aritmética del reloj” precisamente por eso. La idea de la aritmética modular es sencilla. En lugar de disponer de infinitos números, como ocurre en el caso de los naturales, nos quedamos con sólo un número finito de ellos, por ejemplo 12; digamos, los números naturales del 1 al 12. Nosotros nos preocuparemos sólo de sumar. Así, si sumamos 3+2, obtenemos 5 y todo funciona como siempre. Pero si sumamos 7+8, como el 15 no existe (recordemos que sólo disponemos de 12 números), tenemos un problema. La forma de solventarlo es la que estás pensando: el número siguiente al 12 es el 1, y así el 15 se corresponde con el 3 (igualito que en un reloj). Luego, en el mundo de la aritmética módulo 12, 3+2=5 y 7+8=3. Visto de otra forma: identificamos todos los números enteros 3, 3+12, 3–12, 3+24, 3–24, 3+36, 3–36... y los representamos con el 3, y hacemos lo mismo con el resto de números. Así, cada número entero queda representado por uno y sólo uno de nuestros 12 números.


GIOCHI DI CARTE
BELLISSIMI DI REGOLA,
E DI MEMORIA
Con gl'auuertimenti per tutti quelli che giocano à Primera, Cartetta, & altri giochi: con altri giochi piaceuoli, & con secreti particolari da pigliarsi spasso, e piacere ogni Caualiero.
COMPOSTI ET DATI IN LVCE
PER HORATIO GALASSO
D'ARIENZO.
In Venetia 1593.

Figura 2. *Giochi di carte bellissimi di regola, e di memoria.*

Dado nuestro interés en las cartas, nos gustaría aplicar esta nueva forma de sumar a una baraja... ¿Por qué no? La aplicación será la siguiente: fijar un número y ordenar una baraja de manera que el valor de cada carta se obtenga sumando ese número al valor de la anterior y los palos de las cartas vayan rotando siempre en el mismo orden.

La idea de ordenar una baraja debió surgir 3 minutos después de la invención de los juegos de cartas (¿quién no querría ordenar las cartas para que le vinieran las mejores jugadas?). La idea de hacerlo siguiendo las condiciones anteriores es bastante natural (al menos para un mago o para un matemático), y prueba de ello es que ya aparece un intento de realizar una ordenación con estas características en el primer estudio formal de cartomagia conocido de la historia, publicado en fecha tan temprana como 1593: *Giochi di carte bellissimi di regola, e di memoria*, del italiano Horatio Galasso, nacido en Arienzo (Figura 2). Pero qué bonito es el italiano, que lee uno el título y se emociona: ¡juegos de cartas bellísimos!

Galasso utilizaba una baraja de 48 cartas, muy parecida a la baraja española (en su versión con ochos y nueves): cuatro palos –bastos, espadas, oros y copas–, y dentro de cada palo los números del as (1) al nueve y una sota (10), un caballo (11) y un rey (12). Galasso fija el número 4 y comienza su ordenación con el as de bastos. El orden de los valores (números del 1 al 12) irá saltando de 4 en 4 en principio. El orden de rotación de los palos, en principio, es bastos, espadas, oros, copas, bastos, espadas, oros, copas...

Si intentamos hacer esto sin más, utilizando la aritmética módulo 12, tendremos: 1B, 5E, 9O, 1C, 5B, 9E, 1O, 5C, 9B, 1E, 5O, 9C, ¿1B? Resulta que hemos cerrado el ciclo pero hay muchas cartas que no hemos utilizado: ¡nos queda una baraja de 12 cartas! El problema es que saltando de 4 en 4 módulo 12 sólo pasamos por 3 valores, pues a la cuarta vez volvemos al mismo valor en que empezamos. Si uno quiere ser muy pedante o hacer que parezca que sabe mucho puede decir que el orden del elemento 4 en el grupo de los enteros módulo 12 con la suma es 3.

