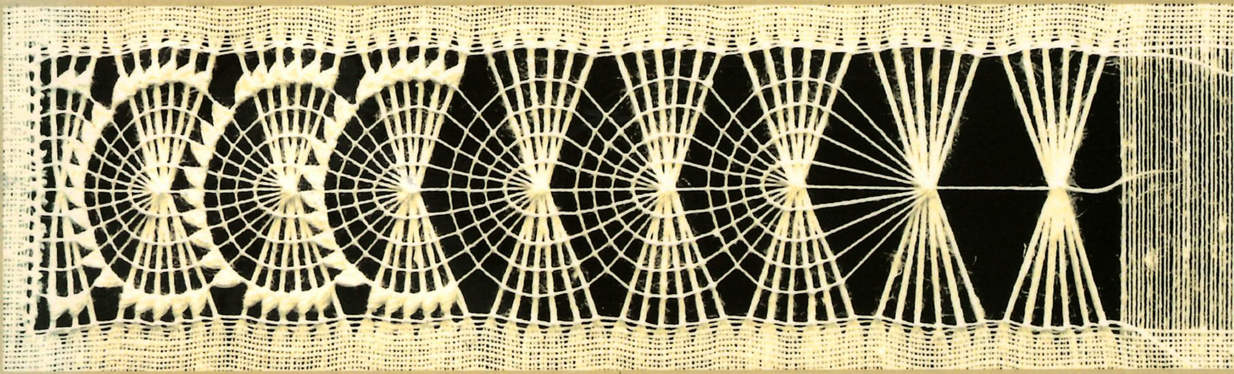
Geometría de los calados Canarios



Luis Balbuena Castellano
Lola de la Coba García

CajaCanarias
OBRA SOCIAL Y CULTURAL

Geometría de los calados canarios

CajaCanarias
OBRA SOCIAL Y CULTURAL

Geometría de los calados canarios

Luis Balbuena Castellano
Lola de la Coba García

CajaCanarias 2003

Nº de publicación: 291
Varios: 13

CajaCanarias
OBRA SOCIAL Y CULTURAL

Servicio de Publicaciones
de la Caja General
de Ahorros de Canarias

Fotografías: Luis Balbuena.

Impresión y maquetación
Gráficas Sabater

I.S.B.N.: 84-7985-148-1
D.L.:TF-2361/02

A Emma García Mora
y a Patricia Cintas Lobato, Silvia Cintas Lobato,
Dácil Díaz Amador, Diana García González, Eva García Llorente,
Julia González González, Dalia Hernández de la Rosa,
Elena Romero Sánchez.

Prólogo

Para uno que está metido en el trabajo diario del hierro, la madera o la piedra, cambiar las herramientas y los procedimientos habituales por un papel en el que decir, escribiendo, no dibujando, que cosas tan diferentes como la escultura, los calados y las Matemáticas tuvieran alguna relación, me hubiera parecido algo insólito, salvo como recurso y vía novedosa dentro de alguna de las "vanguardias".

Este libro "Geometría de los calados canarios" ha sido, y deseo que sea para muchos, una de las más hermosas lecciones que no aparece en ninguna asignatura de Colegio, Instituto o Universidad y no se si acierto al decir: es lo que nos hace PERSONAS.

No tenemos plena conciencia de este axioma: desde el más "humilde" de los artesanos y artesanas al más "sofisticado" de los artistas, todos, absolutamente todos, tenemos una fuente común que son las Matemáticas.

No puedo entrar, y lo siento, en los valores matemáticos de este libro. Quienes lo han escrito tienen un curriculo amplísimo y este envidiable trabajo está avalado por premios como el "Francisco Giner de los Rios"

Sí me atrevo a valorar alguna de sus cualidades pedagógicas: estas ventanas que los autores me abren con la finalidad de introducir la luz necesaria para mi oficio de escultor. Agradecer, también, la puerta sin cerrojos que puede llevarme por caminos para mi desconocidos.

Ahora estoy pisando una vieja alfombra bereber; en la pared hay un bodegón anónimo andaluz del XVIII; sobre la mesa una monografía sobre Paul Klee; la luz de las ventanas está tamizada por uno de los calados, de los de siempre, hecho por estas tierras; alguna escultura ajena admirada... Lo cotidiano.

Simetría, Semejanza, Equilibrio, Isometría, Isomorfismo, Frisos,... son algunos de los títulos de las lecciones que contiene este libro y que sus autores, en este caso, han sabido personalizar en estos objetos de diario que han sido acariciados por unas manos sabias en el oficio de calar.

Es duro aprender, tan tarde, que las Matemáticas están presentes en cada uno de mis objetos y de mi trabajo de todos los días. Las grandes aportaciones soñadas están resueltas con una claridad meridiana en estas lecciones de Geometría. En la alfombra que piso y admiro están las mismas reglas de oro de los calados y bordados que hay en esta casa y coinciden, exactamente, con el ritmo y alma de ese óleo andaluz, con el cuerpo de Klee, con el adorno de esta cerámica precolombina, y, mira por donde, con una esculturilla recién salida de mi fragua.

"Algo más que calados" es el título de uno de los capítulos finales de este libro, experiencia pedagógica de innovación educativa. Efectivamente es el reflejo y testimonio de eso que muchos hacemos -perdón por incluirme- con mucho amor y con las manos y que esconde la Geometría y las Matemáticas nuestras de cada día. El principio y fin del mundo.

José Abad
Escultor

Geometría de los calados canarios

Una experiencia con la Geometría

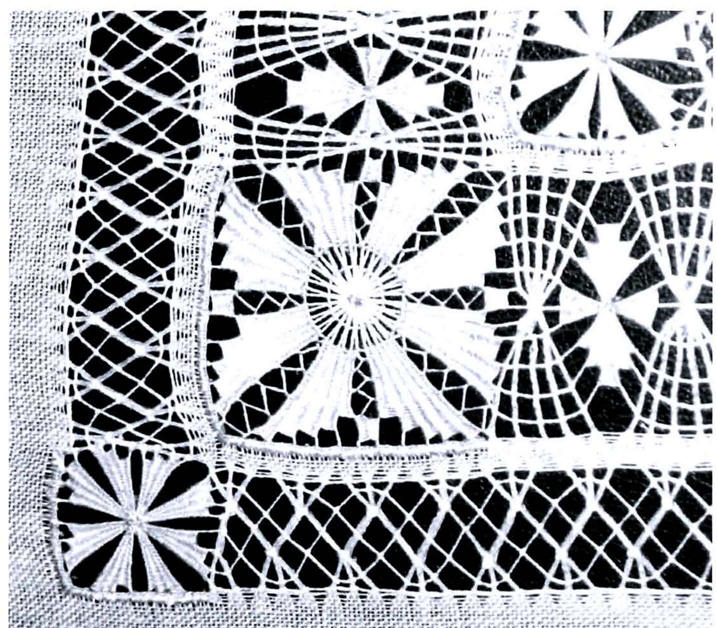
Los calados constituyen un importante capítulo de la artesanía canaria. Es una larga tradición que, como tal, se ha venido transmitiendo de generación en generación llegando hasta nosotros, afortunadamente, con una gran vitalidad. En efecto, de una parte existe un amplio conjunto de caladoras que mantienen viva la tradición y, de otra, en los últimos años, ha aumentado considerablemente la sensibilidad de las autoridades e instituciones hacia todo lo que suponga nuestro acerbo tradicional y, en particular, hacia los calados.

