

Problemas comentados

A cargo del Club Matemático

Presentación

La sección que ahora iniciamos está dedicada a problemas que suscitan interés, ya sea por comentar su resolución, con el fin de sacarle partido didáctico, o bien, por dar a conocer alguna experiencia relevante con alumnos, originada por el tratamiento de estos problemas. También se pretende difundir aquellos cuya solución o resolución ha sido causa de polémicas o debates, que es posible que puedan reabrirse en esta parte de la revista. Esta sección pretende dar cabida a la participación de nuestros lectores, que pueden colaborar con los relatos de sus experiencias y conocimientos en resolución de problemas. Pretendemos convertirla en un elemento más de nuestra revista para que se espere cada uno de sus volúmenes con el deseo de pasar buenos ratos de reflexión y divertimento, y que en ella pueda encontrarse inspiración para trabajar con los alumnos esta faceta tan enriquecedora de las matemáticas.

Los problemas que vamos a comentar en este número fueron propuestos en las XX Jornadas de nuestra Sociedad, celebradas en febrero de 2000. En el transcurso de la comunicación presentada por el grupo Club Matemático bajo el título "Barajas didácticas... y otras que no lo son...", se ofrecieron a los asistentes actividades tales como un puzzle, un rompecabezas y los dos problemas que vamos a tratar a continuación.

Son problemas sencillos, aptos para ser utilizados con alumnos de cualquier edad. No necesitan conocimientos matemáticos previos de una manera especial. Pueden ser resueltos con algo de lógica y alguna estrategia simple. El principal objetivo que nos planteamos es enseñar a pensar a nuestros alumnos, utilizar el razonamiento como herramienta fundamental de la resolución de problemas.

Ambos tienen un denominador común: utilizan las cartas de la baraja como pretexto.

Problema n.º 1

Se toman doce cartas de un mismo palo y se ordenan para luego poder ir echándolas sobre la mesa en orden creciente, mediante la siguiente manipulación: se debe tener el mazo boca abajo y se debe sacar siempre de

abajo. La primera carta que se saque hay que ponerla encima del mazo. La segunda, echarla sobre la mesa (debe ser el 1). La tercera va nuevamente arriba del mazo. La cuarta, sobre la mesa (debe ser el 2). La quinta va arriba del mazo. La sexta, a la mesa (ha de ser el 3). Y así sucesivamente, hasta agotar las doce cartas. La pregunta es: ¿en qué orden deben estar inicialmente las cartas en el mazo para que ello ocurra?

En este problema lo primero que llama la atención es la forma que presenta el problema: es un truco con cartas. Sería bueno que el profesor hiciera primero el truco ante los alumnos para llamar su atención sobre el modo de manipular (aclara la lectura) y, al mismo tiempo, hacer ver que existe una solución.

Naturalmente, sería bueno que los alumnos pudieran disponer de las doce cartas de la baraja para realizar las experimentaciones que quisieran y, sobre todo, para presentar la solución si creen haberla encontrado.

El profesor debe dejar experimentar suficientemente. Si los alumnos no fuesen capaces de encontrar la solución, entonces es el momento de hacer algunas sugerencias estratégicas. Se nos ocurren varias posibles:

- a) Resolver casos más sencillos. Empezar con tres cartas solamente y resolver el problema. Hacerlo después con cuatro. Luego con cinco y con seis. Tratar de analizar la secuencia de las cartas y generalizar a la situación de diez cartas. Si es correcta, extenderlo a las doce completas.
- b) Empezar desde atrás. Colocar las cartas en el orden correcto de la solución y deshacer todos los movimientos hasta tener la colocación inicial.
- c) Utilizar una secuencia paralela. Buscar otro conjunto dotado de orden y asociar los movimientos del conjunto de cartas a los del nuevo conjunto. Comparar los resultados y encontrar la solución.
- d) Utilizar un modelo. Coger un grupo de tarjetas en blanco numeradas del 1 al 12 y utilizarlas en la forma indicada en el problema. Una vez sacadas todas las cartas, volver a numerar el mazo en el orden correcto. Al ordenar de nuevo según la numeración inicial, obtendremos la solución del problema leyendo el orden de la segunda numeración. Se pueden utilizar dos colores diferentes para cada numeración.

Si algún alumno o grupo de alumnos encuentra la solución, deberá explicar cómo ha actuado y describir a sus compañeros los pasos de su pensamiento. Sería bueno que los demás intervinieran, haciendo observaciones, preguntas o mostrando su disconformidad si lo creyeran conveniente.

