# TRAZADO DE CURVAS CON AYUDA DE LA CALCULADORA

Juan Julián Merino Rubio

Todos nos hemos efrentado con la tediosa tarea de representar una función y = = f(x) por puntos. El procedimiento que sigue nos evita una de las partes más engorrosas : la del redondeo mental que hacemos de los valores de la función para adecuarlos a la precisión de la gráfica y el ajuste de la función al tamaño del papel y de la cuadrícula en que vamos a representar.

Efectivamente,este procedimiento simplemente exige programar la función y dar el ancho y el alto de la gráfica en número de cuadrículas. La calculadora incrementará automáticamente el valor de la abscisa y nos dará la ordenada correspondiente mediante un número entero,el cual nos indicará la cuadrícula que tenemos que marcar en la gráfica.

Al programa se le introducen los siguientes datos :

a ) La función f(x) a representar;bien mediante una subrutina,bien incluida como parte del programa.

b ) La " ventana " por la que nos asomamos al mundo de la función ( Fig. 1 ) :

marco izquierdo : a
" derecho : b
" inferior : c
" superior : d

c ) El tamaño de la gráfica en cuadrículas :

nº de cuadrículas en vertical: m ; en horizontal: n

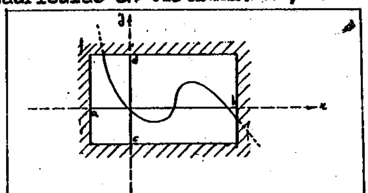

Figura 1

La primera parte del programa ( o una rutina inicial ),ajusta los parámetros :

- incremento : $\Delta x = ( b - a ) / n$
- abscisa inicial : $x_0 = a - \Delta x / 2$
- factor : $h = ( m - 1 ) / ( d - c )$

La última parte del programa es el bucle que calcula sucesivamente los puntos de la gráfica :

- abscisa del k-ésimo punto : $x_k = x_{k-1} + \Delta x$
- ordenada del k-ésimo punto: $y_k = f( x_k )$
- reducción a un entero : $z_k = h ( y_k - c ) + 1$ ; la salida es $z_k$ redondeado a un entero.

El fundamento es sencillo: el intervalo $[a , b]$ se divide en n subintervalos iguales mediante los puntos $\alpha_0 = (a), \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n (= b)$ .El tamaño $\Delta x$ de cada subintervalo es,pues,

$$\Delta x = \frac{b - a}{n}$$

La función se calcula en los puntos centrales de cada subintervalo ( Fig. 2 ), de abscisas $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$,donde

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x$$

$$x_0 = \alpha_0 - \frac{\Delta x}{2}$$

La ordenada,y,es el valor de la función en el punto x,cumpliéndose,si la ventana está bien elegida,que

$$c \leqslant y \leqslant d$$

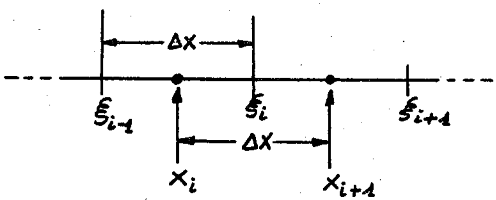


figura 2

Ahora hay que ajustar este valor a uno de los m subintervalos en los que se divide el intervalo $[ c , d ]$ del eje de ordenadas.

Como $0 \leqslant y - c \leqslant d - c$ es $0 \leqslant \frac{y - c}{d - c} \leqslant 1$ ,de donde,multiplicando por m - 1 y sumando 1,resulta finalmente

$$1 \leqslant \frac{y - c}{d - c} \cdot \leqslant (m - 1) + 1 \leqslant m$$

En el programa llamo z a la expresión intercalada entre los dos signos de orden, que es una cantidad comprendida entre 1 y m, que al redondearla nos dice en cuál de los subintervalos verticales queda el punto de la curva.

La fig.3 muestra la gráfica de la función

$$y = \text{sen}\ (1.8\ x - 1.1)$$

en el intervalo $[0\ ,\ 2\pi]$, obtenida con el procedimiento descrito, incorporado a una sencilla "CASIO" programable, la fx-3500P.

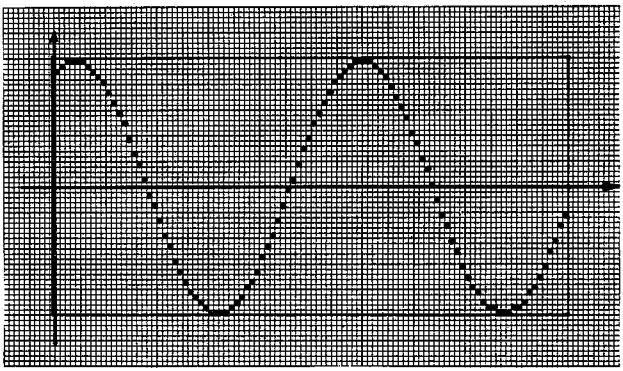

figura 3

He utilizado el área de programa P2 para el ajuste de los parámetros, y el área P1 para el cálculo de los sucesivos puntos de la gráfica. He asignado los registros de la siguiente forma :

. Antes de correr P2 :

a en K1 , b en K2 , c en K3 , d en K4 , n en K5 y m en K6

. Después de correr P2 ( y antes de correr P1 ) :

$x_o$ en K1 , $\Delta x$ en K2 , c en K3 y h en K6.

