DIDACTICA PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS EN LOS DISTINTOS CICLOS DE LA E.G.B.

Comunicación presentada por:
María Mercedes Palacea Medina y
Estrella Rodríguez López

Otros miembros del equipo que la elaboró: Manuel M. Socas Robayna, Saturnino Pérez Díaz, Ricardo Lorenzo Pérez, Gladis Pérez Ramos, Irene Felipe González y Josefa Hernández Domínguez.

La Asociación Nacional del Progreso Educacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos, publicó, en Abril de 1980, un documento con ocho recomendaciones para la enseñanza de la Matemática, basado en las evaluaciones que, de cuatro en cuatro años, se hacen en aquel país, y en las que se propone valorar el rendimiento de los alumnos en Matemáticas y medir hasta qué punto este rendimiento varía según los años. La primera de las citadas evaluaciones tuvo lugar en el curso 1972-73 y la segunda en el 77-78.

El documento fue recogido en el IV Congreso Internacional sobre Educación Matemática, celebrado en Berkeley (California) en Agosto de 1980.

Las recomendaciones son:

1. La resolución de problemas debe ser el eje de la enseñanza de la Matemática en los años 80.

2. El concepto de automatismos básicos en Matemáticas debe abarcar algo más que la facilidad de automatización.

3. Los programas de Matemáticas deben tomar todas las ventajas de las calculadoras y computadoras en todos los grados y niveles.

4. Principios de efectividad que deben ser aplicados a la enseñanza de la Matemática.

5. El éxito de los programas de Matemáticas y el proceso de aprendizaje del estudiante deben ser evaluados por una gama más amplia de medios que el examen convencional.

6. Los estudiantes necesitan más estudios matemáticos, así como un programa flexible, con una maplia gama de opciones, y esto debe ser planificado de tal forma que se acomode a las diversas necesidades de la población estudiantil.

7. Los profesores de Matemáticas deben exigirse a sí mismos y a sus colegas un alto nivel de profesionalidad.

8. Un apoyo público para la enseñanza de las Matemáticas debe ser conseguido de forma que alcance la importancia que el conocimiento matemático tiene para los individuos y para la sociedad.

CLAUDE GAULIN, profesor de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Laval (Canadá), publica un artículo, *La resolución de problemas: consigna para la década de los 80*, en el que hace un análisis de la primera recomendación, basándose en las evaluaciones nacionales anteriormente citadas, y comenta:

La enseñanza de las Matemáticas en la escuela ha sido objeto de corrientes y contracorrientes sucesivas. A lo largo de los años 60 se ha visto desarrollado un movimiento muy fuerte de Matemática Moderna y las pruebas indican que es un fracaso su aplicación. En la década de los 70, surge una reacción contra esta Matemática Moderna y, teniendo en cuenta que se ha descuidado el cálculo, se intenta regresar a lo fundamental ("back to basics"), pero no está claro lo que es fundamental. Más cálculo y menos enfoque sobre comprensión,apinaron algunos,pero no convence.

Ambas corrientes constituyerom un error constatado con la aplicación de la segunda evaluación. De ahí que la primera recomendación para los 80 se centre en la resolución de problemas.

De estas evaluaciones norteamericanas entresaca el profesor Gaulin nueve ejemplos que son relativamente sencillos. Detecta,con sorpresa,que la situación,después de cuatro años,había empeorado.

He aquí un cuadro-síntesis de este asunto,bastante elocuente.

Niveau d'objectifs	*Age*	*Rendement moyen en 1977-78*	*Changement de 1972-73 a 1977-78*
Connaissances	9 ans	55 %	Disminution de 1%
	13 "	64 %	0 %
	17 "	63 %	0 %
Habilités techniques	9 "	26 %	0 %
	13 "	49 %	Disminution de 2%
	17 "	50 %	Disminution de 5%
Compréhension	9 "	(*)	0%
	13 "	50 %	Disminution de 2%
	17 "	58 %	Disminution de 4%
Exercises écrits	9 "	32 %	Disminution de 6%
	13 "	38 %	Disminution de 3%
	17 "	29 %	Disminution de 4%

(*) Nombre insuffisant d'items administrés;résultats difficiles á interpreter.