Este material artesanal ha centrado el presente trabajo, sin embargo entre los objetivos propuestos no se encuentra el hacer un catálogo de los distintos modelos de calados existentes, ni una relación de las caladoras que se dedican a esta noble y admirable labor. Nuestro estudio y nuestras investigaciones se han orientado hacia la localización de cuanta Matemática en general, y Geometría en particular, pueda encontrarse tras esos bellos trabajos. Hecha esta aclaración, hemos de indicar que, no obstante, tuvimos que visitar a muchas caladoras y acudir a las ferias de artesanía que se realizan en distintos lugares, siempre en busca de más y más modelos de módulos diferentes, tratando de analizarlos todos y de clasificarlos según criterios geométricos. Muchos de esos modelos se reproducen en estas páginas.

El trabajo de campo y de recopilación de documentación fue largo e intenso y no se puede dar por acabado pues en cualquier lugar pueden aparecer nuevos modelos.

Una vez se tuvo información de un conjunto amplio de modelos de calados, se procedió a su clasificación y a encargar a las caladoras que realizaran muestras de los que nos parecieron más significativos.

Poco a poco fuimos penetrando en el peculiar mundo de las caladoras, en la metodología de su traba-

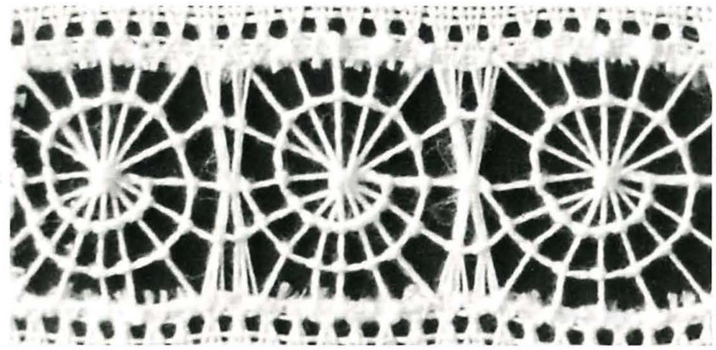


Calado canario

jo, en cómo organizan sus casas o sus talleres para poder colocar los utensilios que les permiten elaborar sus calados, y en cuáles son las dificultades y competencias -generalmente desleales- con las que tienen que luchar. Conocimos que existe un apoyo institucional que les ayuda a organizarse y sacar mayor rendimiento a su trabajo, así pudimos compaginar toda esa información y todo el trasfondo humano que hay detrás de cada labor, con nuestro estudio, aparentemente frío y distante, de ver qué Matemática subyace en cada calado.

Necesariamente hemos de hacer una exposición de los fundamentos teóricos en los que se apoya nuestra investigación; creemos que es lo suficientemente clara y rigurosa como para que pueda ser entendida por cualquier persona que tenga unos conocimientos matemáticos de nivel elemental. Los conceptos geométricos son muy intuitivos y de uso habitual en la vida cotidiana por lo que no requieren una sólida formación matemática para poder ser entendidos. La exposición se ha hecho de forma ordenada en el sentido de que su lectura y comprensión debe realizarse en el orden que se indica, pues cada concepto introducido será la base de otro posterior. Toda esa fundamentación culmina con la presentación y explicación de los dos elementos que más aparecen en los calados: los rosetones y los grupos de frisos.

Nos propusimos conocer si en los calados que hacen nuestras artesanas, aparecían los siete frisos que es posible construir tal y como explican los distintos algoritmos que ayudan y orientan la clasificación. Ello nos obligó a rastrear numerosos y variados modelos, incluso algunos que ya no se suelen hacer y que algunas caladoras guardan celosamente como herencia de su madre o de su abuela.



Caracolas de La Orotava.

Nuestra condición de docentes nos impulsó a sugerir un conjunto de actividades y exploraciones didácticas de los calados. Siendo como es un material popular y cotidiano, sin embargo su presencia en la escuela es prácticamente inexistente porque, en general, los libros de texto tienden a utilizar elementos abstractos para apoyar sus explicaciones. Entendemos que si se desea dar a conocer a los alumnos las transformaciones isométricas en el plano y para ello hay que contar con alguna apoyatura visual, se consigue el mismo efecto utilizando figuras geométricas abstractas que mostrando calados en los que se verifique la propiedad a introducir, sólo que en este segundo caso se obtiene el efecto añadido de familiarizar a los estudiantes con elementos propios de su entorno y de su cultura. En ese sentido, se presentan posibilidades de utilización en juegos e incluso como fuente de investigaciones adaptadas al nivel de los alumnos.

Los Talleres de Matemáticas constituyen el entorno pedagógico ideal para desarrollar este tipo de trabajo. El último capítulo pretende, por tanto, ofrecer ideas y sugerencias que puedan convertirse en apoyo y orientación para que el docente inquieto o cualquier persona interesada vaya más allá y realice sus propias aportaciones. Pensamos que es una vía para poder orientar a los estudiantes en la búsqueda de trabajos de investigación con los que podrán ir tan lejos como sean capaces teniendo en cuenta su formación y la disponibilidad de tiempo para lograrlo.

Téngase en cuenta, finalmente, que lo explicado y lo aplicado a los calados, puede ser utilizado para estudiar otros elementos cotidianos de nuestro entorno como son las celosías, las rejas, los azulejos, etc.

Nuestro trabajo tiene como complemento un conjunto de murales explicativos y sintetizadores de las ideas. Están preparados y pensados para ser expuestos en centros educativos y culturales de forma que la persona que los mire con atención e interés pueda, por un lado, conocer la enorme riqueza estética de los calados y, por otro, aprender la gran carga matemática que hay detrás de los distintos modelos. El primer objetivo entendemos que se logra con los cuadros que contienen modelos significativos de calados elaborados por las artesanas especialmente para este trabajo y el segundo con los murales que recogen una síntesis de los conceptos matemáticos y los algoritmos así como una explicación pormenorizada de las distintas ideas geométricas de cada modelo.