Los registros K4 y K5 están disponibles para constantes de la función; el M está disponible siempre.

Voy a describir cómo he obtenido la fig.3 y ello sirve como "manual del usuario" del programa. Una vez introducidos los programas P1 y P2 en la memoria de programas de la calculadora -listados a continuación- pongo en los registros K1 a K4 los "marcos" de la gráfica : 0 , $2\pi$, - 1 , 1 , en este orden ; en los registros K5 y K6 el tamaño : 100 en horizontal y 50 en vertical. Ahora se corre P2 :(INV P2) Pongo los parámetros de la función : 1.8 en K4 y 1.1 en K5. Fijo el modo angular en radianes y en cero decimales (FIX 0 ). Pulsando P1 repetidas veces obtengo cada vez un valor entero correspondiente a la cuadrícula que debo marcar.

He aquí los listados de los programas :

```
1: P1: Kout 2
2:     Kin + 1
        1': ((..
        2': Kout 4
        3': x
        4': Kout 1        ---> *
        5': +
        6': Kout 5
        7': ..))
        8': sin
3: -
4: Kout 3
5: =
6: x
7: Kout 6
8: +
9: 1
10: =
```

```
1: P2: Kout 1
2:     Kin - 2
3:     Kout 5
4:     Kin + 2
5:     Kout 2
6:     +
7:     2
8:     =
9:     Kin - 1
10:    Kout 3
11:    Kin - 4
12:    1
13:    Kin - 6
14:    Kout 4
15:    Kin + 6
```

*Aquí se intercala la función f(x) a representar.Se dispone de los registros K4,K5 y M para constantes de la función. La variable x se encuentra en K1.Pueden utizrse un total de 13 pasos para programar la función.

Para una calculadora con mayor potencia de programación,como la TI-59,he seguido el siguiente procedimiento :

. La función a representar la programo bajo la etiqueta E'. La variable x se encuentra en $R_{17}$ . No se pueden utilizar los registros $R_{11}$ a $R_{19}$ (en mi implementación).

. Introduzco los "marcos" de la siguiente forma : a,b,c,d en A', B', C', D', respectivamente.

. Para el tamaño de la gráfica : n en A y m en B.

Todos estos valores se pueden introducir en cualquier orden.

. Se inicializan los parámetros con C.

. Se ejecuta el programa de cálculo con E ,que se pulsa repetidamente para obtener cada vez un punto de la gráfica.

Los datos no se modifican en el transcurso del programa,por lo que resulta muy cómodo modificar alguno de ellos;los restantes permanecen inalterados.

Las instrucciones 017 y 019 puen cambiarse por

```
017  99  PRT
018  61  GTO
019  15  E
```

para que salgan los valores de forma continua(por ello he dejado dos instrucciones vacías, NOP.

Las figs.4 y 5 muestran,acompañadas de las subrutinas correspondientes,unas gráficas obtenidas con este programa.A continuación,listo el programa total.

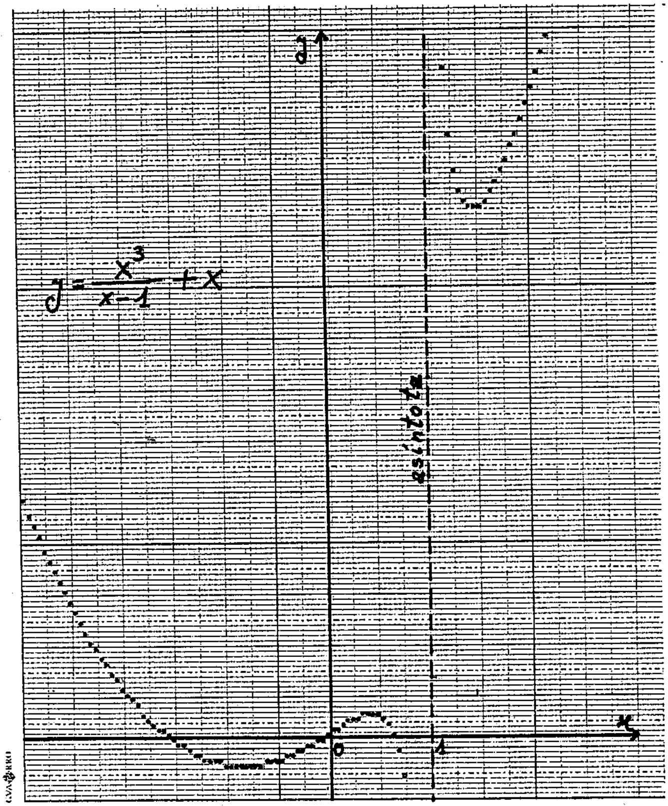


Figura 4

```
093  76  LBL
094  10  E'
095  43  RCL
096  17   17
097  65   ×
098  53   (
099  33  X²
100  55   ÷
101  53   (
102  43  RCL
103  17   17
104  75   -
105  01   1
106  54   )
107  85   +
108  01   1
109  54   )
110  92  RTN
111  00   0
112  00   0
```