Conocido el prestigio internacional y los sobresalientes trabajos del profesor Gaulin,la Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas,considera importante su colaboración y presencia en las distintas actividades que organiza y cuenta ya con la asistencia, por tres veces consecutivas, del eminente profesor.

En nuestras IV Jornadas (Tafira, 1982), al exponernos el resultado de las respuestas a los problemas, que nos resultó penoso, pensamos que nuestra realidad canaria era mejor. Sin embargo, conscientes del vacío existente en la enseñanza en cuanto a la resolución de problemas, un grupo de profesores decidió proponer ocho de estos ejemplos a alumnos de diversos centros de E.G.B. y B.U.P., con el fin de contrastar resultados reales, no imaginarios. Los resultados habidos en Norteamérica y Canarias se indican a continuación. (Ver problemas en Anexo 1).

Nº de problema	Edad de los alumnos	Norteamérica	Canarias Extrarradio	Canarias Urbano	Canarias Rural
1	9 años	47 %			
	13 "	56 %	50'15 %	23'1 %	54'5%
	17 "		8'3 %	21'6 %	11 %
2	9 "				
	13 "	29 %	56'05 %	54'7 %	47'4%
	17 "		71'25 %	67'5 %	59'5%
3	9 "	57 %			
	13 "	92 %	97'05 %	92'16%	81'8%
	17 "	95 %	100 %	97'3 %	90 %
4	9 "				
	13 "	54 %	22'4 %	14'4 %	9'1%
	17 "	81 %	37'5 %	27 %	19'5%
5	13 "	28 %	28'25 %	27'2 %	9'1%
	17 "	56 %	75 %	81 %	66'5%
6	13 "		4 %	1'8 %	9'1%
	17 "	5 %	37'5 %	56'7 %	32 %

Nº de prob.	Edad	Norteamérica	Canarias Extrarradio	Urbano	Rural
7	9 a.	29 %			
	13 a.	60 %	74'35 %	67'63%	54'5%
	17 a.	72 %	79'58 %	94'6 %	80 %
8	9 a.	3 %			
	13 a.	24 %	51'1 %	13'4 %	54'5%
	17 a.		12'5 %	73'6 %	55 %

Observamos, como conclusión, un nuevo bajo nivel de respuestas en problemas que se consideran elementales. En este hecho concuerda el sentir mayoritario de los profesores de E.G.B. y B.U.P.

En las III Jornadas de la S.C.P.M. (Puerto de la Cruz, 1981), un grupo de profesores, a propuesta del profesor agregado de Matemáticas de la Escuela Universitaria del Profesorado de E.G.B. de La laguna, Martín M. Socas Robayna, que coordinaba uno de los equipos de trabajo, formó un Seminario Permanente de Programación, integrado por profesores de los distintos niveles de la enseñanza, que se reúne semanalmente. Dicho grupo ha trabajado, entre otros temas, la didáctica de los problemas, al detectar la situación planteada anteriormente. Se ha hecho una clasificación de los mismos, sin que se crea que sea definitiva y completa, pero sí que permite fijar mejor los objetivos que se persiguen y hacer una presentación de los problemas con dificultad gradual.

Se distinguen dos tipos:

a) de relación con el medio

b) de cálculo.

En el apartado de los de relación con el medio, diferenciamos:

a.1). Problemas de compra-venta, porcentajes, etc.

a.2). Problemas de Geometría-Topología (medidas de terrenos, etc).

a.3) Problemas de estimación relacionados con los de los subapartados anteriores; no sólo de estimación geométrica o topológica, sino también de estimación mental.

En cuanto a los problemas de cálculo,apartado b),distinguimos:

b.1). Problemas relativos a la naturaleza de las operaciones(automatismos).

b.2). Problemas donde no intervienen fórmulas(crucigramas aritméticos,ejercicios de tablas,de dados,etc.).

b.3). Problemas donde el niño es capaz de buscar una fórmula.

