matematicalia
revista digital de divulgación matemática

ECONOMÍA

Volumen 7, núm. 4 (diciembre 2011)
9 páginas

http://www.matematicalia.net
ISSN: 1699-7700

Recibido: 17 de noviembre de 2011
Publicado: 05 de febrero de 2012

Verificación y medición de la racionalidad en la toma de decisiones individuales

Miguel Á. Ballester
Universitat Autònoma de Barcelona
Departamento de Economía
e-mail: miguelangel.ballester@uab.es
URL: http://pareto.uab.es/mballester

Resumen

Este artículo presenta el modelo racional de conducta de los individuos, que permite entender y predecir multitud de fenómenos económicos. Se explica cómo reconocer las decisiones que siguen un modelo racional y cómo medir la inconsistencia de los individuos que no siguen un comportamiento perfectamente racional.

1. Introducción

No pasa un minuto sin que tomemos una decisión. Para ir al trabajo, decidimos qué medio de transporte o qué ruta tomar. Para asegurar nuestro hogar, elegimos un seguro concreto. Para reparar una fuga de agua, contratamos un servicio de fontanería. Cada acción que realizamos viene precedida de un proceso de razonamiento que analiza todo aquello que podemos hacer y, de alguna forma, termina con la ejecución de una de las opciones.

Entender cómo toman las decisiones todas y cada una de las personas que conforman una realidad económica es un paso fundamental para entender sus causas y sus consecuencias. Los modelos económicos aceptan generalmente que los individuos actúan de acuerdo al siguiente patrón de conducta *racional* a la hora de analizar los problemas de decisión:

- El individuo tiene unos deseos estructurados, que habitualmente llamamos *preferencias*, sobre todas las opciones.
- Dada una situación particular, el individuo observa qué opciones están disponibles y elige la más deseable entre ellas.

Construir nuestros modelos económicos aceptando este patrón de conducta racional nos ha permitido entender y predecir multitud de fenómenos económicos. Desafortunadamente, nuestras predicciones sobre cómo funciona o podría llegar a funcionar la sociedad no siempre son tan exitosas y, por tanto, hemos de preguntarnos si estamos describiendo bien los principios básicos que rigen las decisiones de los individuos.

El objetivo de este trabajo es presentar en detalle dicho modelo racional de conducta y describir cómo evaluar en qué medida el modelo explica los patrones reales de comportamiento de los individuos. En la sección 2 explicaremos cómo reconocer aquellas decisiones que siguen exactamente el modelo racional, y en la sección 3 describiremos cómo medir la inconsistencia de aquellos individuos que no siguen un comportamiento perfectamente racional.

2. Conductas perfectamente racionales

Nuestro análisis comienza describiendo el conjunto de todas las opciones imaginables. En nuestros ejemplos introductorios, este conjunto estaría formado por todas las rutas posibles para desplazarse al trabajo, todos los seguros disponibles en el mercado o todas las personas a las que contratar para un determinado servicio. Consideraremos este conjunto finito y lo representaremos mediante X.

Describir una conducta requiere entender qué hará un individuo enfrentado a un problema de decisión donde se ha de elegir una única opción entre un grupo de opciones disponibles. Las opciones disponibles en un determinado momento i las representaremos, ya que conforman un subconjunto de todas las opciones imaginables, mediante $D_i \subseteq X$, y reciben el nombre de *menú*. Habitualmente, el menú queda determinado por condiciones que no dependen directamente del individuo. Por ejemplo, las rutas disponibles en un día determinado dependerán de la meteorología o de las condiciones del tráfico. Igualmente, los seguros que se pueden adquirir en un determinado momento vienen dados por los precios del mercado y la renta disponible, o la posibilidad de contratar personal dependerá de una variedad de factores económicos. Es importante resaltar que, en general, no todas las opciones imaginables han de estar disponibles. Si un accidente ha cortado una carretera que conecta el domicilio con el lugar de trabajo, el menú de rutas disponibles podría ser un subconjunto estricto de todas las opciones, esto es, $D_i \subset X$.