Desgraciadamente, y por razones que no vienen al caso, las Matemáticas suelen producir cierto rechazo que acompaña a todo lo que lleve algún título o subtítulo asociado a esta ciencia. Entendemos que en muchas ocasiones tal impresión esta motivada más por lo que es casi un tópico, que por la dificultad que tienen en sí las Matemáticas. Los conceptos e ideas matemáticas que se exponen en este trabajo, tienen su origen en el mundo cotidiano. Lo único que hacemos, desde el punto de vista matemático, es organizar los conceptos, darles coherencia, rigor y nombres. Las ideas las tiene cualquier persona que ve y está familiarizada con los calados u otros materiales parecidos. Ésta ha sido una de las grandes lecciones que hemos aprendido: las caladoras, que posiblemente oían hablar por primera vez de estos conceptos, cuando se los explicábamos, entendían perfectamente el lenguaje ya que las ideas las tenían claras.

Por tanto, no rehuimos las Matemáticas, pero, teniendo en cuenta que esta obra no está dirigida a especialistas, intentaremos dar un tratamiento riguroso y adaptado a personas con una formación académica elemental. Los que deseen profundizar pueden consultar la bibliografía que existe sobre el tema.

En cualquier caso les animamos a que lean con atención antes de desistir. De no hacerlo así se perderán muchas de las claves posteriores.

La simetría

"Las formas que mejor expresan la belleza son: el orden, la ***simetría****, la precisión"*
Aristóteles (384-322 A.C.)

La frase anterior fue escrita hace más de dos mil años. Su autor tuvo una gran influencia en la construcción y desarrollo del pensamiento occidental. Él y el conocido como "mundo griego clásico" pusieron las bases de nuestra cultura.

La belleza es uno de los referentes culturales que ha estado presente en todas las épocas. Se ha regido por unas estrictas normas y ha contenido elementos para definirla de forma tal que, cuando alguno de ellos no está presente, entonces se produce un rechazo estético o se alega que se sale de la norma.

Según indica Aristóteles, la simetría es uno de esos elementos que definen la belleza.

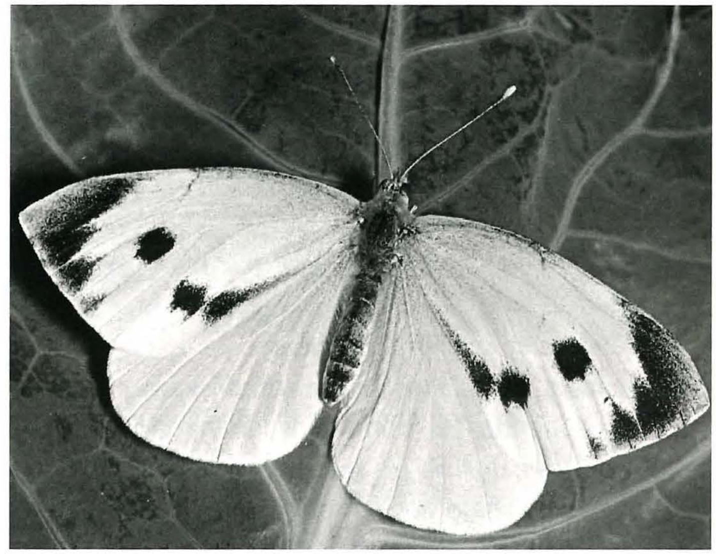
El diccionario de la Real Academia de la Lengua dice lo siguiente refiriéndose a este término:

> **Simetría.** *(Del gr. συμμετρια, a través del lat. symmetría).* ***1.*** *Proporción adecuada de las partes de un todo entre sí y con el todo mismo* ***2.*** *Regularidad en la disposición de las partes o puntos de un cuerpo o figura, de modo que posea un centro, un eje, o un plano de simetría.* ***3.*** *Biol. La que se puede distinguir, de manera ideal, en el cuerpo de una planta o de un animal respecto a un centro, un eje o un plano, de acuerdo con los cuales se disponen ordenadamente órganos o partes equivalentes.*

La simetría entendida en el sentido estricto de imagen especular, se encuentra presente de manera abundante tanto en la naturaleza como en la obra humana. Forma parte del irresistible atractivo de las mariposas, de las hojas de muchas plantas y de objetos diseñados por el hombre.

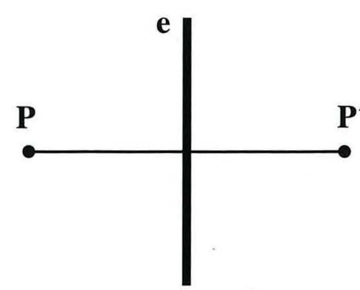
¿Qué es, matemáticamente, la simetría?

Por ahora nos vamos a referir a la simetría llamada bilateral o especular (del latín speculum que significa espejo).



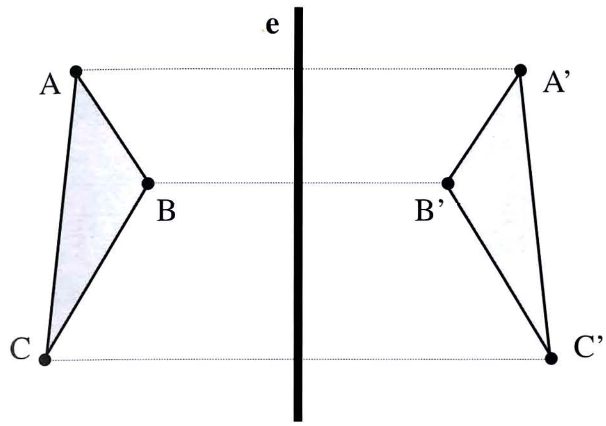
Mariposa de la col.

Imagine que la línea **e** es un espejo colocado verticalmente. Un punto P situado delante del espejo produce un solo punto P' "al otro lado del espejo" y a la misma distancia que P. Esta imagen tan cotidiana es la definición precisa de simetría respecto de una línea.

