GEOMETRIA EGIPCIA (I)

PROBLEMAS 48 AL 52 DEL PAPIRO RHIND

J.A. García Cruz

C.E.I. de La Laguna (Tenerife)

INTRODUCCION

Uno de los documentos egipcios más antiguos que poseemos es el papiro RHIND. Debe su nombre a *Henry Rhind*, un anticuario escocés, que lo adquirió en 1858 en Luxor, y que parece fue hallado en las ruinas de un antiguo edificio de Tebas. Posteriormente pasó al Museo Británico, donde se conserva actualmente.

"Fiel recopilación. La entrada al conocimiento de todo lo existente y de todos los secretos oscuros. Este libro fue copiado en el año 33, mes cuarto de la estación de la inundación (bajo la majestad del) Rey del (Alto) y Bajo Egipto, Ausen-Rê, goce de vida, fielmente de un escrito antiguo realizado en el tiempo del Rey del Alto (y Bajo) Egipto, (Ne-ma) et-(Rê), esta copia la realizó el escriba Acmés".

De lo anterior se ha deducido la fecha en que el escriba hizo la copia: alrededor del 1650 antes de Cristo. La del documento del que el papiro fue copiado, se ha situado entre los años 1849 y 1801.

LA MULTIPLICACIÓN EGIPCIA

Antes de entrar en algunos de los problemas de geometría que contiene el papiro (en total, 87), veamos como efectuaban una multiplicación :

#1	9	
2	18	
4	36	
#8	72	
Total	81	*(Fragmento del problema 48)*

(Aquí se realiza la multiplicación de 9 por si mismo. La marca # en la primera columna indica los números que hay que sumar para obtener el primer factor. En la segunda aparece el otro factor 9 duplicado, cuadruplicado, etc.). Para efectuar una multiplicación, los egipcios sólo necesitaban saber calcular el doble(mitad) de cualquier número, y sumar.

UNIDADES DE LONGITUD EGIPCIAS USADAS EN EL PAPIRO RHIND:

La unidad básica de longitud es el *meh*, codo o codo real, que es aproximadamente igual a 0'5 m. El *khet* equivalía a 100 codos reales.

UNIDADES DE ÁREA:

La unidad básica es el *setat*, equivalente a 1 *khet cuadrado*, esto es, 100 codos cuadrados o, aproximadamente, 2500 m^2.

Una medida particular es el "codo-tira", equivalente a la superficie de un rectángulo de 100 codos(1 *khet*) de largo y 1 codo(1 *meh*) de ancho. Por tanto, 100 codos-tira equivalen a 1 *setat*.

PROBLEMA 49

Ejemplo de cálculo de área.-Supongamos que se te pregunta cuál es el área de un terreno rectangular de 10 khet por 1 khet. Hazlo así :

1	1000	
10	10000	
100	100000	
1/10	10000	
1/10 de 1/10	1000	*Esta es su área.*

En el papiro la anchura es de 2 khet, aunque los cálculos se realizan con 1. Hay dos operaciones diferentes: en las tres primeras líne as, el escriba convierte los khet en codos y obtiene el resultado en codos cuadrados (100000) ; en las dos últimas, pasa los codos cuadrados a codos-tira. Evidentemente, la operación que realiza para el cálculo del área es multiplicar las dimensiones.

PROBLEMA 50

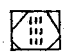
Ejemplo de un terreno redondo de 9 khet de diámetro. ¿Cuál es su área?

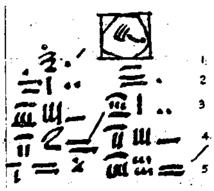
Resta 1/9 del diámetro ; obtienes 8. Multiplica 8 por 8, lo que hace 64. Por tanto, contiene 64 setat de área. Hazlo así :

	1	9	
	1/9	1	
Restando obtienes		8	
	1	8	
	2	16	
	4	32	
	\ 8	64	*Su área es 64 setat.*

En este problema, el escriba utiliza ímplicitamente una fórmula para el cálculo del área del círculo : si d es el diámetro, entonces el área es $\left(d - \frac{1}{9} d \right)^2$. E, inevitablemente, surge la pregunta: ¿Cómo llegaron los antiguos egipcios a esta expresión? La respuesta parece encontrarse en el siguiente problema.