Para solventar este contratiempo, Galasso propone las siguientes reglas:

- Siempre que se llegue a un 9, la siguiente carta es un 2.
- Siempre que se llegue a un 10, la siguiente carta es un 3.
- Siempre que se llegue a un 11, la siguiente carta es un 4.
- Siempre que se llegue a un 12, la siguiente carta es un 1.

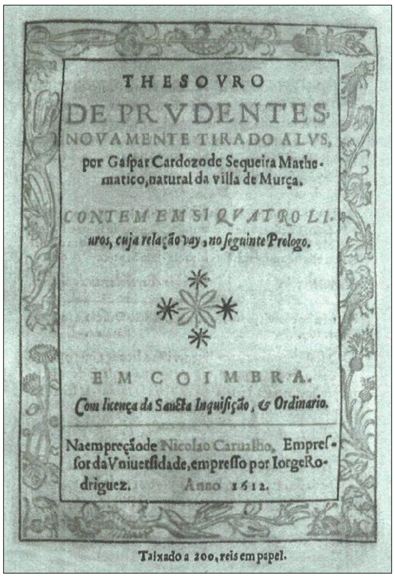


Figura 3. *Thesovro de prvdentes.*

En el resto de casos sí se suma siempre 4.

¿Y qué pasa si hacemos esto? Tenemos: 1B, 5E, 9O, 2C, 6B, 10E, 3O, 7C, 11B, 4E, 8O, 12C, ¿1B? ¡Vaya! Ahora los valores van bien, ¡pero los palos no! Claro, como los palos se repiten de 4 en 4, cada 12 cartas además del mismo valor, tenemos el mismo palo.

Galasso propone la siguiente modificación:

- Tras cada 12, la siguiente carta es el 1 del mismo palo.

En el resto de casos sí que se mantiene la rotación de palos B, E, O, C, B, E, O, C...

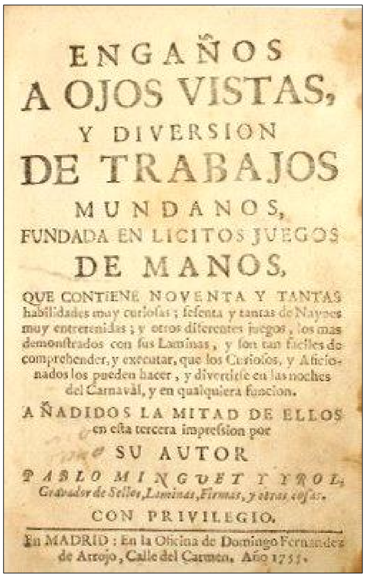
Finalmente, siguiendo todas estas reglas, la ordenación que aparece en el libro de Galasso es la siguiente:

1B, 5E, 9O, 2C, 6B, 10E, 3O, 7C, 11B, 4E, 8O, 12C,
1C, 5B, 9E, 2O, 6C, 10B, 3E, 7O, 11C, 4B, 8E, 12O,
1O, 5C, 9B, 2E, 6O, 10C, 3B, 7E, 11O, 4C, 8B, 12E,
1E, 5O, 9C, 2B, 6E, 10O, 3C, 7B, 11E, 4O, 8C, 12B.

Muy bien, todo cuadra, pero parecen demasiadas excepciones... Quizá se podría hacer mejor... ¿Y si en vez de saltar de 4 en 4, saltamos de 5 en 5, por ejemplo...? A ver, entonces tendríamos: 1B, 6E, 11O, 4C, 9B, 2E, 7O, 12C, 5B, 10E, 3O, 8C, ¿1B? Los valores funcionan bien y para los palos podríamos hacer lo mismo de antes –después de cada 8 va el as del mismo palo–, y así todo cuadraría:

1B, 6E, 11O, 4C, 9B, 2E, 7O, 12C, 5B, 10E, 3O, 8C,
1C, 6B, 11E, 4O, 9C, 2B, 7E, 12O, 5C, 10B, 3E, 8O,
1O, 6C, 11B, 4E, 9O, 2C, 7B, 12E, 5O, 10C, 3B, 8E,
1E, 6O, 11C, 4B, 9E, 2O, 7C, 12B, 5E, 10O, 3C, 8B.