Los modelos económicos clásicos comienzan definiendo, para modelizar la idea de racionalidad, una *preferencia* expresada sobre el conjunto de todas las opciones. En su formulación más habitual, dicha preferencia adopta técnicamente la forma de una relación binaria P sobre X. La idea de que el individuo prefiere la opción x a la opción y, o desea más la opción x que la opción y, se representa mediante $(x, y) \in P$ o bien, en una notación más compacta, xPy.

Seguidamente, la descripción de una conducta racional asume una serie de propiedades intuitivas o esperables de la preferencia individual. Formalmente, es habitual asumir que P es un *orden lineal* sobre X. Un orden lineal es una relación binaria que es al mismo tiempo:

- *Asimétrica*, de modo que si se expresa que x es más deseable que y no se puede expresar que y es más deseable que x.[1]
- *Conectada*, de modo que todo par de opciones distintas x e y es comparado. Bien se expresa que x es más deseable que y, o bien que y es más deseable que x.
- *Transitiva*, de modo que si se expresa que x es más deseable que y así como que y es más deseable que z, se ha de expresar también que x es más deseable que z.

Finalmente, los modelos de decisión clásicos asumen que, enfrentado a cada problema de decisión, el individuo racional maximizará su preferencia, esto es, elegirá aquella opción más deseable que cualquier otra disponible. *A priori*, cabría preguntarse si siempre es posible encontrar una opción con tales características, pero una reflexión básica nos permitirá entender la respuesta. Si el individuo dispone de una preferencia P con la estructura de orden descrita y se enfrenta a un menú D_i, siempre encontrará una única alternativa que es preferida a todas las demás, que representaremos mediante $\max(D_i, P)$.

Aunque pueda parecer intuitivo que los individuos actúen de acuerdo a este modelo de comportamiento racional, la validez del mismo requiere de una comprobación empírica. Hipotéticamente, podríamos redactar un formulario y preguntar a nuestro individuo, para cada par de opciones, qué ruta prefiere para ir al trabajo. Si sus respuestas satisfacen las propiedades básicas

[1] En esta descripción tan sencilla evitaremos voluntariamente la posibilidad de que el individuo exprese que dos alternativas son igualmente deseables. Esta idea no es en modo alguno irracional, pero conlleva un análisis más técnico de todas las ideas expresadas en este trabajo sin un beneficio conceptual que consideremos substancial para nuestros propósitos.

descritas, podríamos quizás pensar que la persona dispone de una preferencia para evaluar las diferentes opciones. Posteriormente, podríamos comparar sus respuestas con las decisiones del individuo en distintos menús y decidir si dicha preferencia es maximizada a la hora de decidir. Obviamente, este proceso comporta grandes dificultades y, como estudiaremos a continuación, en realidad basta únicamente con observar las decisiones del individuo ante diferentes menús e inferir de estas observaciones si la conducta del individuo es racional.

Para recoger información sobre la conducta de un individuo, necesitamos observar el menú al que se enfrenta en determinados momentos, así como la decisión tomada. Si pensamos en la elección de rutas para el desplazamiento hasta el trabajo, podemos estudiar las noticias del día, que nos dirán qué rutas estaban disponibles para el individuo y los gastos de viaje mediante una serie de recibos de autobús, tren o autopista, que nos dirán la ruta elegida. De este modo, las decisiones de un individuo quedarán almacenadas en una secuencia finita de observaciones $\{(D_i, d_i)\}$, donde cada una de estas observaciones describe el menú disponible D_i y la opción elegida d_i. Obviamente, la opción elegida formará parte del menú, esto es, $d_i \in D_i$.

Podemos preguntarnos ahora qué propiedades deben tener las observaciones $\{(D_i, d_i)\}$ para que podamos explicarlas como el resultado de un proceso de maximización de una preferencia y comprobar si estas condiciones se cumplen en un problema real concreto. Formalmente, buscaremos las propiedades que ha de tener una secuencia $\{(D_i, d_i)\}$ para que exista una preferencia P con estructura de orden lineal sobre todas las opciones X y tal que, en cada menú, d_i sea la opción más deseable entre todas las disponibles, esto es, $d_i = \max(D_i, P)$. Las secuencias que cumplan dichas propiedades y puedan ser explicadas mediante una conducta racional se llamarán *racionalizables*.