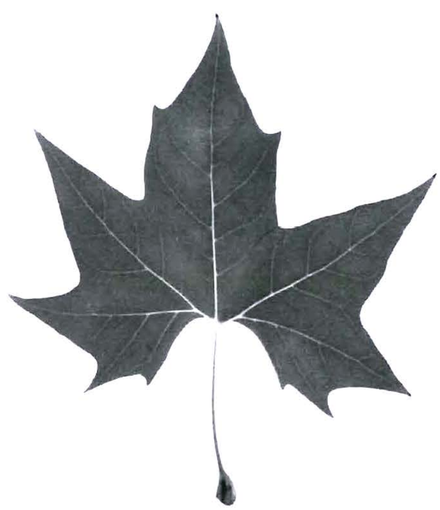


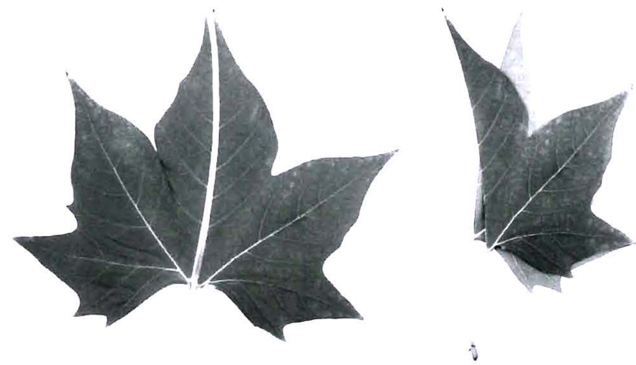
Si ahora consideramos el triángulo ABC, y aplicamos la definición anterior, resultará que el triángulo A'B'C' es el simétrico del ABC respecto de la línea **e**. Parece razonable llamar a esta línea "eje de simetría".

Por eso, en ocasiones, a este tipo de simetría se le llama "axial" (del latín, axem).

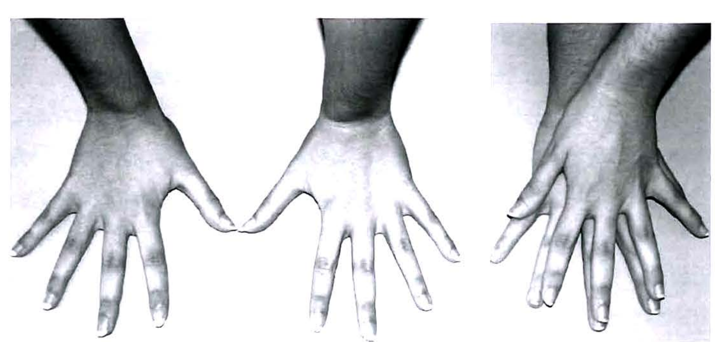


Curiosamente, la simetría perfecta casi no existe en la naturaleza. En efecto, si una hoja de plátano de Indias, la cortamos por su supuesto eje de simetría, obtenemos dos partes que, seguramente nunca coincidirán exactamente.

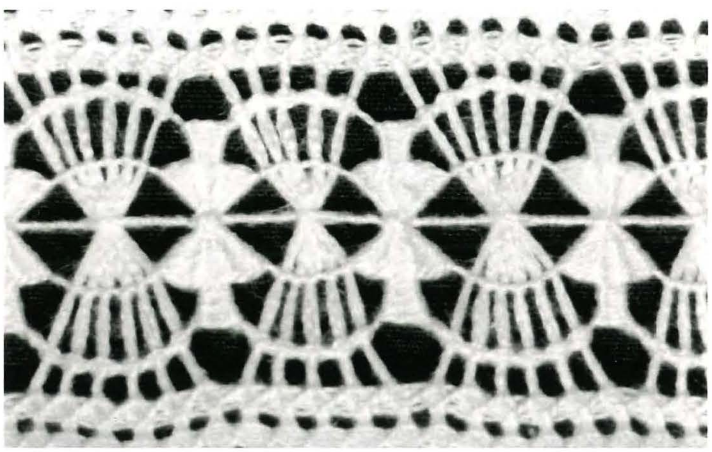




El propio cuerpo humano es un manantial de simetrías. Fijémonos en las manos ¿son iguales? No. Para que dos imágenes sean iguales, ha de suceder que al superponerlas coincidan. En la foto se puede observar cómo las manos superpuestas no lo hacen. Sin embargo, sí son simétricas, como ocurre con los pies, los ojos, etc. Claro que, de nuevo, hacemos la inquietante pregunta ¿son perfectamente simétricas?



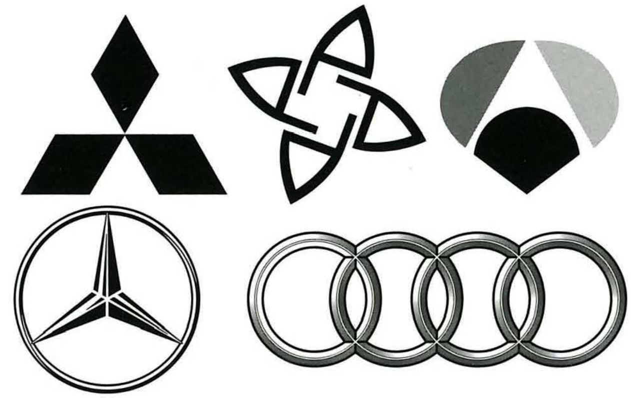
Pero, la mente humana ha ido más allá y, siguiendo a Platón, ha sido capaz de crear la simetría especular perfecta, sin duda inspirada en la naturaleza.



Pescadito. El Escobonal

De este modo, si consideramos la simetría en un sentido más amplio, entonces habrá que incluir también nociones de equilibrio, semejanza y repetición que analizaremos a continuación. Todo este conjunto de conceptos ha sido perfectamente estudiado por las Matemáticas de forma que podemos llegar a estructurar con detalle la simetría como un elemento de belleza profusamente utilizado por el hombre en el diseño de objetos que forman parte de su vida cotidiana, desde el diseño de un anagrama a la distribución de elementos de la fachada de un gran edificio pasando por los calados o la colocación de artículos en un escaparate.

Mirando a su alrededor podrá encontrar una gran cantidad de diseños que utilizan la simetría. Repare en ellos.



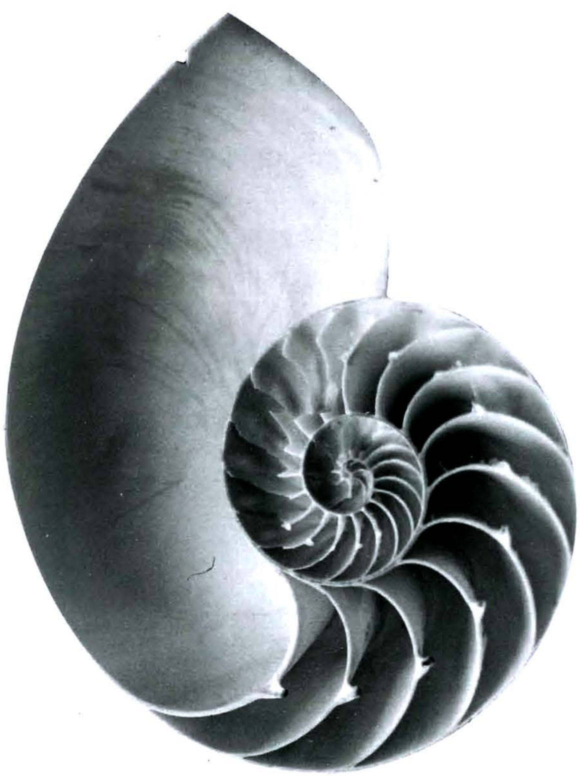
La simetría en el diseño.