Bien, pues no somos los primeros a los que se nos ocurre saltar de 5 en 5. Ya en 1612, el matemático portugués Gaspar Cardozo de Sequeira, en su libro *Thesovro de prvdentes* (Figura 3), describió exactamente la ordenación anterior.



ENGAÑOS
A OJOS VISTAS,
Y DIVERSION
DE TRABAJOS
MUNDANOS,
FUNDADA EN LICITOS JUEGOS
DE MANOS,
QUE CONTIENE NOVENTA Y TANTAS habilidades muy curiosas; sesenta y tantas de Naypes muy entretenidas; y otros diferentes juegos, los mas demonstrados con sus Laminas, y son tan faciles de comprehender, y executar, que los Curiosos, y Aficionados los pueden hacer, y divertirse en las noches del Carnavál, y en qualquiera funcion.
AÑADIDOS LA MITAD DE ELLOS en esta tercera impression por
SU AUTOR
PABLO MINGUET Y YROL,
Gravador de Sellos, Laminas, Firmas, y otras cosas.
CON PRIVILEGIO.
En MADRID: En la Oficina de Domingo Fernandez de Arrojo, Calle del Carmen. Año 1755.

Figura 4. *Engaños a ojos vistas.*

Bueno, podemos estar razonablemente contentos con el nuevo sistema, pues cada carta se obtiene siempre sumando 5 a la anterior (módulo 12) y los palos rotan en el mismo orden, a excepción de los casos en que pasamos de un 8 a un as.

Es interesante comentar también que en *Engaños a ojos vistas*, del español Pablo Minguet, el primer libro en castellano dedicado a la magia (Figura 4), –no en la primera edición de 1733 pero sí ya en ediciones anteriores a 1755– se explica el mismo sistema para barajas de 48 cartas, así como la variación para barajas de 40 cartas saltando de 3 en 3:

1B, 4E, 7O, 10C, 3B, 6E, 9O, 2C, 5B, 8E,
1E, 4O, 7C, 10B, 3E, 6O, 9C, 2B, 5E, 8O,
1O, 4C, 7B, 10E, 3O, 6C, 9B, 2E, 5O, 8C,
1C, 4B, 7E, 10O, 3C, 6B, 9E, 2O, 5C, 8B.

Los valores funcionan bien, pero, de nuevo, tenemos que cargar con la excepción en los palos. ¿Y si hubiera alguna manera de evitar esta excepción?

Tanto en Italia en la época de Galasso como en Portugal en la de Cardozo, se empleaban barajas de 48 cartas. Es más, Tony Klauf defiende que el motivo por el que Cardozo empleaba esta baraja y no la más habitual hoy en día de 52 cartas es que Portugal estaba bajo la corona española desde 1580 a 1640 y, por tanto, basó su ordenación en la baraja española. De hecho, en España hoy día la baraja sigue teniendo, al igual que en la época de Minguet, o bien 40 cartas (si quitamos los ochos y los nueves), o bien 48 (si los incluimos), y los números que aparecen en sota, caballo y rey siguen siendo 10, 11 y 12 respectivamente.

¿Qué ocurre si empleamos una baraja de 52 cartas? Supondremos que usamos una baraja de póquer: cuatro palos –picas, corazones, tréboles y diamantes–, y dentro de cada palo los números del as (1) al diez y una jota (11), una dama (12) y un rey (13). Con esta identificación, consideraremos que nuestras cartas tienen los números del 1 al 13. Saltemos, en primer lugar, de 5 en 5 (módulo 13, claro está) y rotemos los palos en el orden picas, corazones, tréboles, diamantes, picas, corazones, tréboles, diamantes... Tenemos:

1P, 6C, 11T, 3D, 8P, 13C, 5T, 10D, 2P, 7C, 12T, 4D, 9P,
1C, 6T, 11D, 3P, 8C, 13T, 5D, 10P, 2C, 7T, 12D, 4P, 9C,
1T, 6D, 11P, 3C, 8T, 13D, 5P, 10C, 2T, 7D, 12P, 4C, 9T,
1D, 6P, 11C, 3T, 8D, 13P, 5C, 10T, 2D, 7P, 12C, 4T, 9D.

