matematicalia
revista digital de divulgación matemática

ECONOMÍA

Volumen 7, núm. 4 (diciembre 2011)
6 páginas

http://www.matematicalia.net
ISSN: 1699-7700

Recibido: 23 de octubre de 2011
Publicado: 02 de febrero de 2012

Cañas y copas, ahorro matemático

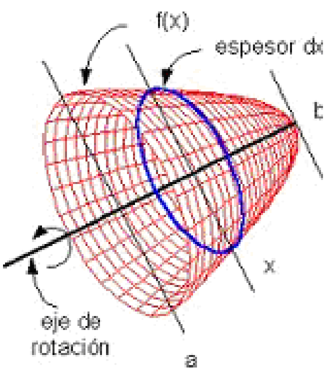
Tania Giraldo Sastre
Universidad Politécnica de Madrid
e-mail: t.giraldo@alumnos.upm.es

Resumen

Se avecina noche de fiesta y, al mismo tiempo, se aproxima el fin de mes; ¿es compatible ahorrar y salir a tomar unas cañas al mismo tiempo? Realmente, son muchas las artimañas que usan los bares para "engañar" al consumidor, utilizando vasos con cristal más ancho o doble fondo para aparentar mayor capacidad, o pretendiendo hacer creer que te sirven el doble de cantidad por algo menos del doble de dinero. Sin embargo, usando las matemáticas es posible comparar los volúmenes y precios para no caer en el engaño. En este artículo se verán las siguientes cuestiones: ¿es más rentable pedir una jarra de cerveza que dos cañas?, ¿el vaso de tubo clásico es el más utilizado por ser el de mejor rentabilidad para el bar?, ¿influye notablemente el contenido de alcohol entre los diferentes tipos de copas al pedir un combinado?...

Cañas

Para este estudio, se ha calculado la integral de revolución de las funciones representativas de cada vaso o copa mediante el método de discos, consistente en hallar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al hacer rotar la función del vaso alrededor del eje de abscisas como el sumatorio de discos. El área de cada disco será el de un círculo de radio igual a la función en ese punto, siendo el volumen total el sumatorio de todos los discos, es decir, la integral de la función al cuadrado entre los puntos límite de la copa por π. Para más información sobre este método se puede consultar cualquier libro de cálculo, por ejemplo [1], [2] ó [3].



$$\text{Área de un disco:}\quad A = \pi \times r^2$$

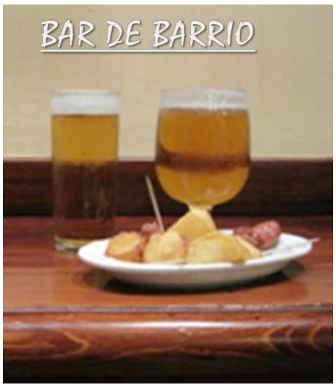
$$\text{Volumen del sólido de revolución:}\quad V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

Método de discos[1].

Al caer la tarde, para empezar la noche esperando a los más rezagados, ¿quién dice que no a una buena cervecita fría con una tapa de patatas o calamares?

[1] Imagen extraída de www.wikimatematica.org.

En muchos establecimientos te cobran la copa de cerveza al doble de precio que la caña, asegurando que entra el doble de bebida. Tras este estudio se comprueba que no es así, pues la copa contiene sólo alrededor de dos terceras partes más, con lo que sale más rentable la caña. Además, bebiendo en vaso más pequeño, entra la variable tapa, ya que más cañas corresponden a más tapas, y la variable temperatura, pues una caña se calienta menos que una copa de cerveza.

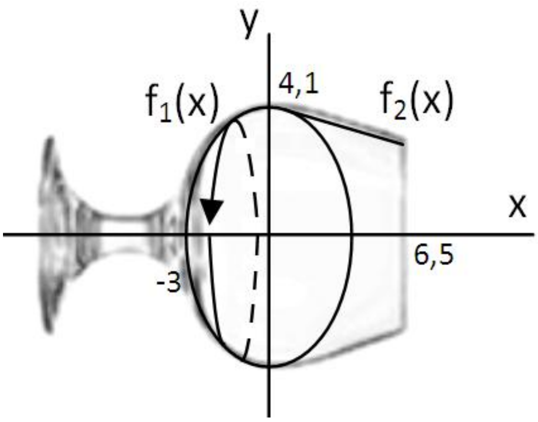


Caña y copa en bar de barrio.