El modelo que se sugiere para el Ciclo Inicial es el del anexo 2,como primera fase. Este modelo no lleva texto,en principio,sino una viñeta,pues se trata de ofrecerlo a niños que posiblemente no saben leer aún un texto corto y,como cada uno puede interpretar la viñeta a su manera,el profesor,después de un diálogo o puesta en común en la clase, escribirá el texto en la pizarra con un lenguaje simbólico inteligible para los niños. En el apartado "investigación-tanteo experimental",el niño resolverá el problema con cualquier medio a su alcance(palillos,fichas,botones,etc.),como se muestra en el dibujo,ya que está acostumbrado a manipular y etiquetar. Lo que el niño ha hecho con los medios mencionados y otros,lo transcribe a la fase operatoria. Por fin,el niño tiene que contar la historia con el resultado.

El modelo que presentamos como segunda fase(anexo 3),se puede aplicar a niños que saben leer y,por ello,se cambia el orden de presentación. Se comienza por el texto o historia,y en el segundo apartado el niño hará la viñeta,dibujo por medio del cual se puede comprobar hasta qué punto ha comprendido el texto. Una vez que ha manifestado esta comprensión,tiene que escribir datos que le dan y datos que se le piden. La fase operatoria es idéntica a la del modelo anterior. En el último apartado,el alumno vuelve a escribir la historia o problema incluyendo el resultado.

En el Ciclo Medio,se pueden proponer ejercicios análogos utilizando problemas con la misma estructura,pero aumentando el número de operaciones.

Para los ciclos Medio y Superior,específicamente,se proponen otros dos esquemas(anexos 4 y 5).

El primero, el de los dados, es interesante porque para estimular al alumno se pueden considerar válidas, en principio, todas las soluciones. Previamente hay que fijar unas reglas de juego, que se pueden variar. También se pueden utilizar potencias, números de dos cifras, etc. Es importante especificar si se acepta la no prioridad de operaciones y el uso de paréntesis. Es necesario organizar el juego para que sea equilibrado, poniendo, por ejemplo, más dados de cifras numéricas que de signos. Existen en el mercado variaciones de este juego con logaritmos, exponenciales, razones trigonométricas, etc.

El modelo del anexo 6 se presenta para el Ciclo Superior y fundamentalmente se diferencia de los anteriores en que se pretende que el alumno llegue a la generalización y obtenga la fórmula que hay que aplicar.

Los alumnos van archivando los problemas así resueltos y en un momento dado en el que se les presente una situación parecida, irán a su fichero y resolverán por analogía con los han hecho.

Todo lo descrito anteriormente puede hacer pensar en que se lleva al niño a un encasillamiento en el esquema y, por contrario, lo que se pretende es que desde el momento en que el alumno tenga su esquema lógico y propio, prescinda de él y se plantee ya el problema normalmente, pues ya ha logrado una estrategia mental.

Para concluir, se puede decir que, aun siendo los resultados menos brillantes que los que encontramos escritos sobre el tema, que es mucho y no despreciamos, aparte de que nos ha servido de base a este estudio, la experiencia vivida con este nuevo planteamiento ha sido positiva. Los alumnos tienen más interés, trabajan sin decaer el ritmo de la clase y resuelven los problemas con razonamientos imprevistos.

Como posible línea a seguir, se sugiere abandonar el modelo más usado en nuestras aulas (motivar-enseñar un camino-automatizar) y sustituirlo por el cumplimiento de las siguientes normas :

. Tratar de evitar en lo posible el esquema:

Problema modelo ----> Colección de ejercicios

- Proponer problemas más variados.
- Utilizar menos problemas, pero explotar más cada uno de ellos.
- Sugerir situaciones para que los niños propongan problemas (historias inventadas).
- Proponer problemas más abiertos, esto es, que tengan diversas soluciones o que puedan resolverse de maneras diferentes.

(Este trabajo fue también objeto de una comunicación en las III Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas, celebradas en Zaragoza en Marzo del año en curso).

ANEXO 1

1. Un conejo come 2 raciones de 460 gr. de alimentos cada semana. Un año tiene 52 semanas. ¿ Cuánto comen 5 conejos en 1 semana?

2. Hay que empaquetar 1300 raquetas. Cada caja puede contener 24 raquetas. Después de llenar tantas cajas como sea posible.¿cuántas raquetas sobran?