Figura 5. *Card Tricks and the Way They are Performed*.

¡Todo cuadra, tanto los valores como los palos! ¿Y si saltamos, por ejemplo, de 3 en 3? También:

1P, 4C, 7T, 10D, 13P, 3C, 6T, 9D, 12P, 2C, 5T, 8D, 11P,
1C, 4T, 7D, 10P, 13C, 3T, 6D, 9P, 12C, 2T, 5D, 8P, 11C,
1T, 4D, 7P, 10C, 13T, 3D, 6P, 9C, 12T, 2D, 5P, 8C, 11T,
1D, 4P, 7C, 10T, 13D, 3P, 6C, 9T, 12D, 2P, 5C, 8T, 11D.

De hecho, esta última ordenación es conocida por los cartomagos de todo el mundo como la "ordenación Si Stebbins". Al parecer, Will Henry Coffrin (ese era el nombre real de Si Stebbins) aprendió de un mago sirio, Selim Cid, la ordenación saltando de 4 en 4 y luego escribió un pequeño folleto, del que aparecieron diversas versiones con distintos títulos a partir del año 1898, en el que describía la ordenación para baraja de 52 cartas saltando de 3 en 3. Una de las versiones más extendidas del folleto se titulaba *Card Tricks and the Way They are Performed* (Figura 5). Así, la ordenación se popularizó rápidamente con el nombre de Si Stebbins.

Tras este recorrido por la historia de la cartomagia, seguro que te estás preguntando para qué números de cartas y qué saltos cuadra todo y para cuáles no. Lo primero que puedes hacer es ver para qué saltos recorres todos los valores en el caso de que haya 12 cartas de cada palo y en el de que haya 13 de cada palo. Vete a probar, te espero...

¿Ya lo has hecho? No está mal... Así que para 12 cartas de cada palo, sólo obtenemos todos los valores saltando de 1 en 1, de 5 en 5, de 7 en 7 o de 11 en 11. Y has observado, muy buena observación, que 7 es lo mismo que –5 y 11 es lo mismo que –1 módulo 12 (los números salen justo en el orden contrario), así que hay una bonita simetría de los números con los que saltando recorremos todos los valores. Y para 13 cartas de cada palo, obtenemos siempre todos los valores: saltando de 1 en 1, de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4, de 5 en 5, de 6 en 6, de 7 en 7, de 8 en 8, de 9 en 9, de 10 en 10, de 11 en 11 o de 12 en 12 (de 13 en 13 no se puede, claro). ¿Y qué tiene el 13 que no tenga el 12? ¡Eso es, muy bien! El 13 es primo. ¿Y qué les pasa al 1, al 5, al 7 y al 11 con el 12? ¿Una pista? Venga, que no es tan difícil... Tiene que ver con lo de primo... ¡Eso es, muy bien! Que son primos con 12. Ya casi lo tenemos. Vamos al caso general.