Para el estudio de la caña, hemos aproximado el vaso por un tronco de cono invertido, recurriendo así a la función lineal $y = 0{,}03x + 2{,}4$:

$$\pi \int_0^{13} [f(x)]^2 dx = 275{,}54cm^3 \approx 275cm^3.$$

En el cálculo del volumen de la copa de cerveza hemos considerado dos funciones: la parte superior se asemeja de nuevo a un tronco de cono, mientras la parte inferior se asemeja a un elipsoide. En este caso, se calculará la integral de revolución de cada una de las funciones $f_1(x)$ y $f_2(x)$ por separado entre sus correspondientes valores, y seguidamente se sumarán:



$$Función\ elíptica:$$

$$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{4{,}1^2} = 1,$$

$$\pi \int_{-3}^{0} [f_1(x)]^2 dx = 105{,}62cm^3.$$

$$Función\ lineal:$$

$$y = -0{,}01x + 4{,}1,$$

$$\pi \int_0^{6{,}5} [f_2(x)]^2 dx = 335{,}17cm^3\ .$$

$$Total:$$

$$335{,}17 + 105{,}62 = 440{,}79cm^3 \approx 440cm^3.$$

Función compuesta sobre copa de cerveza.

Siguiendo con el estudio en el campo de las cervezas, se ha experimentado con la jarra y la caña de una conocida franquicia, para quien prefiere las grandes cadenas a los establecimientos particulares. En ambos casos, como en el caso de la clásica caña, se vuelve a aproximar por un tronco de cono invertido.

$$Jarra:$$
$$y = 0{,}086x + 2{,}9,$$
$$\pi \int_0^{13{,}9} [f(x)]^2 dx = 539{,}43 cm^3 \approx 540 cm^3.$$

$$Caña:$$
$$y = 0{,}084x + 2{,}6,$$
$$\pi \int_0^{9{,}7} [f(x)]^2 dx = 270{,}01 cm^3 \approx 270 cm^3.$$

Jarra y caña de una conocida franquicia.

Como puede observarse, la jarra contiene el doble que la caña, coincidiendo, además, con que el precio es también exactamente el doble (2€ de la jarra –cuando no está de oferta– respecto a 1€ de la caña).

Económicamente dará igual dos cañas que una jarra, por lo que habrá que atender a otros factores: o cañas, que se calientan menos, o jarras, que tienes que levantarte a por el pedido menos veces si no te sirven en mesa.

Sin embargo, atendiendo al volumen de la espuma, una jarra contiene algo más de espuma que dos cañas, por lo que, *para notarlo económicamente, sería mejor tomarse cien cañas que cincuenta jarras*. Es decir, es tan poca la variación de espuma entre una jarra y dos cañas, que para que haya una diferencia notable entre una y otra, deberían considerarse grandes cantidades.

Para terminar con las cervezas, y ya como curiosidad, otro campo donde se juega mucho con la capacidad de los vasos y jarras es en las cervezas alemanas. Es posible encontrarse con múltiples tipos de vasos, con diversas formas, pero igual volumen. Así, un tercio de cerveza puede aparentar mucha cantidad en un vaso, y el mismo tercio parecer menor en otro.

Diferentes vasos de cervezas alemanas, de igual capacidad pero distinta forma.

Copas

Avanzando la tarde, después de llenar el estómago con las muchas o pocas (según las cañas) tapas en el bar, cuando ya han llegado todos y ha caído completamente la noche llega el momento de echarse unos bailes, no sin una copa en la mano.

Así, el siguiente y último campo que se ha estudiado es el referente a los combinados, consistentes normalmente en una cierta cantidad de alcohol más una botella de 20 centilitros de refresco.

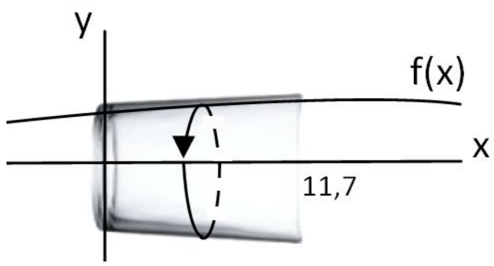
De izquierda a derecha: copa ancha, copa de tubo y copa-balón.

A la hora de pedir la copa y según la disponibilidad del establecimiento, se puede elegir que te la sirvan en vaso ancho –estilo vaso de sidra–, en el clásico vaso de tubo (a pesar del nombre, con forma de tronco de cono invertido), o en la comúnmente llamada copa-balón.

En primer lugar, como la copa ancha tiene la pared ligeramente curva, no se ha considerado conveniente aproximarla por una función lineal; así, se ha considerado aproximarla por un arco de circunferencia que pasa por tres puntos: el que anula la x, el límite de bebida alcohólica y el límite de bebida total. Así, se consigue la circunferencia de radio 174,85 cm^3 y centro en [14,9;-177], para seguidamente hacer su integral de revolución:

$$(x-14{,}9)^2+(y+177)^2=174{,}85^2,$$

$$\pi\int_0^{11{,}7}[f(x)]^2dx=435{,}65cm^3\approx 440cm^3.$$



Función curva sobre vaso de copa ancha.