En lo que sigue, pues, vamos a intentar penetrar matemáticamente en todos los conceptos y elementos de la simetría. Deseamos hacerlo utilizando un lenguaje lo menos técnico posible. Cuando sea necesario usarlo para proceder a la abstracción o a la formalización, trataremos de explicarlo de manera que se comprenda especialmente la idea. Aconsejamos al lector que no pase de largo e intente comprender los conceptos de forma ordenada. Poco a poco comprobará que empieza a interpretar el material que nos proponemos estudiar, los calados canarios, desde una nueva óptica gracias a las Matemáticas.

La semejanza

La naturaleza que tenemos en nuestro entorno cotidiano contiene ejemplos de semejanza y repetición que llaman poderosamente la atención por la belleza que encierran y transmiten. Tal es el caso de los caracoles. Tratemos de sacar a la luz parte de las Matemáticas que hay implícitas en estos diseños naturales.

Observe el famoso caracol "Nautilus" seccionado de tal manera que queda a la vista el interior de la espiral que forma el caparazón. Podemos comprobar cómo las sucesivas vueltas están constituidas por una misma forma que se repite una y otra vez en diferentes tamaños. Se trata de una sucesión de elementos **semejantes**. En este caso concreto, una semejanza iterativa que puede ser estudiada matemáticamente.

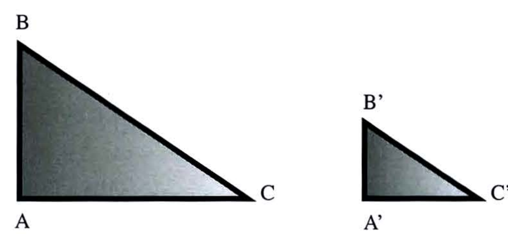


¿Qué es la semejanza?

En la figura se ofrecen dos imágenes de un mismo motivo pero en tamaños diferentes. Esta situación nos inspira una definición provisional: dos figuras son semejantes si tienen la misma forma pero distinto tamaño (piense en las copias fotográficas) .

No podemos decir que las imágenes sean iguales porque, como ya se ha indicado, la igualdad en Matemáticas es muy restrictiva: para poder hablar de igualdad ha de suceder que las dos imágenes coincidan totalmente cuando se las superpone y es evidente que esto no ocurre con las dos imágenes anteriores.

¿Cómo explicar matemáticamente la relación que existe entre dos imágenes semejantes?



En esta nueva figura se presentan dos triángulos semejantes. Si medimos, por ejemplo, los lados AB y A'B', entonces el cociente recibe el nombre de **razón de semejanza** de esas figuras.

$$r = \frac{AB}{A'B'}$$

¿Qué significado tiene el número r?

Si ahora medimos la distancia existente entre dos puntos cualesquiera del triángulo mayor y dividimos por la distancia entre los puntos correspondientes en el pequeño, nos encontramos con que su cociente ¡es también igual a r!

$$r = \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

Esta sencilla característica es la que permite dar una definición precisa del concepto de semejanza:

"Dos figuras son semejantes si el cociente de las distancias entre puntos correspondientes permanece constante".

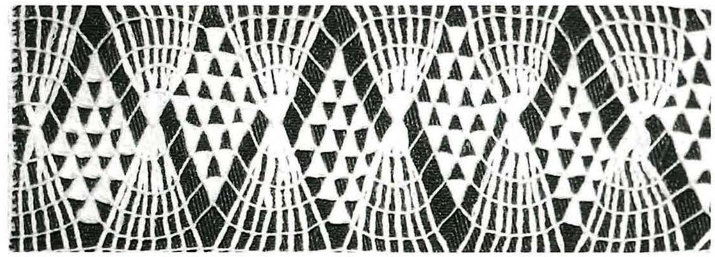
¿Y si la razón de semejanza es igual a 1?
Obviamente, las figuras son iguales.

Los mapas y los planos son ejemplos cotidianos de figuras semejantes pues ambas reproducen a tamaño más pequeño un territorio o una ciudad.

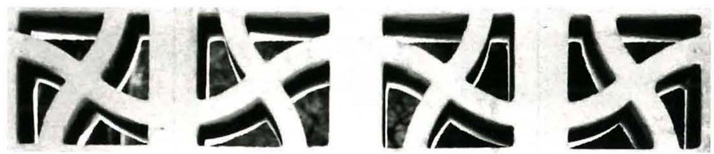
El equilibrio

Es un elemento asociado a la simetría. Si se dispone de un elemento aislado, entonces se dice que carece de equilibrio pues para que éste exista, el elemento debe repetirse por traslación a lo largo de una línea recta.

Pero el ritmo con el que se repite el elemento de partida puede combinarse con simetrías axiales con lo cual aparecen formas variadas según que la simetría presente ejes horizontales, verticales o ambos. En la figura se muestran dos ejemplos en los que partiendo de un elemento y mediante simetrías y traslaciones se va completando esa banda ornamental que, en teoría, puede prolongarse hasta el infinito.



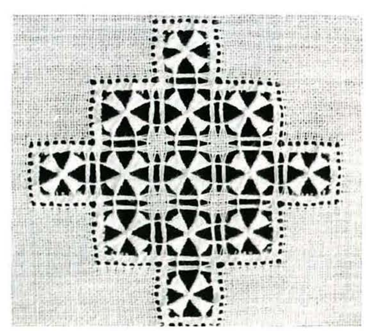
Piña sencilla. La Guancha.



Celosía.

El equilibrio, así entendido, se encuentra abundantemente en diseños elaborados por la creatividad humana, tanto en superficies planas (calados, celosías, telas, bordados, papeles pintados, ...) como en sólidos (columnas, piezas de cerámica de diferentes formas, ...)

Módulo.

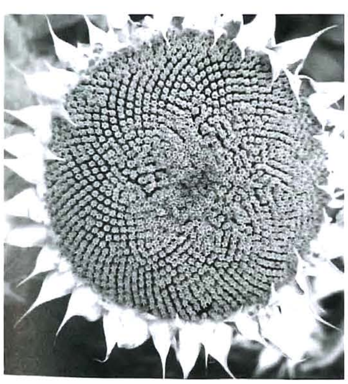


Calzoncillo de mago. La Orotava.