Imaginemos que hay n cartas de cada palo y k palos y que los saltos son de longitud s (módulo n, claro; si nos pasamos de n, usamos la aritmética del reloj de n horas). De momento nos centraremos en los valores, sin preocuparnos de los palos. Está claro que, hagan lo que hagan los palos, las primeras n cartas de nuestra ordenación tienen que tener valores distintos; pues si algún valor se repite antes de haber recorrido todos, como siempre hacemos saltos de la misma longitud, los valores que todavía no hayan aparecido no aparecerán nunca. Es más, si las n primeras cartas cubren los n valores, tras saltar desde la n-ésima carta hasta la siguiente volveremos seguro al valor de la carta con la que habíamos empezado, pues si no fuera así habría un valor al que llegamos saltando s desde dos números distintos. ¿Y qué tiene que pasar para que saltando de s en s recorramos todos los valores módulo n? Es necesario que el primer múltiplo de s que también sea múltiplo de n sea ns, pues de lo contrario volveríamos al valor inicial sin haber pasado por n distintos. Pero además de necesario es suficiente, porque si el primer múltiplo de s y n es ns, entonces en los $n-1$ primeros saltos habremos pasado por n valores distintos (en caso de repetir algún valor, el primero que tenemos que repetir es aquel en el que empezamos; si no, al igual que antes, habría un valor al que llegamos saltando s desde dos valores distintos). Así, recorremos todos los valores si, y sólo si, el primer múltiplo de s y n es ns, o lo que es lo mismo, si s y n son primos entre sí.

Por eso, cuando n es primo, como ocurría en el caso $n = 13$, podemos elegir cualquier k entre 1 y 12, pues todos son primos con 13; y cuando n no es primo, como ocurría en el caso $n = 12$, sólo nos valen los s primos con n. Luego, fijado n, hay tantos valores posibles de s como números primos con n y menores que n, es decir, tantos como indica la función φ de Euler de n.

¿Y qué pasa con los k palos? Pues, efectivamente, algo parecido. En el caso de $n = 12$ y $k = 4$ la rotación de palos no funciona porque al completar los primeros n valores completamos también un múltiplo de k y, por lo tanto, la siguiente carta tendría que coincidir en número y palo con la primera. En el caso de $n = 10$ y $k = 4$ la rotación de los palos no funciona porque al completar los $2n$ primeros valores completamos también un múltiplo de k. Necesitamos, por tanto, que el primer múltiplo de n que también sea un múltiplo de k sea kn. De nuevo, la condición también es suficiente. Por lo tanto, la rotación de palos funciona si, y sólo si, k y n son primos entre sí.

Resumiendo: si el número de cartas de cada palo, n, es primo, puede haber los palos que queramos y los saltos pueden ser de la longitud que queramos. Si no, tanto el número de palos, k, como la longitud de los saltos, s, habrán de ser primos con n para que todo funcione, es decir, para que podamos ordenar nuestra baraja de manera que el valor de cada carta diste s del de la anterior y los k palos roten indefinidamente en el mismo orden.

2. El problema de Josefo y la cuenta australiana

Se cuenta que Flavio Josefo, un famoso historiador del siglo primero, durante la guerra judío-romana fue atrapado en una cueva por los romanos junto con otros 40 judíos rebeldes. Los rebeldes prefirieron suicidarse a que les capturaran los romanos, por lo que decidieron formar un círculo (sí, más círculos) y, comenzando por uno de ellos, matar a uno sí y dos no, dando vueltas al círculo hasta que no quedara ninguno. Pero Josefo y un amigo suyo no veían sentido a este suicidio, así que Flavio calculó rápidamente las posiciones que él y su amigo debían ocupar para sobrevivir.

Cierto o falso, seguro que despierta tu curiosidad, ¿no? Por si acaso no lo ha hecho, ahí van un par de juegos de cartas que seguro que te van a gustar. Tanto en los juegos de cartas como en el problema de Josefo, nos interesaremos en una variante más simple: matar a uno sí y a uno no en lugar de a uno sí y a dos no. Vamos con los juegos y se entenderá todo mejor.