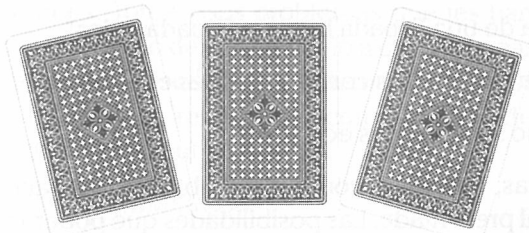
Si no encuentran la solución, el profesor podrá dirigir entonces la búsqueda de ésta así:

Tomen 12 pedazos de papel iguales, del tamaño de las tarjetas de visita. Cada trozo representa una carta. Díganme un conjunto de 12 cosas que tengan un orden sencillo y conocido por todos. (¡Seguro que en algún momento aparecerá el orden alfabético!). Pongan a cada trozo una letra desde la A a la L. Ordénelas de abajo a arriba, tal y como dice el problema que deben estar colocadas las cartas. Manipúlenlas siguiendo las instrucciones del problema. Cojan el mazo tal y como han quedado y numeren los pedazos de papel en el orden correlativo del 1 al 12. Vuelvan a ordenarlas según el orden alfabético y repitan el experimento. ¿Funciona? Pues ésa es la solución.

Antes de la manipulación:	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Después de la manipulación:	B	D	F	H	J	L	C	G	K	E	A	I
Asociar los números:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Respuesta: de abajo hacia arriba	11	1	7	2	10	3	8	4	12	5	9	6

Problema n.º 2

La figura muestra tres cartas boca abajo. Nos han dicho que, en esas tres cartas, a la derecha de un Rey hay un Caballo o dos; a la izquierda de un Caballo hay un Caballo o dos; a la izquierda de una Copa hay una Espada o dos; y a la derecha de una Espada hay una Espada o dos. ¿Cuáles son las tres cartas?



Aquí sorprende la indeterminación con que aparecen presentados los datos del problema. Es importante que los alumnos lean bien y entiendan lo que se presenta en él. La falta de precisión no significa imposibilidad de resolver el problema.

¿Qué conocemos seguro? Responderán con cierta facilidad: “Que hay tres cartas”, “Que hay al menos un Rey”, “Que hay al menos un Caballo”. (Esta forma de expresarse no será exactamente la que usen, dirán algo parecido y después de arduas discusiones entre ellos; nosotros debemos enseñarles esta expresión matemática.) También dirán: “Que hay al menos una Copa”, “Que hay al menos una Espada”.

De las tres primeras expresiones, ¿qué consecuencia se saca?

Posiblemente costará algo de trabajo, pero al final saldrá que serán posibles seis configuraciones para las tres cartas: RCC, CRC, CCR, RRC, RCR y CRR.

Analícese cada una de estas configuraciones a la luz de las informaciones que poseemos:

“A la derecha de un Rey hay un Caballo o dos”.

No son posibles, según esto, las configuraciones CCR y CRR.

“A la izquierda de un Caballo hay un Caballo o dos”.

Ahora no son posibles, pues lo impide la frase, las configuraciones RRC y RCR.

Por tanto, sólo son posibles RCC y CRC.

De la primera y las dos últimas expresiones, ¿qué consecuencia se saca?

Será ahora más fácil deducir que son posibles otras seis configuraciones para las tres cartas: cee, ece, eec, cce, cec y ecc.

De manera similar analizaremos estas configuraciones con las informaciones disponibles:

“A la izquierda de una Copa hay una Espada o dos”

No son posibles las configuraciones cee y cce.

“A la derecha de una Espada hay una Espada o dos”.

Tampoco son posibles las configuraciones cec y ecc.

Por tanto, sólo son posibles ece y eec.

A estas alturas, debemos combinar ambas configuraciones para ver la situación real presentada. Las posibilidades que podemos barajar son:

RCC + ece: Rey de Espadas – Caballo de Copas – Caballo de Espadas.

RCC + eec: Rey de Espadas – Caballo de Espadas – Caballo de Copas.

CRC + ece: Caballo de Espadas – Rey de Copas – Caballo de Espadas.

CRC + eec: Caballo de Espadas – Rey de Espadas – Caballo de Copas.

Todas son posibles, excepto la tercera donde aparecen dos Caballos de Espadas, cosa que resulta imposible en una baraja normal. Descartemos esa posibilidad. Pero aún existen otras tres totalmente posibles. Entonces, ¿qué pasa? ¿Es un problema sin solución? ¿O con tres soluciones?

Volvamos atrás un momento. ¿Cuál era la pregunta?

¿Cuáles son las tres cartas? ¿CUÁLES? Es curioso, no pregunta CÓMO están colocadas, sino CUÁLES son. Volvamos a leer las tres posibilidades que teníamos.