En su estudio pionero, Samuelson [7] formuló un concepto fundamental, la *preferencia revelada*, para entender qué secuencias son racionalizables. Imaginemos que hemos observado la elección d_i en el menú D_i. Podemos preguntarnos qué hemos aprendido sobre las preferencias de nuestro individuo mediante esta observación. La respuesta es que, si nuestro individuo es un maximizador, nos ha *revelado* que la opción d_i es preferida a cualquier otra en el menú. De este modo, para que la secuencia de observaciones sea racionalizable, no deberá revelarnos mensajes contradictorios, y si una decisión nos revela que x es mejor que y, otra decisión no podrá revelarnos lo contrario. Esta propiedad básica recibe el nombre de *Axioma Débil de la Preferencia Revelada* (ADPR).

ADPR. *Supongamos que la opción x, distinta a d_i, estaba disponible en D_i (y, por tanto, el individuo nos ha revelado la preferencia de d_i sobre x). Si la opción d_i está disponible en el menú D_j, no puede ser $x = d_j$ (ya que si fuese así, el individuo revelaría que x es preferida a d_i).*

Obsérvese que la propiedad no dice qué debe elegir nuestro individuo en el problema D_j. No es necesario que se haya elegido d_i, ya que podría ser que nuevas (y mejores) opciones que d_i estén disponibles en el menú. Pero con seguridad, nuestro individuo maximizador no puede elegir x, ya que en la observación (D_i, d_i) se ha revelado que x es inferior a d_i y por tanto no puede ser la más preferida en D_j. Sorprendentemente, esta observación tan básica tiene consecuencias muy poderosas si observamos a nuestro individuo tomando muchas y diversas decisiones. En particular, si cada posible subconjunto de opciones se corresponde con algún menú de nuestra secuencia, el axioma débil garantiza que nuestro individuo es un maximizador. Basta comprobar que las decisiones en la secuencia cumplen esta propiedad sencilla para garantizar que el comportamiento es racional y para aprender, completamente, las preferencias del individuo.

Teorema 1. *Sea una secuencia de observaciones $\{(D_i, d_i)\}$ tal que todo subconjunto de opciones se corresponde al menos una vez con el menú disponible. La secuencia es racionalizable si, y sólo si, cumple ADPR.*

La prueba de este resultado es muy sencilla, y la explicaremos con detalle. Si la secuencia es racionalizable, como resultado de un proceso maximizador, es fácil ver que la secuencia de decisiones cumplirá el axioma débil. Probaremos ahora que si la secuencia cumple ADPR, es racionalizable.

Aprendamos primero de todas aquellas observaciones en las que nuestro individuo sólo podía elegir entre dos opciones, por ejemplo, x e y. Si en estas situaciones el individuo eligió x y no y, deduciremos que xPy. La preferencia P que hemos construido será un orden lineal:

- La preferencia P ha de ser asimétrica, porque si el individuo eligiese unas veces x y otras veces y cuando el menú sólo deja esas dos opciones, estaría incumpliendo ADPR.
- La preferencia P ha de ser conectada, porque hemos supuesto que toda pareja de opciones ha sido el menú disponible en alguna ocasión.
- La preferencia P ha de ser transitiva. Supongamos que xPy así como yPz. Esto significa que al menos un día eligió $d_i = x$ en $D_i = \{x, y\}$ y otro día eligió $d_j = y$ en $D_j = \{y, z\}$. Busquemos un menú en el que nuestro individuo tuvo que elegir entre las tres opciones, $D_k = \{x, y, z\}$. Nuestro individuo no pudo elegir z ese día, porque entonces (D_k, z) entraría en contradicción con (D_j, y) de acuerdo al axioma débil. Igualmente, nuestro individuo no pudo elegir tampoco y, porque entonces (D_k, y) entraría en contradicción con (D_i, x). Por tanto, eligió x, así que hemos observado (D_k, x). Busquemos otro menú en el que nuestro individuo tuvo que elegir entre las opciones x ó z, esto es, $D_p = \{x, z\}$. Dado que hemos observado (D_k, x), de acuerdo a ADPR, sólo podemos observar (D_p, x) y, por tanto, tenemos que escribir xPz, tal como queríamos.