TRAZADO DE CURVAS
POR PUNTOS. TARJETA 8

```
000  76 LBL
001  15  E
002  43 RCL
003  18  18
004  44 SUM
005  17  17
006  10 E'
007  75  -
008  43 RCL
009  13  13
010  95  =
011  65  ×
012  43 RCL
013  19  19
014  85  +
015  01  1
016  95  =
017  92 RTN
018  68 NOP
019  68 NOP
020  76 LBL
021  13  C
022  53  (
023  43 RCL
024  12  12
025  75  -
026  43 RCL
027  11  11
028  42 STO
029  17  17
030  54  )
031  55  ÷
032  43 RCL
033  15  15
034  55  ÷
035  42 STO
036  18  18
037  02  2
038  95  =
039  22 INV
040  44 SUM
041  17  17
042  53  (
043  43 RCL
044  16  16
045  75  -
046  01  1
047  54  )
048  55  ÷
049  53  (
050  43 RCL
051  14  14
052  75  -
053  43 RCL
054  13  13
055  54  )
056  95  =
057  42 STO
058  19  19
059  58 FIX
060  00  00
061  92 RTN
062  76 LBL
063  16 A'
064  42 STO
065  11  11
066  92 RTN
067  76 LBL
068  17 B'
069  42 STO
070  12  12
071  92 RTN
072  76 LBL
073  18 C'
074  42 STO
075  13  13
076  92 RTN
077  76 LBL
078  19 D'
079  42 STO
080  14  14
081  92 RTN
082  76 LBL
083  11  A
084  42 STO
085  15  15
086  92 RTN
087  76 LBL
088  12  B
089  42 STO
090  16  16
091  92 RTN
092  76 LBL
093  10 E'
```

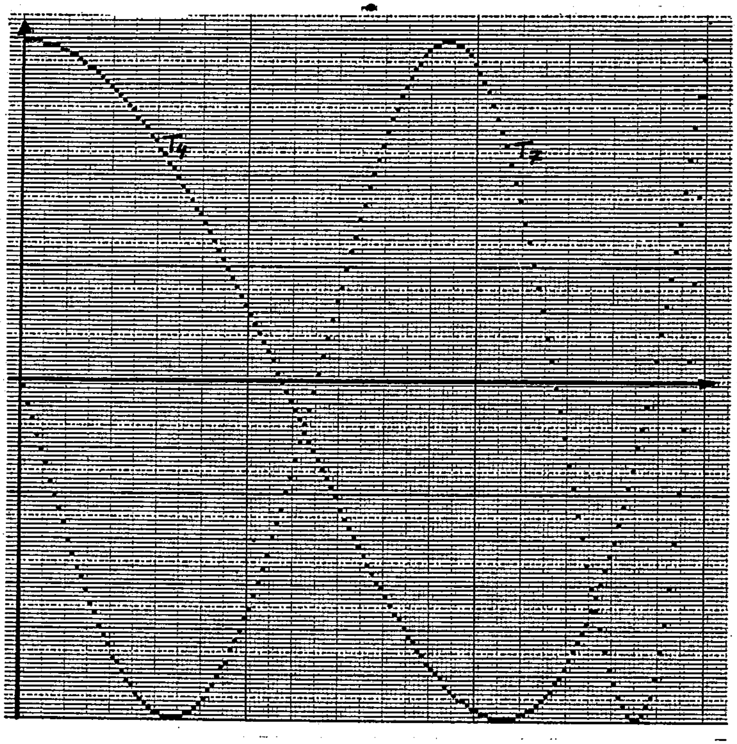


Figura 5.

Polinomios de Tchébychev:

$$T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$$

$$T_7(x) = 64x^7 - 112x^5 + 56x^3 - 7x \; .$$

```
093   76  LBL
094   10  E'
095   02   2
096   01   1
097   42  STO
098   01   01
099   43  RCL
100   17   17
101   33  X²
102   42  STO
103   25   25
104   43  RCL
105   20   20
106   83  GO*
107   10   10
108   76  LBL
109   42  STO
110   53   (
111   24  CE
112   65   ×
113   43  RCL
114   25   25
115   85   +
116   73  RC*
117   01   01
118   54   )
119   92  RTN
120   71  SBR
121   42  STO
122   69  OP
123   01   01
124   71  SBR
125   42  STO
126   69  OP
127   21   21
128   71  SBR
129   42  STO
130   69  OP
131   21   21
132   71  SBR
133   42  STO
134   87  IFF
135   01   01
136   01   01
137   44   44
138   53   (
139   24  CE
140   65   ×
141   43  RCL
142   17   17
143   54   )
144   92  RTN
145   00   0
```