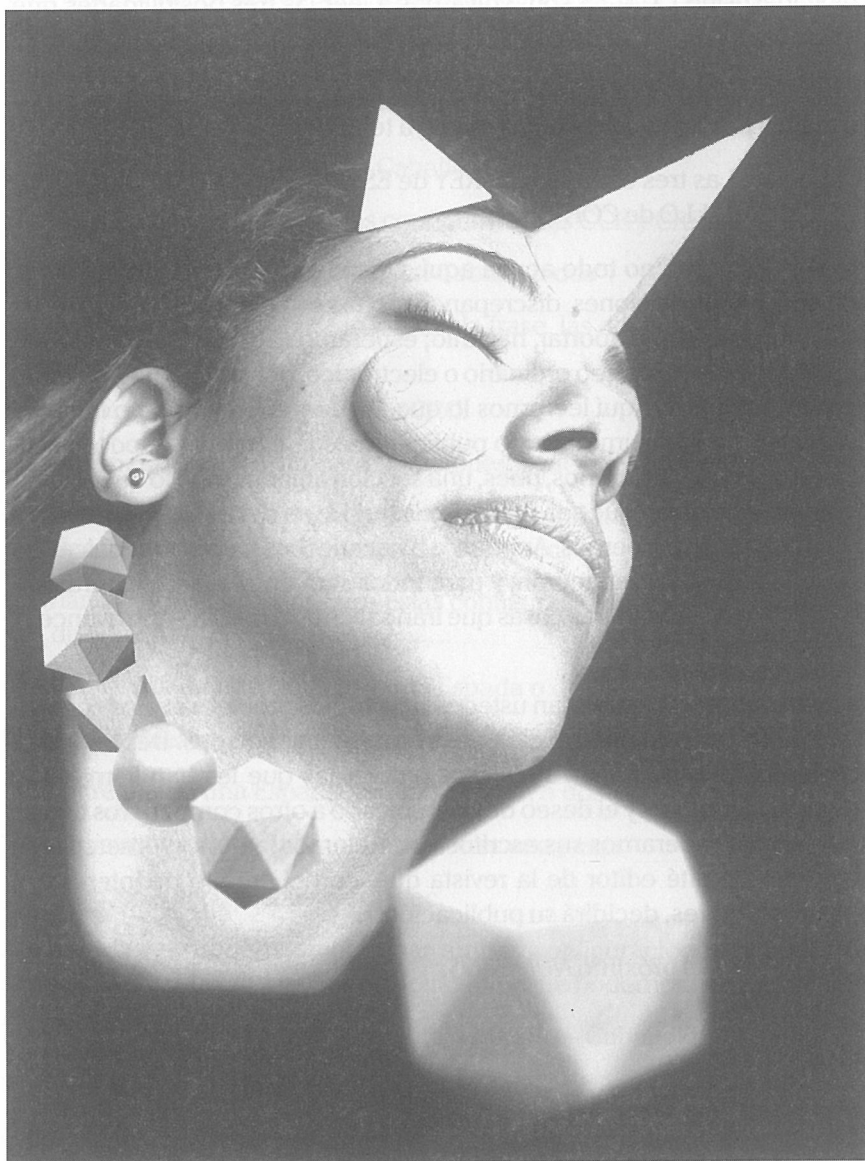
¡Increíble! Salvo el orden en que aparecen, las tres posibilidades están formadas por las mismas cartas. Pues ya tenemos la solución...

Respuesta: Las tres cartas son el REY de ESPADAS, el CABALLO de ESPADAS y el CABALLO de COPAS.

Por supuesto que no todo acaba aquí. Otros tendrán otras aportaciones que hacer, observaciones, discrepancias, otras soluciones... Si creen tener algo interesante que aportar, háganlo; esperamos ansiosos sus colaboraciones, ya sean vía correo ordinario o electrónico, por fax, o como quieran, pero escribannos. Aquí leeremos lo que llegue y en un próximo número comentaremos, resumiremos o publicaremos íntegramente todo lo que sea interesante. Tendremos, pues, una sección abierta. Todo lo que aquí se publique queremos que sea útil en la clase; si lo es o no, sólo lo podremos saber cuando lo probemos. Anímense a hacerlo. Los chicos y las chicas de nuestras aulas lo agradecerán, y para todos será un pequeño laboratorio donde probar estas y otras cosas que irán saliendo a medida que avance la sección.

Es muy importante que elijan ustedes sus propios problemas y los comenten aquí. No es ésta una sección de un solo autor, o de dos. Debe ser una sección abierta a todos. Todos esos problemas que les han llamado la atención alguna vez y el deseo de comunicarlo a otros compañeros tienen aquí cabida. Esperamos sus escritos. Prometemos leerlos y someterlos al juicio del Comité editor de la revista que, con el criterio de interesar a nuestros lectores, decidirá su publicación.

Ánimo y hasta el próximo *NÚMEROS*.



Sueños platónicos. Besay Martín García. IES Santa Úrsula.
IX Concurso Fotografía y Matemáticas.