

UN PROBLEMA "GLOBALIZADOR"

Juan M. Linares Cáceres y
Justino A. González Pintado
Instituto Politécnico
Toledo

De todos es conocido el lamentable abandono que se hace en la enseñanza de la, en otra época, gloriosa Geometría. Sin entrar en la ca - suística de tal hecho, vamos a presentar una experiencia que pensamos tie - ne una riqueza múltiple. Por un lado, tiene como protagonista la Geome - tría; por otro, constituye un método de trabajo, de interconexión entre - la teoría y la práctica, objetivo que debiera ser principal en la Forma - ción Profesional. Finalmente, marca la evolución del alumno desde su for - mación básica hasta su preparación técnica.

Surge la experiencia durante una conversación informal en la - que se nos propuso el siguiente curioso problema:

Un prado circular de 20m de diámetro es heredado por dos her - manos. Uno de ellos, poseedor de una cabra, desea conocer la longitud de - la correa con que ha de atarla para que alcance a comer la hierba corres - pondiente a la mitad del área del prado.

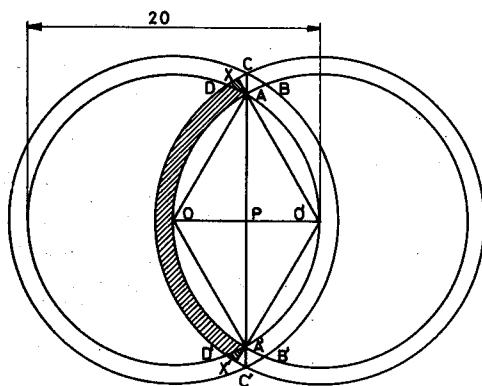
Un alumno con fuerte preparación en Geometría abordará el pro - blema por una vía muy distinta a la que seguirá otro con conocimientos - de cálculo integral.

La resolución por el primer camino presenta una gran belleza - y creatividad. Tiene la ventaja de ser accesible a un número mayor de -

alumnos de enseñanza media. Un inconveniente es que la solución que se obtiene es sólo aproximada.

La ventaja de la resolución por cálculo integral es que la solución es todo lo afinada que queramos o podamos. Además, permite utilizar un microordenador para resolver la ecuación trascendente que resulta. El inconveniente está en que es menor el número de alumnos en condiciones de resolverlo.

RESOLUCION GEOMETRICA



$$O'A = O'A' = O'O = 10$$

$$OP = O'P = 10/2 = 5$$

$$AP = A'P = 10\sqrt{3}/2 = 8'666$$

$$\widehat{AO'A'} = 120^\circ$$

$$S \text{ círculo} = 3'14 \cdot 10^2 = 314$$

$$S \text{ como la cabra} = 157$$

$$S \text{ rombo } AOA'O' = 8'666 \cdot 10 = 86'666$$

$$S \text{ sector } AO'A' = 10^2 \cdot 3'14 \cdot 120 / 360 = 104'666$$

$$S \text{ segm. circular } AO' (=O'A'=A'O=OA) = (104'666 - 86'666) / 2 = 9$$

$$S \text{ figura } O' = 86'666 + 4.9 = 122'666$$

$$S \text{ rayada} = 157 - 122'666 = 34'333$$

Suponiendo que este valor sea un tercio de la superficie de la corona, resulta

$$S \text{ corona} = 103$$

y, por tanto,

$$\text{Cuerda } O'X = \sqrt{\frac{S \text{ circ.} + S \text{ cor.}}{\pi}} = 11'521 \text{ (por defecto)}$$