Hemos probado que la preferencia revelada en menús de dos opciones conforma un orden lineal. Es fácil ver ahora que, para toda decisión, nuestro individuo siempre ha elegido la mejor alternativa del menú de acuerdo a ese orden. Esto es obvio para los menús con dos opciones, porque hemos construido la preferencia con ellas. Probaremos ahora que para una observación cualquiera, d_t es la opción que maximiza la preferencia en el menú D_t. Supongamos, por contradicción, que x es la mejor alternativa de acuerdo a P, esto es, $x = \max(D_t, P)$ pero $d_t \neq x$. Como x es mejor que d_t, sabemos que un día se observó $(\{x, d_t\}, x)$. Dado que la secuencia cumple ADPR, esta observación entra en contradicción flagrante con (D_t, d_t), así que esto es imposible. Hemos concluido la prueba.

Desgraciadamente, no siempre disponemos de tanta información como el Teorema 1 requiere ya que, a menudo, algunos menús nunca se observan. Aunque parezca sorprendente, tener menos observaciones nos complica el análisis. Si tenemos menos observaciones, la idea básica del axioma débil ya no es garantía de que nuestro individuo sea un maximizador. Un ejemplo muy sencillo nos ayudará a entenderlo. Supongamos que nuestro individuo eligió el tren para ir a trabajar cuando disponía igualmente del autobús pero no de su vehículo particular. En otra ocasión, eligió el autobús cuando también podía optar por su vehículo particular pero no por el tren. Finalmente, el individuo eligió su vehículo particular cuando también disponía del tren, pero no del autobús. Estas observaciones satisfacen el axioma débil, ya que como nunca encontramos dos medios de transporte iguales en dos menús diferentes, la información revelada no puede ser contradictoria. Sin embargo, este individuo no puede ser nunca un maximizador, ya que esta revelando que el tren es mejor que el autobús, el autobús es mejor que su vehículo particular, y contrariamente a la idea de transitividad, también revela que su vehículo particular es mejor que el tren. Si el individuo se hubiera enfrentado a un menú donde todos estos medios de transporte estuvieran disponibles, habría tenido que elegir uno, y cualquier cosa que eligiera entraría en contradicción con una de las observaciones existentes, incumpliendo ADPR. Por desgracia para nuestros intereses, menos observaciones no nos ayudan sino todo lo contrario. Ya no podemos comparar tan sólo cómo nuestro individuo elige en dos días distintos y nos vemos obligados a mirar toda la información en su conjunto.

El ejemplo anterior muestra que, desafortunadamente, tenemos que analizar los datos en su totalidad, pero también nos da una pista clara de qué debemos comprobar. Para que una secuencia sea racionalizable, no debería presentar una estructura cíclica como la que conforman los menús y las decisiones descritas en el ejemplo. Formalmente, un *ciclo* es un conjunto de observaciones $(D_{i_1}, d_{i_1}), \ldots, (D_{i_k}, d_{i_k})$ tales que todas las elecciones son distintas y, además, $d_{i_{t+1}} \in D_{i_t}$ y $d_{i_1} \in D_{i_k}$. Si este ciclo se produce, nuestro individuo revela que d_{i_1} es mejor que d_{i_2}, d_{i_2} es mejor que d_{i_3} y así sucesivamente hasta revelar que d $_{i_{k-1}}$ es mejor que d_{i_k}. Pero también revela que d_{i_k} es mejor que d_{i_1}, cerrando el ciclo e impidiendo que sus decisiones sean el resultado de una preferencia transitiva. Obsérvese que el axioma débil simplemente establece que las observaciones no presentan ciclos de longitud 2. Podemos formular ahora una versión fuerte, llamada *Axioma Fuerte de la Preferencia Revelada* (AFPR), y que tiene su origen en el análisis de Houthakker [5].

AFPR. *Las observaciones no contienen ningún ciclo.*

Estamos en disposición de probar el resultado principal de esta sección usando una idea muy sencilla en teoría de grafos.

Teorema 2. Una secuencia de observaciones $\{(D_i, d_i)\}$ es racionalizable si, y sólo si, cumple AFPR.