Como puede observarse, en estos diseños elaborados a base de repeticiones, hay un elemento individual que juega un papel esencial. Se trata del módulo o motivo que, como se verá más adelante, es clave en el estudio que estamos realizando.

Las espirales

Como en otras situaciones, la naturaleza proporciona la idea y el hombre la abstrae. Es el caso de las espirales que aparecen en numerosos seres naturales: ya vimos que la concha del "Nautilus" presenta una espiral de sorprendente belleza y perfección. Puede comprobar que otros caracoles también presentan esa distribución en sus conchas; las semillas de los girasoles crecen formando espirales y también las hojas de la palmera, las piteras, las escamas de la piña del pino, de la piña tropical, etc. aunque éstas últimas situadas en el espacio (helicoides).



La obra del hombre está repleta de este elemento. Puede verlo en rejas, columnas, pintaderas,... y en los calados.

¿Cómo se genera una espiral?

La observación de las espirales en su entorno le permitirá comprobar que existen modelos distintos; le vamos a explicar sólo dos y además podrá dibujarlas siguiendo las instrucciones que le proporcionamos. Los nombres responden a consideraciones que omitimos pues no son esenciales para su comprensión.

Espiral arquimediana

Un ejemplo sencillo nos lo proporciona la manguera enrollada. Veamos un método para dibujarla.

a) Trace un haz de ocho rectas separadas entre sí el mismo número de grados (22° 30') tal como indica la figura (1).

b) En la línea e_1 marque un punto, por ejemplo, a 1 cm del centro.

c) En la línea e_2 marque el punto a 1'1 cm y en las siguientes añada 1 mm a la anterior y marque los puntos correspondientes. Puede dar tantas vueltas como quiera.

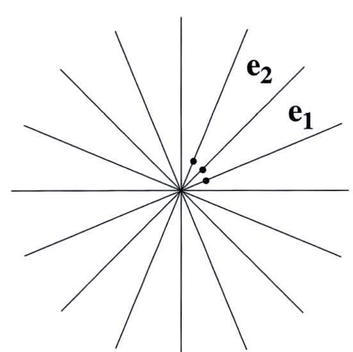


fig. (1)

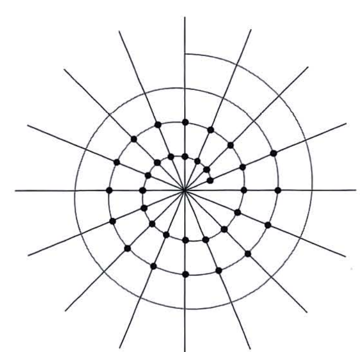


fig. (2)

d) Uniendo los puntos marcados consiguirá una espiral arquimediana, figura (2).

En resumen, observe que lo que se hace en este caso es aumentar 1 mm la distancia del punto al centro cada vez que se pasa a la línea siguiente. La espiral dibujada avanza hacia la izquierda en sentido contrario a las agujas del reloj y se dice que es levógira. Si avanza en el otro sentido se llama dextrógira.

Espiral logarítmica

La espiral del "Nautilus" es un ejemplo.

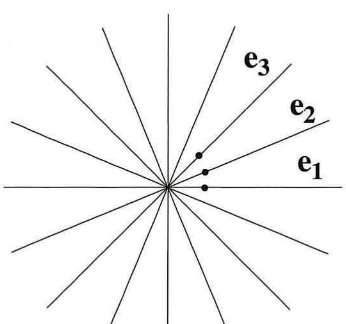


fig. (3)

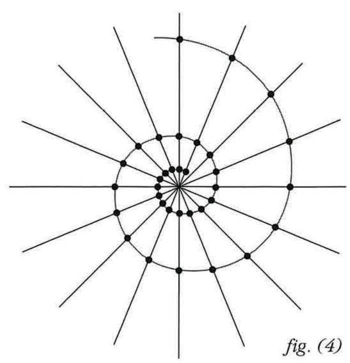


fig. (4)

Para dibujar una espiral de este tipo partimos de la misma situación anterior: dieciséis semirrectas separadas entre sí el mismo número de grados, figura (3). ¿Cuál es, entonces, la diferencia? Veamos los pasos a seguir:

a) Marque sobre la línea $\mathbf{e_1}$ un punto, por ejemplo, a 1'1 cm del centro.
b) Sobre la línea $\mathbf{e_2}$ marque otro punto a una distancia de $1'1^2=1'21$ cm.
c) Sobre la línea $\mathbf{e_3}$ marque otro punto a una distancia de $1'1^3=1'331$ cm y así sucesivamente.
d) Uniendo los puntos marcados conseguirá una espiral logarítmica.

Puede entretenerse dibujando nuevas espirales cambiando los datos de los ejemplos anteriores.

Isometrías

El estudio y la descripción matemática que pretendemos hacer de los calados necesita el conocimiento de las isometrías en el plano. Nos servirán después para clasificar los diferentes modelos de calados.

La palabra **isometría** tiene una etimología que indica cuál es su significado geométrico: "iso", igual; "metría", medida. En efecto, una isometría es un movimiento que, aplicado a una figura, no cambia ni su forma ni su tamaño tras producirse el mismo. Es decir, las distancias entre puntos correspondientes de la figura en su posición inicial y en su posición final, permanecen iguales.

Si se tiene un elemento y se desea realizar un movimiento de esas características, entonces, sorprendentemente, sólo disponemos de cuatro posibilidades y son las siguientes:

a) se traslada de un lugar a otro **(traslación)**.
b) se gira respecto de un determinado centro de giro **(giro)**.
c) es sometida a una simetría a lo largo de un eje **(simetría)**.

d) es sometida a una simetría y después se desplaza **(simetría con deslizamiento)**.

Estudiemos con más detalle cada uno de estos **movimientos rígidos** o **isometrías** tratando de estructurarlos.

1.- Traslación

La idea de traslación es muy intuitiva pues consiste en desplazar un elemento a lo largo de una recta. En la figura (5) se ha desplazado hacia la derecha el módulo que se encuentra a la izquierda.

Formalicemos esta situación. Observe que si P_1 y P_2 son dos puntos correspondientes a la posición inicial y final, respectivamente, el vector $\overline{P_1P_2} = \bar{a}$ será el vector que define la traslación pues cualesquiera otros dos puntos correspondientes de las imágenes inicial y final, se han trasladado un vector equivalente a $\overline{P_1P_2}$. La traslación de vector $\bar{a}$ se notará por $T_{\bar{a}}$

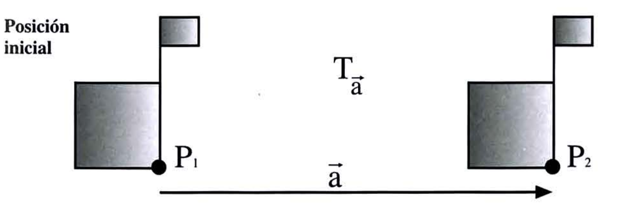


fig. (5)

Traslación de vector $\bar{a}$

2.- Giro

Para que un giro quede definido se necesitan dos elementos: el centro de giro y la amplitud del ángulo de giro.