Suponiendo las figuras ACD y $A'C'D'$ triángulos equiláteros cuya altura es

$$AX = 11'521 \cdot 10 = 1'521$$

resulta para el valor de un lado

$$AC = CD = DA = 1'521 \cdot 2 / \sqrt{3} = 1'755$$

y, entonces,

$$S \widehat{ACD} \approx 1'755 \cdot 1'521 / 2 = 1'3338$$

siendo

$$\widehat{ACD} = \widehat{AXD} + \widehat{A'X'D'}$$

Por tanto,

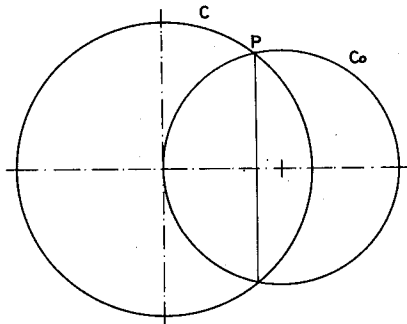
$$S \frac{1}{3} \text{ cor.} = AXA'X' = 1'3338 + 34'333 = 35'666$$

$$S \text{ cor.} = 35'666 \cdot 3 = 106'998 \approx 107$$

y, finalmente,

$$\text{Cuerda } O'X = \sqrt{\frac{S \text{ circ.} + S \text{ cor.}}{\pi}} = 11'5762$$

RESOLUCION POR CALCULO INTEGRAL



C_0 : circunf. contorno del prado

C : frontera de alcance de la cabra (de radio R , incógnita)

$$C_0 \equiv (10, 0) \equiv (x-10)^2 - y^2 = 10^2 \equiv x^2 - y^2 - 20x = 0$$

$$C \equiv x^2 - y^2 - R^2 = 0$$

Punto de intersección:

$$R^2 - 20x = 0 \implies x = R^2/20 \text{ (abscisa de } P)$$

Funciones circulares:

$$C_0 \equiv y^2 = 20x - x^2 \implies y = +\sqrt{20x - x^2}$$

$$C \equiv y^2 = R^2 - x^2 \implies y = +\sqrt{R^2 - x^2}$$

Area integral:

$$S \equiv \int_0^{R^2/20} \sqrt{20x - x^2} dx + \int_{R^2/20}^R \sqrt{R^2 - x^2} dx$$

Resueltas ambas integrales y, teniendo en cuenta que el área limitada por abscisa representa la cuarta parte (25π) del área de C_0 , tenemos la siguiente ecuación trascendente:

$$\frac{1}{2} \left[R \cdot 20^2 - R^2 - 10^2 \operatorname{arcsen} \frac{R^2 - 20^2}{20^2} - R^2 \operatorname{arcsen} R/20 \right] + \frac{(200 - R^2) \pi}{4} = 0$$

La solución se obtiene por aproximaciones sucesivas y es accesible a cualquier calculadora que tenga la función *arco seno*. Nosotros la hemos obtenido mediante un programa para el *Sinclair ZX Spectrum*, resultando

$$R = 11.596164$$

Consideración final

Creemos que este tipo de problemas pertenece a los que son metodológicamente estimulantes por su enunciado sencillo, práctico, y que quizás esté dentro del campo de interés de alumnos de enseñanza media. Además, convenientemente programado, puede marcar la trayectoria que deben seguir en la adquisición de los conceptos matemáticos desde que se inician en la F.P.1 hasta que finalizan sus estudios de F.P.2.

 CAJA GENERAL DE AHO
DE CANARIAS

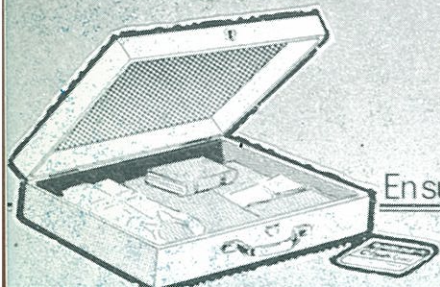
Clave Can
CAJEROS AUTOMATICOS

· RED DE CAJEROS AUTOMATICOS.
· COMODIDAD Y RAPIDEZ
A CUALQUIER HORA DEL DIA O LA NOCHE.
INCLUSO EN DIAS FESTIVOS.

Tenemos la suya:
¡Pídala!



**CAJA GENERAL DE AHORROS
DE CANARIAS**



En sus viajes, llévela. La puede utilizar en todo el país.