Proporcionaremos aquí la intuición de este resultado. De forma intuitiva, un individuo maximizador que use una preferencia transitiva no puede generar ciclos, así que nos centraremos en probar que la ausencia de estos ciclos garantiza que la secuencia es racionalizable. Construyamos un grafo dirigido donde cada nodo o vértice del grafo es una opción del conjunto X. Conectamos el nodo x con un nodo distinto y (de forma dirigida) si encontramos al menos una observación en la secuencia tal que $x = d_i$ junto con $y \in D_i$ (esto es, si x se ha revelado preferida a y en al menos una observación). De forma obvia, AFPR garantiza que este grafo no tendrá ciclo alguno.

Si el grafo no contiene ciclos, tiene que existir al menos una opción x_1 a la que no llega ninguna conexión. Escribamos $x_1 P y$ para toda otra opción y distinta de x_1. Si eliminamos todas las observaciones donde se eligió x_1, y construimos un nuevo grafo como el anterior con las observaciones restantes, sabemos que:

- El nuevo grafo no tendrá ciclos, ya que es parte del grafo original.
- La opción x_1 estará completamente desconectada del resto.

Por tanto, como las observaciones restantes satisfacen AFPR, en el nuevo grafo podemos encontrar otra opción x_2 a la que no llega ninguna conexión, pudiendo escribir $x_2 P y$ para toda otra opción y

diferente de x_1, x_2. Podemos repetir sucesivamente este argumento hasta agotar las opciones, de modo que habremos construido un orden lineal. No será difícil probar que la maximización de ese orden explica todas las decisiones, concluyendo la prueba.

El Teorema 2 nos ofrece una guía clara para saber qué secuencias son racionalizables. Antes de concluir esta sección mostraremos un método complementario, desde una óptica matricial, para comprobar si una secuencia de observaciones es racionalizable. Supongamos que construimos una matriz M cuadrada (que llamaremos *matriz de preferencia revelada*) con tantas filas y columnas como opciones hay en X, donde m_{xy} representará el número de veces que x se reveló preferida a y. Si la secuencia de decisiones cumple AFPR, podemos seguir el algoritmo usado en la prueba del Teorema 2 para reordenar las filas y columnas de la matriz de tal modo que la opción x_i ocupe la fila y la columna i. Obtendremos así una matriz que tendrá la propiedad de ser triangular, ya que en la diagonal principal y en cualquier casilla por debajo de esa diagonal la matriz sólo tiene valores iguales a cero. Las únicas casillas que pueden tomar valores positivos han de quedar por encima de la diagonal, ya que en estas casillas una mejor alternativa puede haber sido elegida en presencia de otra peor (obviamente, no todas estas casillas tienen que ser distintas de cero) Sin embargo, si la preferencia revelada presenta ciclos, es fácil observar que ninguna permutación que intentemos generará una matriz triangular. Por tanto, sólo las matrices que provengan de secuencias racionalizables podrán ser trianguladas. Hemos probado la intuición del siguiente resultado:

Corolario 1. Una secuencia de observaciones $\{(D_i, d_i)\}$ es racionalizable si, y sólo si, su matriz de preferencia revelada puede ser triangulada.

3. Cómo medir la inconsistencia de conductas no perfectamente racionales

Los métodos descritos en la sección previa proporcionan condiciones exactas para decidir si una conducta es racional, pero no nos informan acerca del grado de irracionalidad de las conductas que no son racionalizables. Ya que intuitivamente los individuos no son siempre perfectamente racionales, es natural que deseemos cuantificar su grado de irracionalidad. Responder a esta pregunta nos ayudará, por ejemplo, a comparar las conductas de distintos individuos. Imaginemos que un individuo tiene unas preferencias ordenadas y maximiza a la hora de decidir, pero se equivocó en una ocasión a la hora de saber qué opciones estaban disponibles o cuál de ellas era la mejor, mientras que otro individuo sigue un proceso de decisión diferente y completamente aleatorio. Ni la secuencia del primer individuo ni la del segundo cumplirán AFPR, pero no por ello diríamos que ambos individuos son igualmente irracionales. Si podemos cuantificar el grado de racionalidad de unas observaciones cualesquiera, podremos comparar la conducta de distintos individuos o colectivos, lo cual redundará en un mejor conocimiento de la realidad.