PROBLEMA 48





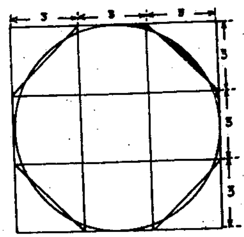
1	8	\ 1	9
2	16	2	18
4	32	4	36
\ 8	64	\ 8	72
		Total	81

En cuanto a presentación, este problema, junto con el 53, son únicos entre los 87 que contiene el papiro. En lugar de la formulación de un problema, aparece una ilustración geométrica, y se espera que el lector entienda la naturaleza del mismo.

La figura nos muestra claramente un cuadrado. Y, dentro del cuadrado, ¿qué figura intenta burdamente representar el escriba? ¿Un círculo? ¿Un octógono, quizás?

A. Chance, en su edición facsímil del papiro, introduce libremente un encabezado al problema, que reza así : Comparar el área de un círculo con su cuadrado circunscrito.

Veamos la interpretación de *K. Vogel (*)* :



Tomemos el cuadrado de lado 9 e inscribamos el círculo de diámetro 9. Si ahora dividimos cada lado del cuadrado en tres partes iguales, y las unimos como indica la figura, obtenemos un octógono. Si observamos detenidamente, nos parece que el octógono y el círculo tienen "casi" el mismo área.

Calculemos el área del octógono:

Area del cuadrado menos cuatro veces el área del triángulo

$81 - 18 = 63 \simeq 64$ = área del cuadrado de lado 8

Veamos: área del cuadrado de lado 9 = $9.9 = 81$

área " " " " $8 = 8.8 = 64$

Justo las dos operaciones que aparecen en el papiro bajo la ilustración del problema 48.

De aquí se podría concluir que el área del círculo de diámetro 9 es equivalente al área del cuadrado de lado 8. Y de esto, a la fórmula señalada anteriormente para el área del círculo, sólo resta un paso: la generalización del procedimiento seguido.

El problema 48 muestra, mediante la figura, el procedimiento por el cual los egipcios llegaron a obtener una aproximación del área del círculo. Si deducimos de ella el valor de π, encontramos $256/81 \approx 3'1605$, ¡una brillante aproximación!

Veamos ahora algunos de los problemas mediante los cuales los egipcios eran instruidos en el cálculo del área de triángulos.

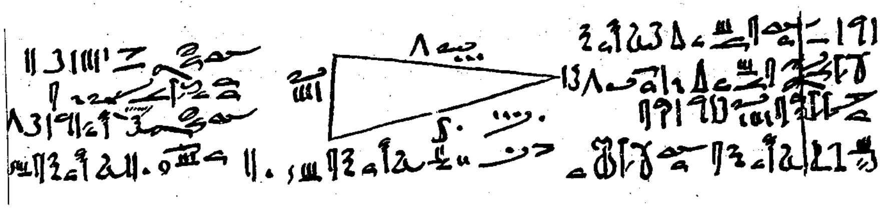
PROBLEMA 51

Ejemplo de un terreno triangular. Si se te pide, de un triángulo de 10 khet en el lado y 4 khet en la base, ¿cuál es el área?, hazlo así :

1	400	1	1000
$\bar{2}$	200	2	2000

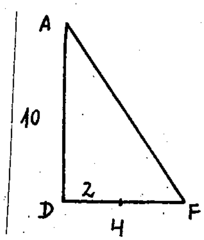
El área es 20 setat.

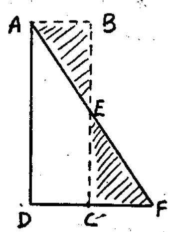
Toma la mitad de 4 para formar el rectángulo. Multiplica 10 por 2 ; este es el área.



En primer lugar, el escriba desarrolla el cálculo; luego, explica el procedimiento. Un buen ejercicio es analizar la validez de éste.

Parece que el escriba considera el triángulo como rectángulo ; sólo así es válido el cálculo. El enunciado del problema no lo explicita, pero el dibujo lo sugiere. Trasladamos a una figura el procedimiento seguido:





Como se ve, no completa el rectángulo a partir del triángulo dado, para luego deducir que el área del triángulo es la mitad del rectángulo completado con ayuda de él. Como ilustra la figura, procede de otra forma : bisecta el lado de longitud 4, para, a continuación, construir el rectángulo de lados 10 y 2. Y, sin más, pasa a afirmar que el área del triángulo es equivalente al de dicho rectángulo.

En rigor, la conclusión no es válida, salvo si demostramos la equivalencia, en área, de los triángulos ABE y ECF. Entonces si quedaría claro que el rectángulo ABCD es equivalente en área al triángulo ADF, ya que tienen en común la parte no rayada y, lo que no es común en la figura, es equivalente en área.