El primero consiste en lo siguiente. Colocamos el as de picas en la decimosexta posición, contando desde el dorso de una baraja. Se la entregamos a un espectador y le pedimos que piense el número que quiera entre 8 y 15, ambos incluidos (si se nos ocurre algún motivo para justificar que el número tenga que estar entre 8 y 15, mejor que mejor). Mientras tanto, explicamos que el juego será entre dos espectadores y que ganará el que se quede con la carta más alta (y los ases son los más altos). Tomamos un billete y escribimos una predicción sin que la vea nadie: *"Ganará el espectador que reparte con el as de picas"*. Decimos que hemos predicho algo en el billete y que si no hemos acertado el ganador podrá quedárselo. Ahora el espectador nombra el número que pensó y le decimos que dé sobre la mesa, de una en una, en un montón tantas cartas como ese número para otro espectador, y luego haga lo mismo para darse un montón del mismo número de cartas a él mismo. Cada espectador ha de coger ahora su montón y realizar el siguiente ritual: la carta de arriba se pasa abajo, la siguiente se deja en la mesa, la siguiente se pasa abajo, la siguiente a la mesa... y así hasta que sólo quede una carta. El espectador que ha repartido terminará con el as de picas en la mano y ganará al otro. Después, haremos que los espectadores lean nuestra predicción y nos guardaremos el billete.

El secreto es bastante sencillo; todo funciona de modo automático. De hecho, busca una baraja y sigue la descripción del juego: ¡te sorprenderás a ti mismo! La carta de la posición 16, al repartir invirtiendo las cartas en los dos montones, se coloca automáticamente en el segundo montón en la posición que le corresponde para ser la superviviente tras el ritual: en un montón de 8 cartas se coloca la 1ª, en uno de 9 la 3ª, en uno de 10 la 5ª, en uno de 11 la 7ª, en uno de 12 la 9ª, en uno de 13 la 11ª, en uno de 14 la 13ª y en uno de 15 la 15ª (por cierto, los tres últimos números ordinales se leen como "undécima" o "decimoprimera", "decimotercera" y "decimoquinta" respectivamente, y no como "onceava", "treceava" y "quinceava": ¡un quinceavo es uno entre quince, y no un número ordinal!). Compruébalo, si quieres. Sí: como estás pensando, en caso de empate el as de picas es el as que más vale. De todas formas, si estás preocupado por el hecho de que al otro espectador pueda salirle un as, asegúrate de que no haya ases en las 15 primeras posiciones.

El ritual que hemos descrito se suele conocer entre los magos como la "cuenta australiana" –*"Down Under Deal"* en inglés– y, como has observado, es el equivalente al problema de Josefo en su variante de matar uno sí y uno no (en un tétrico símil, las cartas que echamos a la mesa se corresponden con los muertos). Y el ingenioso juego que hemos descrito es "7–16", una creación del inteligentísimo mago británico Alex Elmsley. El propio Elmsley se dio cuenta de que, para paquetes con un número de cartas en cierto intervalo, la carta inferior iba a la posición superviviente de la cuenta australiana moviendo el mismo número de cartas de arriba a abajo.

Ilustraremos este principio con el segundo juego. El espectador toma un número de cartas entre 4 y 8 ambos incluidos, el que él quiera. Lo mezcla y recuerda la carta inferior. Ahora pasa 7 cartas de arriba a abajo y realiza la cuenta australiana (primera abajo, siguiente a la mesa, siguiente abajo, siguiente a la mesa...). Finalmente, el espectador se queda con una sola carta en la mano. ¡Es la carta que había recordado!

De nuevo, todo funciona automáticamente y puedes realizar el juego para convencerte. Pasar 7 cartas de arriba a abajo, lleva la carta inferior a la posición 1 si tenemos 8 cartas, a la 7 si tenemos 7, a la 5 si tenemos 6, a la 3 si tenemos 5 y a la 1 si tenemos 4.

Estudiando los dos últimos juegos, y haciendo los casos $n = 1,\ 2$ y 3 de cabeza (¡son facilísimos!) y el caso $n = 16$, podemos elaborar una tabla con la posición de la carta o persona que sobrevive a la cuenta australiana o a la matanza de Josefo, $J(n)$, en función del número de cartas o de personas, n.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$J(n)$	1	1	3	1	3	5	7	1	3	5	7	9	11	13	15	1

Observamos que parece que si n es una potencia de 2, entonces $J(n) = 1$. De hecho, a partir de cada potencia de 2, $J(n)$ va siendo el siguiente número impar hasta llegar a la siguiente potencia de 2. En otras palabras, si escribimos $n = 2^m + l$, donde 2^m es la mayor potencia de 2 menor o igual que n, nuestra conjetura es que $J(n) = 2l + 1$.