Por tanto, la pregunta fundamental en este apartado es cómo podemos construir una función intuitiva que nos diga cuan irracional es cada secuencia de observaciones $\{(D_i, d_i)\}$. Representemos mediante D todas las posibles secuencias finitas de observaciones. Deseamos construir una función $I : D \to \mathbb{R}_+$ tal que asigne valor cero a todas aquellas secuencias de observaciones que son racionalizables.

Una forma muy sencilla de construir una función de este tipo se deduce de los análisis de Swoford y Whitney [8], o Famulari [4], en los que se cuenta el número de ciclos que algunas secuencias de observaciones reales presentan, ya que un mayor número de ciclos parece sugerir un comportamiento más inconsistente. Podemos por tanto medir la irracionalidad de una secuencia de observaciones $\{(D_i, d_i)\}$ mediante el número de ciclos revelados por las observaciones, que representaremos como $c(\{(D_i, d_i)\})$.

Contar el número de ciclos en un conjunto de observaciones puede ser resuelto con algoritmos básicos en teoría de grafos. Sin embargo, este método de medición no es muy utilizado porque se olvida de una cuestión paralela de gran relevancia para la investigación económica. A saber, aunque las observaciones no sean racionalizables e incurran en inconsistencias, nos interesará saber también cuál es la preferencia más probable del individuo, y no sólo el grado de inconsistencia.

Los dos métodos que discutimos a continuación no sólo miden la inconsistencia de una secuencia de observaciones, sino que ayudan a descubrir cual es la preferencia más probable que se infiere de estas observaciones. Para entender el primero de estos métodos, formulado por Houtman y Maks [6] y aplicado en Banker y Maindiratta [2], basta pensar que algunas de las observaciones pueden ser producto de errores por parte de un individuo que, en general, elige siempre la mejor alternativa en cada conjunto. Parece intuitivo que nos centremos en eliminar el menor número de errores de tal modo que las observaciones restantes cumplan AFPR y sean racionalizables. El número de observaciones eliminadas nos sirve como medida de la inconsistencia, y la preferencia que explique las observaciones supervivientes será la más probable del individuo. Representemos mediante $\{i_1, i_2, \ldots, i_k\}$ un subconjunto de observaciones a cribar en la secuencia $\{(D_i, d_i)\}$, y mediante $\{(D_i, d_i)\}_{\{i_1, i_2, \ldots, i_k\}}$ la secuencia que sobrevive a esta criba. El mínimo valor de k que permite que unas observaciones cribadas $\{(D_i, d_i)\}_{\{i_1, i_2, \ldots, i_k\}}$ satisfagan AFPR, y que podemos representar mediante $HM(\{(D_i, d_i)\})$, es la medida propuesta por Houtman y Maks.

El *índice de Houtman y Maks* requiere de técnicas computacionales específicas, ya que *a priori*, no parece sencillo identificar qué conjunto de observaciones tenemos que cribar. Sin embargo, si hemos identificado todos los ciclos revelados, Dean y Martin [3] muestran que sólo nos queda resolver un conocido problema computacional, el *problema del mínimo conjunto de recubrimiento*. Dicho problema consiste en encontrar la solución que minimice el coste de cubrir un conjunto de necesidades. Supongamos que una empresa de telefonía desea establecerse en la Unión Europea, pero que para ello debe contratar con empresas locales que disponen de ancho de banda en los distintos estados (una empresa puede disponer de acceso en Francia, Bélgica y Alemania, mientras que otra puede disponer de acceso en Alemania y Austria, etc.). Cada una de estas empresas pide un pago por el servicio y la pregunta es qué conjunto de empresas contratar para asegurar ancho de banda en toda la Unión al menor coste posible.

Veamos cómo utilizar el problema del mínimo conjunto de recubrimiento para calcular el índice de Houtman y Maks. Imaginemos que cada ciclo es un país de la Unión Europea y que cada observación es una empresa. Una observación que no forma parte de ninguno de estos ciclos no necesita ser eliminada, del mismo modo que nunca contrataremos una empresa que no dispone de ancho de banda alguno. Una observación que forma parte de algunos de estos ciclos es candidata a ser eliminada, ya que al hacerlo, nos garantizamos eliminar los ciclos de los que forma parte. El coste de esta eliminación es una observación perdida y nuestro objetivo es simplemente eliminar el número de observaciones mínimas para romper todos los ciclos. Esto es equivalente a contratar al menor coste posible un conjunto de empresas que permitan cubrir todos los países de la Unión. De este modo, podemos utilizar conocidos algoritmos para la resolución de nuestro problema.