3. Según la lista de precios de un bar.1 paquete de cigarrillos rubios vale 80 ptas.; 1 batido.70 ptas; 1 paquete de papas fritas.35 ptas.; 1 Coca-Cola.40 ptas y 1 hamburguesa.70 ptas. Luis pidió 1 hamburguesa.1 paquete de papas y 1 batido. ¿Cuánto tuvo que pagar?

4. Para preparar una tarta se necesitan $2\frac{1}{2}$ tazas de leche y $1\frac{1}{4}$ tazas de harina. ¿Cuántas tazas de leche y harina hacen falta para hacer la tarta?

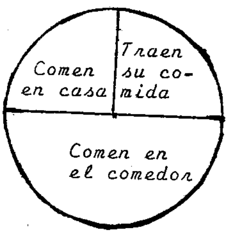
5. Un coche recorre 8 km. en 5 min. Con la misma velocidad, ¿cuántos km. recorre en 1 hora?

6. Esto es una cuenta de electricidad?

Hoy	Ultima vez	Consumo	Coste
1500kw.h	942 kw.h	558 kw.h	109 ptas.

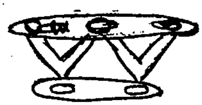
¿Cuál es el precio de 1 kw.h?

7.



El Colegio tiene 400 alumnos. ¿Cuántos van a comer a sus casas?

8. Manuel tiene un juego de construcción de 60 varas largas con 3 agujeros.60 varas cortas con 2 agujeros y 60 tornillos. ¿Cuántas formas como las del dibujo puede construir?

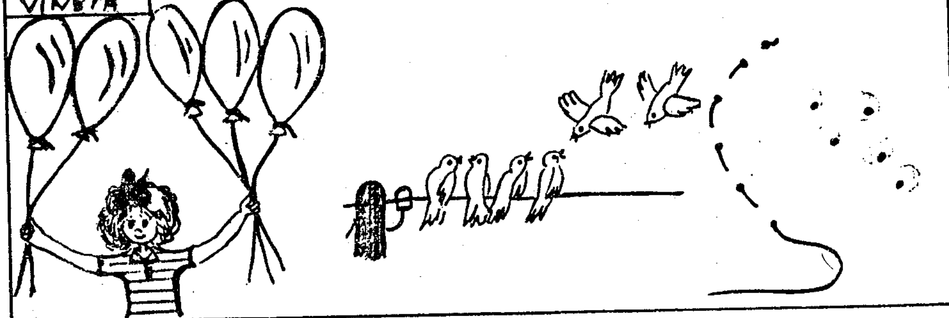


ANEXO 2

PROBLEMAS — CICLO INICIAL — DOS FASES

1ª FASE

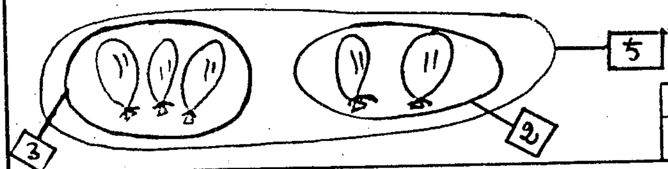
VIÑETA



TEXTO (HISTORIA)

A Ana le han regalado tres globos rojos y dos globos azules, ¿cuántos globos le han regalado a Ana?.

INVESTIGACIÓN • TANTEO-EXPERIMENTAL



RESULTADO
5 globos

OPERACIÓN

$\boxed{3} + \boxed{2} = \boxed{5}$

$$\begin{array}{r} 3 \\ +\ 2 \\ \hline 5 \end{array}$$

RESULTADO
5 globos

VIÑETA - HISTORIA

TEXTO (HISTORIA) ANEXO 3

PILAR TIENE 5 BOTES. EN CADA BOTE HAY 3 CARAMELOS. ¿CUÁNTOS CARAMELOS TIENE PILAR?