Pues bien, en ninguno de los 50 problemas precedentes, ni en los posteriores, se trata de la congruencia de triángulos. Lo importante aquí es el automatismo de cálculo (figura en primer lugar) y vagamente se da una explicación -más bien un refuerzo gráfico- al mismo. (Se hace referencia al área del rectángulo, ya explicada en el problema 49).

Este es el único problema dedicado expresamente a la determinación del área del triángulo, aunque los dos siguientes están, de alguna forma, relacionados con ello.

PROBLEMA 52

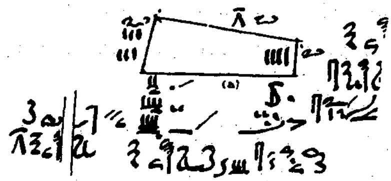
Supongamos que se te pide el área de un terreno de forma triangular truncada, de 20 khet en el lado, 6 khet en la base y 4 khet en la línea de corte.

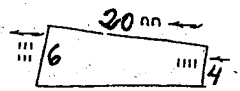
Suma la base y la línea de corte, lo que hace 10. Toma la mitad de 10, esto es, 5, para así formar el rectángulo. Multiplica 20 por 5, lo que hace 100. Este es el área.

Hazlo así :

1	1000	# 1	2000
$\bar{2}$	500	2	4000
		# 4	8000
		Total	10000

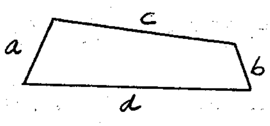
Su área es 100 setat.





A primera vista,este problema parece idéntico al anterior. Sin embargo,aquí la explicación precede a los cálculos. Fijémonos en el fragmento del dibujo que acompaña al problema. Los dos lados que concurren en la base no son perpendiculares a esta y la línea de corte no es paralela a ella. Si nos fiamos de la habilidad del escriba para dibujar,tenemos que concluir que la figura que se representa no es un trapecio,como se podría deducir de los cálculos. Se trata,por el contrario,de un problema más complejo : la figura quiere representar un cuadrilátero,obtenido de un triángulo cualquiera.

El escriba suma los lados opuestos,cuya longitud es desigual, pues hemos de suponer que los otros lados son iguales.(Luego entraremos en otra interpretación).Luego calcula el promedio de la suma y,como los otros lados opuestos valen lo mismo,su promedio es el valor asignado a uno de ellos. Posteriormente multiplica ambos promedios,obteniendo así el área. Teóricamemente,realiza lo que expresa la fórmula que acompaña a la figura que sigue. Una curiosa fórmula que,aún hoy,se utiliza para el cálculo aproximado del área de un terreno que tenga forma de cuadrilátero.



área = (a+b)/2 . (c+d)/2

El problema admite otra interpretación:

Consideremos como altura lo que se ha traducido por lado y que la figura que acompaña al problema es un trapecio. Entonces,como fácil -

mente se puede comprobar, el resultado es correcto y el escriba utiliza la fórmula actual. Personalmente creo que esta interpretación es demasiado artificiosa.

RESUMEN

Los egipcios calculaban correctamente el área del triángulo.

Tenían una asombrosa fórmula para calcular la del círculo.

En los triángulos rectaángulos, aplicaban correctamente la fórmula actual.

Y poseían una fórmula para aproximar el área de un cuadrilátero. (O calculaban correctamente el área del trapecio).

CONSIDERACION FINAL

El problema 48 es interesante desde el punto de vista didáctico, tanto en E.G.B. como en 1º de B.U.P., donde no se deduce la fórmula para el cálculo del área del círculo, sino que se le presenta directamente al alumno para su uso en problemas de aplicación.

He utilizado este problema como una actividad a desarrollar por los alumnos de cara a obtener una aproximación racional al área del círculo y, por ende, de π. Ni que decir tiene el interés mostrado en el análisis del problema y las conclusiones que se derivan del mismo respecto a π.

BIBLIOGRAFIA

(*) VOGEL, KURT - Vorgriechische Mathematik, Vol 1 - Hannover, 1958 - (Tomado de 2).

(1) CHANCE, A.B - The Rhind Mathematical papirus - N.C.T.M, Virginia, 1979.

(2) GILLINGS, R.J. - Mathematics in the time of the pharaohs - Dover Publication - New York, 1982.