Para motivar el último índice que presentaremos, analizado en Apesteguía y Ballester [1], nótese que el índice de Houtman y Maks puede reformularse como la búsqueda de la preferencia que se aproxime mejor a las observaciones, tratando de explicar el máximo número posible y considerando cada observación no explicada como una inconsistencia del mismo valor. Así ,

$$HM(\{(D_i, d_i)\}) = \min_P \sum_i w(D_i, d_i, P),$$

donde $w(D_i, d_i, P) = 0$ si $d_i = \max(D_i, P)$ y $w(D_i, d_i, P) = 1$ si $d_i \neq \max(D_i, P)$. Esta reformulación ayuda a entender cómo el índice de Houtman y Maks permite no sólo medir la inconsistencia, sino que se asocia también a la preferencia más razonable para una secuencia de observaciones.

Sin embargo, cabe preguntarse si todas las inconsistencias son igualmente importantes como Houtman y Maks asumen, y defenderemos a continuación que la respuesta no puede ser sino negativa. Imaginemos que hemos observado una secuencia $\{(D_i,d_i)\}$ sugiriendo que las preferencias del individuo ordenan el tren como un método de transporte preferido al autobús y el autobús como un método de transporte preferido al vehículo propio. Posteriormente, nos damos cuenta de que hay una observación extra que no habíamos considerado, en la que el menú ofrecía estos tres medios de transporte como opciones disponibles. Si la observación muestra que nuestro individuo ha elegido el autobús o su vehículo propio, consideraremos que los datos son más inconsistentes de lo pensado y estaremos menos seguros de nuestra hipótesis inicial. Sin embargo, es lícito preguntarse si es equivalente haber observado una cosa o la otra. Parece natural que si el individuo ha elegido su vehículo propio, se trata de una inconsistencia de más calado que si elige el autobús, ya que en este segundo caso podemos pensar que escuchó mal las noticias relativas al transporte por tren, pero en el primer caso debemos pensar que ha escuchado mal no sólo estas noticias, sino también las relativas al autobús.

A continuación, formularemos un índice que captura esta idea. Al igual que Houtman y Maks, busca aquella preferencia que más se ajusta a los datos, y cuenta las observaciones no explicadas. Sin embargo, cuenta estas observaciones de forma ponderada. Una inconsistencia será más grave cuantas más opciones mejores que la elegida estaban disponibles. El *índice de cambios u olvidos mínimos* puede expresarse

$$CM(\{(D_i,d_i)\}) = \min_P \sum_i w(D_i,d_i,P),$$

donde $w(D_i,d_i,P)$ es el número de alternativas en D_i que son más deseables que d_i de acuerdo a P. De este modo, encontramos nuevamente la preferencia más cercana a las observaciones, pero medimos las divergencias de modo ponderado. Cuanto peor sea la opción elegida, más increíble o inconsistente es su elección.

El índice de cambios mínimos también requiere de técnicas computacionales específicas, ya que para identificar los datos que tenemos que cribar necesitamos conocer la preferencia más razonable, y para encontrar dicha preferencia debemos saber qué datos cribar. Cómo resolver estas dos cuestiones al mismo tiempo no es intuitivo, pero mostraremos a continuación cómo podemos utilizar un problema computacional conocido para nuestro cálculo.