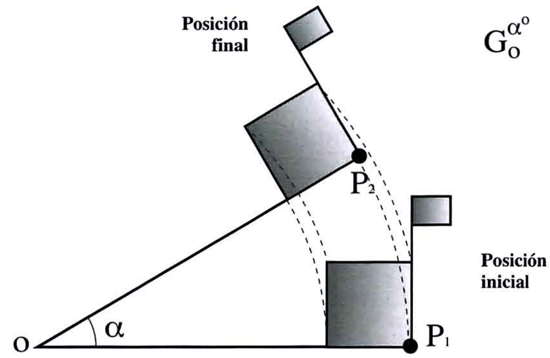


fig. (6)

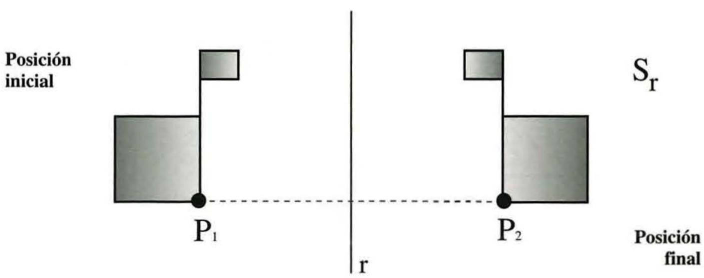
Giro de entro O y amplitud α grados

En la figura (6) se esquematiza el movimiento: el módulo situado en la posición inicial pasa a la posición final al someterlo a un giro centrado en el punto O y con una amplitud de α grados (α^o). Tomados dos puntos P_1 y P_2 correspondientes en las figuras inicial y final, el ángulo $\widehat{P_1 O P_2}$ mide α^o. Este giro se notará indicando los dos elementos que lo definen:

$$G_O^{\alpha^o}$$

3.- Simetría axial (o especular)

Como ya ha sido definida, trataremos ahora de formalizarla. Se ha de contar con una recta r que cumple la siguiente propiedad: si P_1 y P_2 son dos puntos correspondientes de las figuras inicial y final, entonces la distancia de P_1 a r es igual a la distancia de P_2 a r, siendo, además, el vector $\overline{P_1 P_2}$ perpendicular al eje r. Si desea un apoyo visual a este movimiento coloque un espejo perpendicular al plano en el que está la figura inicial y cuyo filo coincida con la recta r: la imagen que se ve en el espejo es su simétrica respecto de dicha recta r.



Simetría axial de eje la recta r

La simetría de eje r la notaremos por:

$$S_r$$

4.- Simetría con deslizamiento

Se trata de una combinación de dos movimientos: una traslación y una simetría axial. Las figuras (7) y (8) muestran la aplicación de ambos movimientos. Se observa que no influye el orden en el que se apliquen, en el sentido de que la imagen final es la misma en ambos casos.

Así, pues, se trata de la aplicación sucesiva de una traslación y una simetría axial sin que influya el orden de aplicación en el resultado final. La representaremos por:

$$S_r \circ T_{\vec{a}} \quad \text{ó bien} \quad T_{\vec{a}} \circ S_r$$

Primero la traslación y después la simetría

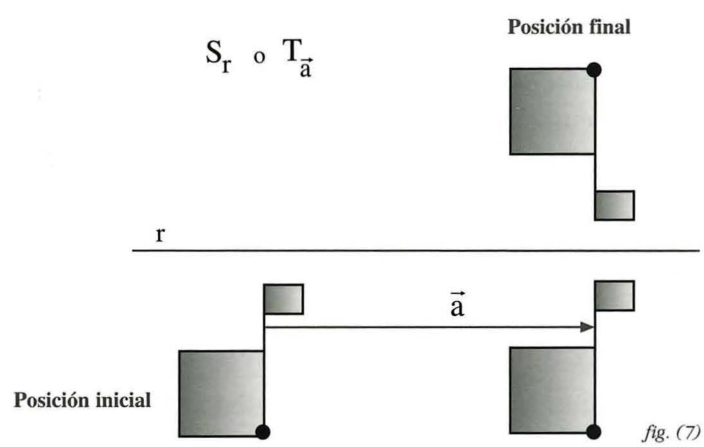


fig. (7)

Primero la simetría y después la traslación

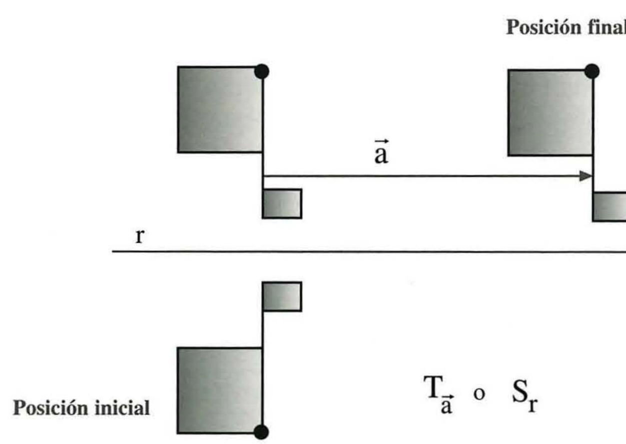
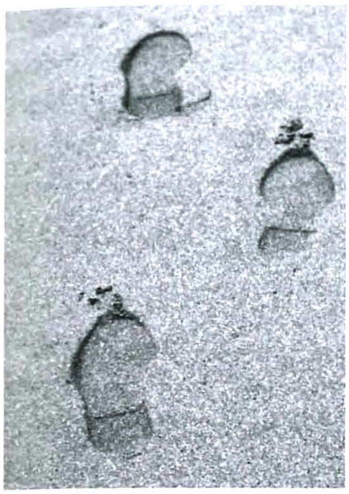
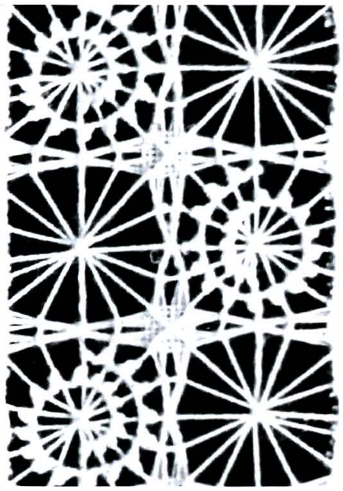


fig. (8)

Una imagen gráfica y popular de este movimiento es la huella de los pies de una persona que camina, por ejemplo, sobre la arena mojada.