La copa de tubo, aunque parezca un cilindro, se va ensanchando ligeramente hacia arriba, por lo que debe asemejarse a un tronco de cono invertido, volviendo entonces a la función lineal.

$$y=0{,}037x+2{,}15,$$

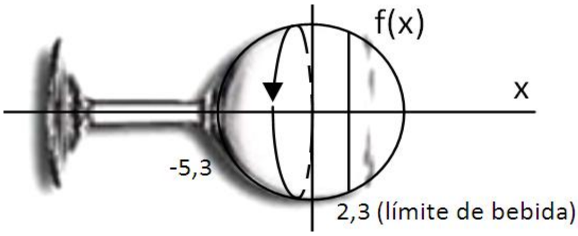
$$\pi\int_0^{15{,}9}[f(x)]^2dx=299{,}843cm^3\approx 300cm^3.$$

Copa de tubo.

Por último, la copa balón se asemeja a una esfera a la que le falta un casquete esférico; una vez hallada la función de la circunferencia se integra entre los valores que alcanza la bebida.

$$x^2 + y^2 = 5{,}3^2,$$

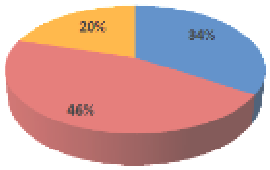
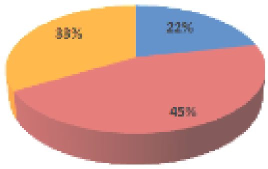
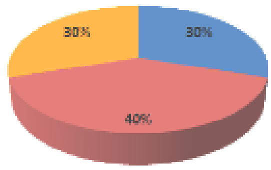
$$\pi \int_{-5,3}^{2,3} [f(x)]^2 dx = 502{,}03cm^3 \approx 500cm^3.$$



Función esférica sobre copa-balón.

Para puntualizar más este campo de los combinados se ha estudiado también el porcentaje de bebida alcohólica contenido en cada copa, calculando primero el volumen total de la copa para luego restar el volumen ocupado por hielos y refresco.

Para conseguir el volumen de los hielos se ha calculado la diferencia de cantidad de líquido antes y después de sumergir los hielos; en la copa de tubo, para hallar los porcentajes hielo-refresco-bebida alcohólica realmente contamos con 200 cm^3 de refresco, es decir, el equivalente a la botella de refresco completa; los 135 cm^3 son los que entran inicialmente en la copa, utilizados en este caso para calcular el volumen real de bebida alcohólica.

COPA ANCHA	COPA DE TUBO	COPA BALÓN
Volumen total = 440 cm^3 7 hielos = 150 cm^3 Refresco = 200 cm^3 Bebida alcohólica = 90 cm^3	Volumen total = 300 cm^3 3 hielos = 65 cm^3 Refresco = 135 cm^3 Bebida alcohólica = 100 cm^3	Volumen total = 500 cm^3 7 hielos = 150 cm^3 Refresco = 200 cm^3 Bebida alcohólica = 150 cm^3
		

Nótese que la copa balón contiene un 50% más de bebida alcohólica que la copa de tubo y un 60% más que la copa ancha. Aunque el precio es mayor al final son las que más rentables salen, porque no llegan a ser un 50% más caras (aproximadamente 7,5€ frente a 6€).

Asimismo, la menos recomendable sería la copa ancha, pues en los porcentajes hielo-refresco-bebida alcohólica es la que tiene mayor cantidad de hielo y menor cantidad de bebida alcohólica, haciendo que la copa quede más aguada. Claro está, si se tienen en cuenta otros parámetros, como puede ser el tiempo y la cantidad de copas que se va a beber el individuo a lo largo de la noche, a la larga sería preferible esta copa para ingerir menos cantidad de alcohol y más de agua, evitando así un embriagamiento indeseado.

Referencias

[1] ^ R. Bartle, D.R. Sherbert: *Introducción al Análisis Matemático de una variable*. Limusa, 1989.

[2] ^ R. Larson, B.H. Edwards: *Cálculo I*. McGraw-Hill, 2010.

[3] ^ S.L. Salas, E. Hille: *Calculus*. Reverté, 1995.

Sobre la autora

Tania Giraldo Sastre es arquitecta técnica (2011) por la Universidad Politécnica de Madrid. Actualmente es estudiante del Máster Oficial en Estructuras de la Edificación (ETSAM). Es aficionada a las matemáticas, por lo que el pasado año 2010 participó en el I Concurso *Encuentra Matemáticas*, ganando el segundo premio con su trabajo *Matemáticas y Bares*.