R. Dedekind. *¿Qué son y para qué sirven los números?* Edición e introducción de José Ferreirós. Alianza Editorial y Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid, Madrid, 1998.

Durante el siglo XIX se hizo un formidable esfuerzo de clarificación de las nociones básicas de las matemáticas y de su fundamentación. Algunos matemáticos pensaban que las poderosas herramientas del cálculo infinitesimal carecían de sustento lógico y consideraban imprescindible la elaboración de una teoría capaz de precisar los conceptos y ofrecerlos en el marco de una construcción similar a la de los *Elementos* de Euclides. El concepto de número, fundamento de la aritmética y el cálculo, era uno de los que necesitaba una revisión.

El libro que comentamos recoge varios textos de Richard Dedekind (1831-1916) que tratan de la fundamentación de los números. Concretamente, las monografías *Continuidad y números irracionales* (1872) y *¿Qué son y para qué sirven los números?* (1888), varios *fragmentos* breves de los manuscritos que dejó al morir y parte de su *correspondencia* con matemáticos de la época (Lipschitz, Weber y Keferstein).

En *Continuidad...*, conocido parcialmente en nuestra lengua (*Sigma. El mundo de las matemáticas*, vol. 4, Edición de J. R. Newman, Grijalbo, Barcelona, 1969), Dedekind construye el sistema de los números reales a partir del sistema de los números racionales, sin alusión a nociones geométricas o a magnitudes, ya que el autor considera que "la aritmética debe desarrollarse a partir de sí misma". La idea esencial en dicha construcción es la de "continuidad", que se liga a la de "cortadura". Todo número racional produce una "cortadura" (A,B) en el sistema de los números racionales Q (es decir, Q es unión disjunta de los subconjuntos no vacíos A y B, siendo todo elemento de A menor que cualquiera de B). Sin embargo, en Q hay cortaduras que no son producidas por ninguno de sus números, luego en Q hay "lagunas" o "huecos". Resulta así que el sistema de los números racionales no es "continuo". Las cortaduras no producidas por un número racional son los números irracionales. Los números reales (la unión de los racionales y los irracionales) sí que forman un sistema "continuo", ya que en él toda cortadura está producida por un número. La lectura de Continuidad... resulta cómoda y sencilla, con un lenguaje que aún hoy resulta familiar.

En la segunda monografía, *¿Qué son y para qué sirven los números?*, Dedekind comienza con una exposición de la teoría elemental de conjuntos (“sistemas”) y aplicaciones (“representaciones”). Cabe destacar la definición de conjunto infinito como aquel que es coordinable con un subconjunto propio. Basándose en la idea de “aplicación sucesor”, que a cada número natural *n* le asigna el siguiente *n'*, caracteriza el sistema de los números naturales, define el orden y las operaciones, y obtiene sus propiedades básicas. Esta caracterización que hace Dedekind de los números naturales es la que más tarde usa Giuseppe Peano (1857-1932) en los “axiomas de Peano” (*Los principios de la aritmética, Pentalfa*, Oviedo, 1979). El libro es de fácil lectura, aunque la terminología y notación (algo diferentes a las que usamos hoy) pueda originar cierta molestia.

El libro contiene una magnífica introducción y un interesante conjunto de notas, escritas por José Ferreirós, responsable de esta edición y autor de *El nacimiento de la teoría de conjuntos*, 1854-1908 (Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid, Madrid, 1991).

Antonio Martinón