VIÑETA

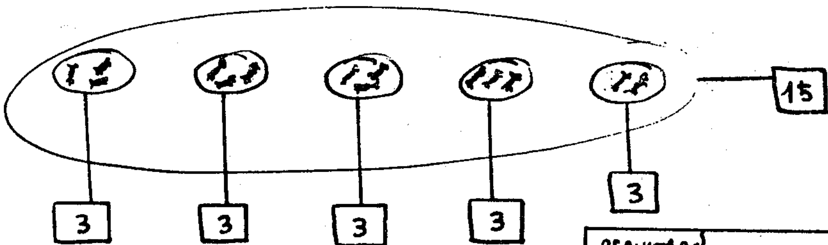
¿QUÉ DATOS TE DAN?

5 BOTES
3 CARAMELOS

¿QUÉ DATOS TE PIDEN?

CARAMELOS QUE TIENE PILAR

CALCULA LO QUE TE PIDEN SIN HACER OPERACIONES



RESULTADO

15 CARAMELOS

OPERACIONES

$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$

$3 \times 5 = 15$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ +\ 3 \\ \hline 15 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ \times\ 3 \\ \hline 15 \end{array}$$

RESULTADO

15 CARAMELOS

¿SON IGUALES LOS RESULTADOS? SÍ

ESCRIBE LA HISTORIA CON EL RESULTADO OBTENIDO

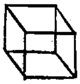
PILAR TIENE 5 BOTES. EN CADA BOTE HAY 3 CARAMELOS. PILAR TIENE 15 CARAMELOS.

TEXTO (HISTORIA)

UTILIZA LOS SÍMBOLOS Y ESTABLECE UNA RELACIÓN CORRECTA CON EL MÁXIMO NÚMERO DE ESTOS.

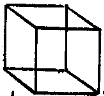
VIÑETA

1 Dado



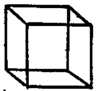
=, =, =, =, =, >

3 dados



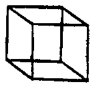
+, +, −, −, X, :

3 dados



1, 3, 5, 7, 9, X

3 dados



0, 2, 4, 6, 8, :

¿QUÉ DATOS TE DAN?

10 símbolos:

$\boxed{X}$ $\boxed{6}$ $\boxed{9}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$ $\boxed{0}$

$\boxed{8}$ $\boxed{+}$ $\boxed{3}$ $\boxed{+}$

¿QUÉ DATOS TE PIDEN?

ESTABLECER UNA RELACIÓN CORRECTA CON ESTOS 10 SÍMBOLOS.

CALCULA LO QUE TE PIDEN SIN UTILIZAR FÓRMULAS

$\boxed{3}\boxed{X}\boxed{3}$ $\boxed{=}$ $\boxed{9}$

$\boxed{6}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{+}\boxed{0}$ $\boxed{=}$ $\boxed{9}$

$\boxed{9}\boxed{X}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{+}\boxed{3}$ $\boxed{=}$ $\boxed{6}$

$\boxed{3}$ $\boxed{=}$ $\boxed{3}$

$\boxed{8}\boxed{X}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{6}\boxed{+}\boxed{3}$ $\boxed{=}$ $\boxed{9}$

RESULTADO

$\boxed{8}\boxed{X}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{6}\boxed{+}\boxed{3}$ $\boxed{=}$ $\boxed{9}$

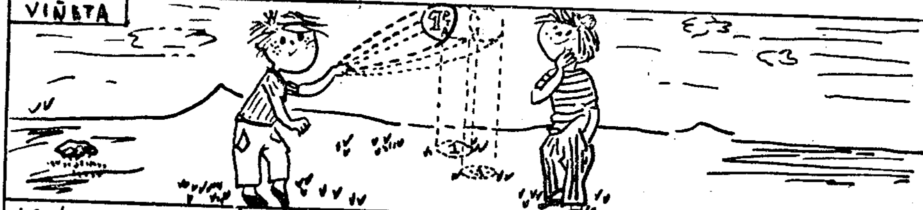
ESCRIBE LA HISTORIA CON EL RESULTADO OBTENIDO

ANEXO 5

TEXTO (HISTORÍA)

JUAN Y PEDRO ESTÁN JUGANDO CON UNA MONEDA. EL JUEGO CONSISTE EN TIRAR TRES VECES ESA MONEDA. PARA ACORDARSE DE LO QUE SALE CADA VEZ, ESCRIBEN 1 SI SALE CARA Y 0 SI SALE CRUZ. JUAN APUESTA A "CARAS" Y PEDRO A "CRUCES". DE ESTA FORMA, SI SALEN MÁS CARAS QUE CRUCES, GANA JUAN, Y SI SALEN MÁS CRUCES QUE CARAS, GANA PEDRO. ¿CON QUÉ JUGADAS PUEDE GANAR JUAN Y CON QUÉ JUGADAS PUEDE GANAR PEDRO?