Hay varias formas de probar que la fórmula anterior es correcta. Podemos hacerlo de la siguiente manera. Primero vamos a probar la fórmula para potencias de dos, es decir, que $J(2^m) = 1$. Para ello, observemos que si tenemos a las 2^m personas numeradas 1, 2, 3, 4, 5, …, 2^m entonces tras la primera vuelta sobreviven los números impares, 1, 3, 5, 7, …, 2^m-1, y el primero que toca eliminar ahora es el 3. Es lo mismo que si hubiéramos empezado con 2^{m-1} personas, sólo que al número de cada persona se lo ha multiplicado por 2 y se le ha restado 1. Eso se traduce en la interesante fórmula:

$$J(2^m) = 2\,J(2^{m-1}) - 1.$$

Como la fórmula vale para todo m mayor o igual que 1, podemos aplicarla repetidamente hasta obtener:

$$J(2^m) = 2\,(2\,(2\,(\ldots\,(2\,J(2) - 1)\;\ldots) - 1) - 1) - 1 = 1.$$

Una vez que sabemos que la persona que sobrevive es la primera cuando n es una potencia de 2, vamos con el caso general, $n = 2^m + l$, con 2^m la mayor potencia de 2 menor o igual que n (y l, por tanto, un número menor que 2^m). Ahora sólo hay que observar que tras l ejecuciones, el número de personas se reduce a una potencia de 2, y por lo tanto la persona que sobrevivirá será justo la que en ese momento ocupe el primer lugar. Pero esa persona no es otra que la que tiene el número $2l + 1$, lo que prueba nuestra fórmula:

$$\boldsymbol{J(n) = 2l + 1}.$$

Esto resuelve el problema de Josefo y nos permite calcular muy rápidamente dónde hay que colocar una carta en una baraja de n cartas para que, con una cuenta australiana y mucha paciencia, sea la que quede al final en nuestra mano.

Y si te ha gustado el artículo, siempre puedes volver a empezar a leerlo por el principio para completar el círculo; incluso puedes tachar una línea sí y otra no hasta ver cuál es la línea que sobrevive... ¡Hasta la próxima!

Reconocimientos

El autor agradece a la Fundación Ramón Areces la concesión de la beca postdoctoral de la que disfruta en la actualidad en la Universidad de Cambridge.

Referencias

[1] The Conjuring Arts Research Center: *Gibecière*, Vol. 2, no. 2 (verano 2007). [Disponible bajo suscripción en http://www.askalexander.org].

[2] The Conjuring Arts Research Center: *Gibecière*, Vol. 4, no. 2 (verano 2009). [Disponible bajo suscripción en http://www.askalexander.org].

[3] R.L. Graham, D.E. Knuth, O. Patashnik: *Concrete Mathematics*. Addison-Wesley, 1989.

[4] T. Klauf: *A importância do baralho ordenado no ilusionismo*, 1998.

[5] S. Minch: *The Collected Works of Alex Elmsley, Vol. 1*. L&L Publishing, 1991.

[6] S. Stebbins: *Card Tricks And The Way They Are Performed*. [Disponible en http://www.deceptionary.com/ftp/SStebbins.pdf].

Sobre el autor

Carlos Vinuesa del Río nació en Madrid en 1982. Cursó los estudios de Matemáticas en la Universidad Autónoma de Madrid (UAM). Durante su doctorado trabajó además en Montreal, Barcelona y Budapest. En 2010 defendió su tesis doctoral en la UAM, universidad en la que también ha impartido clases como ayudante durante tres años. Es un gran aficionado a la magia, y en 2010 fue galardonado con el premio Ascanio "Mago del Año" en la especialidad de magia de cerca. En la actualidad disfruta de una beca postdoctoral de la Fundación Ramón Areces en la Universidad de Cambridge.