matematicalia
revista digital de divulgación matemática

PASATIEMPOS

Volumen 7, núm. 4 (diciembre 2011)
2 páginas

http://www.matematicalia.net
ISSN: 1699-7700

Recibido: 13 de abril de 2011
Publicado: 31 de enero de 2012

¿Qué pasaría si… *

En esta ocasión no planteamos ningún problema nuevo por ser este número el último de la actual temporada de ***Matematicalia***.

Solución al problema anterior

… quisiéramos reconocer cuándo un número escrito en el sistema binario es par y cuándo es impar? ¿Hay un criterio que lo decide? Más en general, si usamos cualquier base que es un número par en el sentido del sistema decimal, ¿qué podemos decir?

Respuesta: Sí hay un criterio muy sencillo para base 2, que es el siguiente: *el número es par si termina en* 0 *y es impar si termina en* 1. En efecto, antes de comprobar este criterio empecemos por recordar que un número se representa en el sistema binario como una suma de potencias de 2. Por ejemplo:

$$111010_2 = 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^1 = 48,$$
$$10101_2 = 2^4 + 2^2 + 2^0 = 21.$$

En ambos casos el subíndice indica que estamos usando la base 2. Si no hay un subíndice, el número está escrito en base 10.

Observamos con estos ejemplos que la única manera de obtener un número impar en base 2 es que la representación binaria use la potencia $2^0 = 1$. Todas las otras potencias de 2 serán números pares.

El criterio se extiende de forma natural al caso de una base cualquiera b que sea par. En efecto, recordemos que cuando consideramos una base cualquiera b, los números se representan como combinaciones de potencias de b, usando como coeficientes a los números $0,1,2,...,b-1$. En este caso general, el número representado será par si termina en uno de los dígitos $0,2,...,b-2$, y será impar si termina en uno de los dígitos $1,3,...,b-1$. Por ejemplo:

$$332_4 = 3\times 4^2 + 3\times 4 + 2 = 62,$$
$$333_4 = 3\times 4^2 + 3\times 4 + 3 = 63.$$

Está de más el decir que estos sólo son ejemplos, que no constituyen una demostración de los criterios de paridad e imparidad. El método llamado *Principio de Inducción*, que presentamos en el ¿Qué pasaría si...? de junio de 2007 y también en el de abril de 2009, sería la herramienta ideal para probar rigurosamente esos criterios. La idea es que fijemos una base par arbitraria b y que enunciemos la siguiente proposición $P(n)$:

Para todo $n = 1, 2, 3, \ldots$, *el número*

$$\sum_{j=0}^{n} a_j b^j,$$

con dígitos $0 \le a_j \le b-1$, *es par si, y sólo si, los dígitos* a_j *se eligen entre los valores* $0, 2, \ldots, b-2$.

Como los números impares son los que no son pares, una vez probada la proposición $P(n)$ podremos concluir que para todo $n = 1, 2, 3, \ldots$, el número

$$\sum_{j=0}^{n} a_j b^j,$$

con dígitos $0 \le a_j \le b-1$, es impar si, y sólo si, los dígitos a_j se eligen entre los valores $0, 1, \ldots, b-1$.

Para terminar, recordemos que en el sistema decimal un número se define como par si es divisible por 2. Esta definición se extiende también a cualquier base. Es decir, que la propiedad de un número de ser par o impar no depende de la base en que lo representemos. Por supuesto, el criterio de paridad que enunciamos aquí para bases pares coincide con la definición.

Sobre la autora

Josefina (Lolina) Álvarez es Emeritus Professor of Mathematics en New Mexico State University (USA). Especialista en análisis armónico y funcional, se doctoró en Matemáticas por la Universidad de Buenos Aires (Argentina), bajo la dirección de A.P. Calderón. Ha ocupado diversos puestos y cargos académicos en la Universidad de Buenos Aires y en las estadounidenses de Princeton, Chicago, Florida Atlantic University y New Mexico. Ha sido investigadora del CONICET (Argentina). Ha dictado numerosas conferencias en congresos y sesiones especiales e impartido seminarios en Alemania, Argentina, Bélgica, Brasil, Canadá, Colombia, España, Estados Unidos, México, Perú, Polonia, Suecia y Venezuela. Ha pertenecido y en varias ocasiones presidido los comités organizadores de distintos congresos y minisimposia. Ha ejercido como evaluadora para prestigiosas revistas especializadas. Desde 2002 hasta 2007 ha sido Editora Asociada del *Rocky Mountain Journal of Mathematics*. Autora o coautora de numerosos artículos científicos y varias monografías en análisis armónico y funcional y directora de cinco tesis doctorales, ha desarrollado asimismo una intensa actividad en el campo de la educación matemática, habiendo recibido diversos galardones a la excelencia docente.

* Sección a cargo de Josefina Álvarez.