VIÑETA



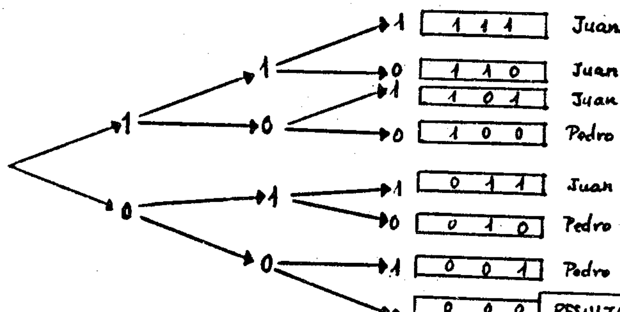
¿QUÉ DATOS TE DAN?

1 moneda
Pedro gana con mayoría de cruces
Juan gana con mayoría de caras

¿QUÉ DATOS TE PIDEN?

Cuándo gana Juan y cuándo gana Pedro.

CALCULA LO QUE TE PIDEN SIN UTILIZAR FÓRMULAS



RESULTADO
4 veces gana Juan y
4 veces gana Pedro.

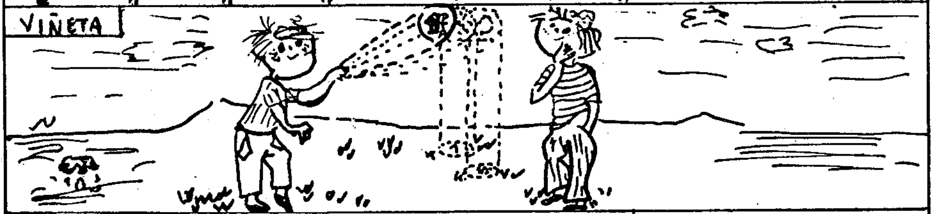
ESCRIBE LA HISTORÍA CON EL RESULTADO OBTENIDO

ANEXO 6

TEXTO (HISTORIA) Juan y Pedro están jugando con una moneda. El juego consiste en tirar la moneda una vez, dos veces, tres veces, ..., y ver lo que sale.

¿Cuántos casos diferentes saldrán si tiran la moneda 1 vez?
¿ " " " " " " " " 2 veces?
¿ " " " " " " " " 3 veces?
¿ " " " " " " " " n veces?

VIÑETA



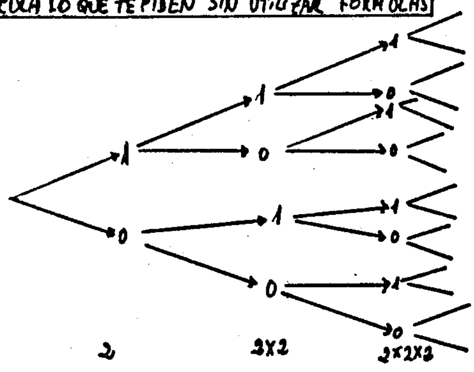
¿QUÉ DATOS TE DAN?

1 moneda

¿QUÉ DATOS TE PIDEN?

casos diferentes con una tirada
" " " dos tiradas
" " " n tiradas

CALCULA LO QUE TE PIDEN SIN UTILIZAR FÓRMULAS



RESULTADO

$2, 2^2, 2^3, \ldots,$

OBTENER LA FÓRMULA

Si tiran la moneda n veces

RESULTADO

2^n

ESCRIBE LA HISTORIA CON EL RESULTADO OBTENIDO Los casos diferentes obtenidos por Juan y Pedro vienen expresados por 2^n, es decir, si tiran una sola vez, el nº de casos diferentes será 2^1.
" " dos veces, " " " " " " 2^2
" " tres " " " " " " " 2^3