Pensemos en la estructura de la matriz de preferencia revelada que hemos presentado en la sección 2. Supongamos que hemos logrado descubrir cuál es la preferencia más cercana a los datos, de modo que en la primera fila y columna de nuestra matriz aparece la opción más deseada, en la segunda fila y columna la segunda opción más deseada, y así sucesivamente. Si la secuencia de datos es racionalizable, ya sabemos que todas las casillas por debajo de la diagonal principal serán iguales a cero. Pero si algunas observaciones son inconsistentes con la preferencia, algunas de las casillas por debajo de la diagonal serán distintas de cero. Estas casillas contienen una información muy valiosa. Si una observación (D_i,d_i) no es explicada por la preferencia, la matriz sumará una unidad en cada casilla de la fila ocupada por d_i cuya columna está ocupada por otra opción en D_i. Por tanto, la suma de todas aquellas casillas por debajo de la diagonal representará, precisamente, el valor de la inconsistencia. De este modo, una vez permutemos las filas y las columnas adecuadamente, la suma de todas las casillas por debajo de la diagonal principal nos dará el valor del índice $CM(\{(D_i,d_i)\})$. Basta con observar que la forma adecuada de permutar las filas y las columnas es, simplemente, aquella que minimiza esta suma por debajo de la diagonal.

El índice de cambios mínimos es, por tanto, muy intuitivo. Ya que no podemos triangular perfectamente la matriz de preferencia revelada, podemos triangularla de la mejor manera posible, minimizando la suma de los valores por debajo de la diagonal principal. Esta idea de triangulación mínima, o de secuenciación óptima de una matriz es un ejercicio computacional conocido, y para el que se han desarrollado múltiples algoritmos y técnicas de aproximación. De este modo, calcular $CM(\{(D_i, d_i)\})$ se convierte en un ejercicio técnicamente factible.

4. Conclusiones

El modelo tradicional que describe cómo los individuos toman decisiones está en duda. En nuestros estudios empíricos y experimentales, no dejamos de encontrar razones que sugieren que dicho modelo tiene deficiencias importantes. Sin embargo, esto no es sino la consecuencia perentoria del avance de una ciencia, la económica, que crece y se expande de forma apresurada tras haber descubierto los beneficios de un análisis riguroso y formal de la realidad. La búsqueda de mejores análisis sólo puede pasar por entender de forma más precisa los pilares básicos sobre los que construimos nuestro conocimiento, y aceptar que dichos pilares necesitan ser reforzados es un paso necesario para seguir construyendo.

Referencias

[1] ^ J. Apesteguia, M.A. Ballester: *A Measure of Rationality and Welfare*. Mimeo, 2011.

[2] ^ R.D. Banker, A. Maindiratta: Nonparametric Analysis of Technical and Allocative Efficiencies in Production. *Econometrica* 56 (1988), 1315-1332.

[3] ^ M. Dean, D. Martin: *How Rational are your Choice Data?* Mimeo, 2010.

[4] ^ M. Famulari: A Household-Based, Nonparametric Test of Demand Theory. *Review of Economics and Statistics* 77 (1995), 372-383.

[5] ^ H.S. Houthakker: Revealed Preference and the Utility Function. *Economica* 66 (1950), 159-174.

[6] ^ M. Houtman, J.A. Maks: Determining All Maximal Data Subsets Consistent with Revealed Preference. *Kwantitatieve Methoden* 19 (1985), 89-104.

[7] ^ P.A. Samuelson: A Note on the Pure Theory of Consumer's Behaviour. *Economica* 17 (1938), 61-71.

[8] ^ J.L. Swofford, G.A. Whitney: Nonparametric Test of Utility Maximization and Weak Separability for Consumption, Leisure and Money. *Review of Economic and Statistics* 69 (1987), 458-464.

Sobre el autor

Miguel A. Ballester obtuvo el doctorado en Ciencias Económicas por la Universidad Pública de Navarra en 2002. Actualmente es investigador Ramón y Cajal y profesor en la Universitat Autònoma de Barcelona. Ha sido profesor visitante, entre otras, en la Universidad de California (Riverside), la Universidad de Michigan y la Universidad Bilgi en Estambul. Su ámbito de investigación se enmarca fundamentalmente en Teoría de la Decisión, tanto desde una perspectiva individual a través de sus trabajos sobre comportamiento, racionalidad limitada y bienestar individual como desde una perspectiva colectiva, a través de sus trabajos en reglas de votación y desigualdad. Ha publicado numerosos artículos científicos en revistas como *Review of Economic Studies*, *Journal of Economic Theory*, *Economic Theory*, *Social Choice and Welfare* y *Journal of Mathematical Economics*.