Huellas del pie: simetría y traslación



Modelo de calado

Isomorfismos

Recurriendo de nuevo a la etimología, se trata de una palabra compuesta por "iso", que significa "igual" y "morfismo" que quiere decir "forma". Por tanto un isomorfismo es un movimiento que deja la figura original con la misma forma y en el mismo lugar. Se dice también que la figura permanece "invariante".

Se deduce inmediatamente que una traslación no es un isomorfismo pues, salvo en el caso en que el vector de traslación sea nulo $\overline{0}$, la figura al final del movimiento no estará en el mismo lugar que al principio. En cambio, hay giros que pueden ser isomorfismos, al igual que ciertas simetrías axiales. Todo ello depende de la forma que tenga el objeto. Observe, por ejemplo, el módulo que aparece en la figura (9). En ella se señalan el giro y las dos simetrías que lo dejan invariante. Es evidente que un giro de centro O y amplitud 360° también lo deja invariante; este es el movimiento conocido como **identidad** que se representa por la letra **I**. Por lo tanto, el conjunto de los isomorfismos de este módulo tiene cuatro elementos:

- un giro de 360° con centro en el punto O, (centro del módulo) que es la **I**.
- un giro de 180° con centro en el punto O.
- una simetría de eje r_1.
- una simetría de eje r_2.

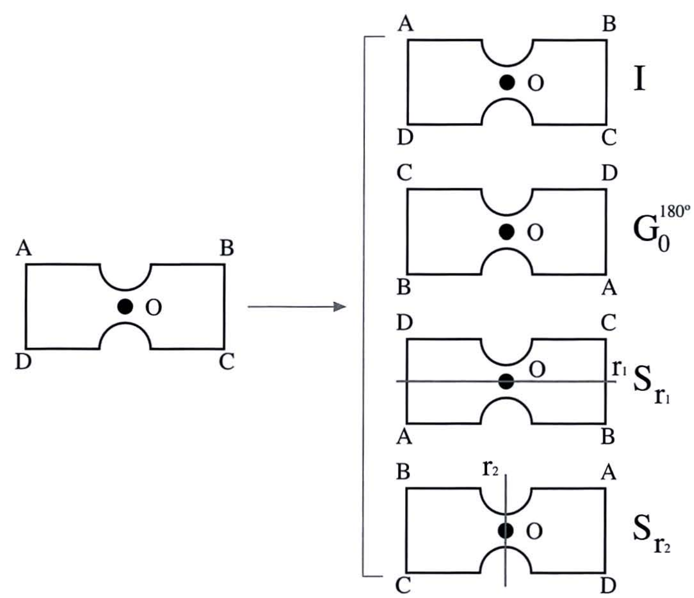
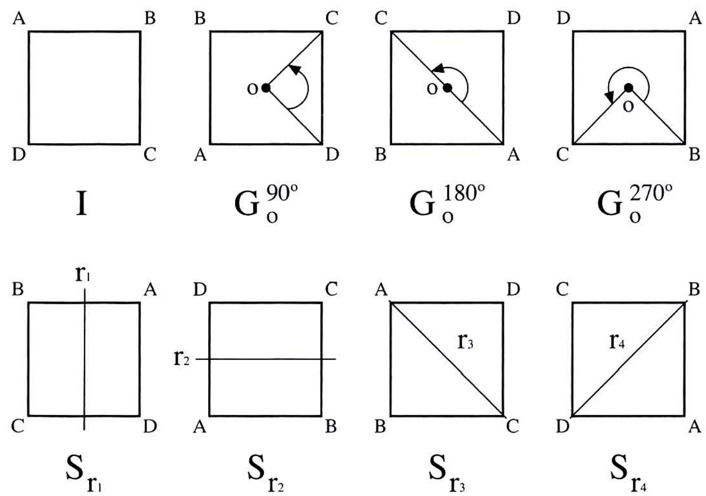
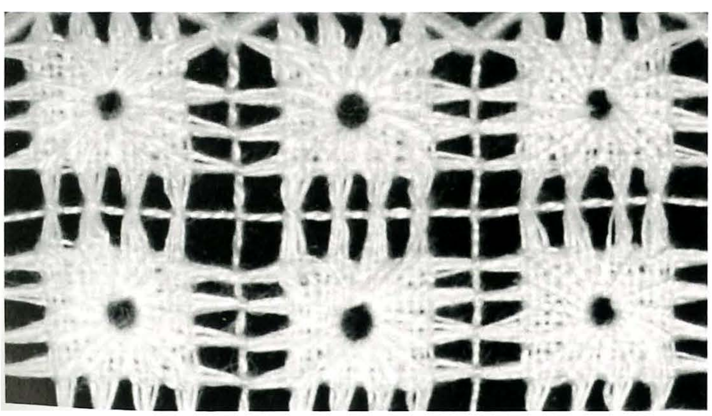


fig. (9)

Puede dibujar otros módulos y tratar de obtener los isomorfismos en cada caso. Compruebe, por ejemplo, que el cuadrado tiene un conjunto formado por ocho isomorfismos (figura 10).



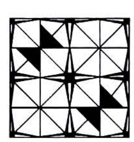
Todos los isomorfismos de un cuadrado *fig. (10)*



Galletita bordada. El Escobonal.

Así pues, cada módulo tiene un determinado número de isomorfismos que depende de su forma.

¿Cuantos isomorfismos tiene este módulo?

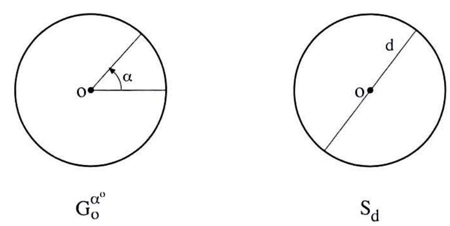


Y un círculo ¿cuántos tiene?

Esta figura representa un caso extremo: cualquier giro, con centro en el centro del mismo, es un isomorfismo, así como cualquier diámetro es un eje de simetría. Lo estudiaremos a continuación.

Simetría rotacional. Rosetones

Hemos visto en el apartado anterior que el círculo tiene una interesante propiedad que condiciona su número de isomorfismos: cualquier giro, centrado en el centro del mismo, es un isomorfismo. También lo son todas las simetrías de eje un diámetro. Por tanto, en un círculo el conjunto de isomorfismos tiene infinitos elementos.



Isomorfismos del círculo

Sin embargo, cuando en el círculo existe algún dibujo que se repite en sectores de igual amplitud, el número de isomorfismos es finito y la figura formada recibe el nombre de rosetón.

Se trata de un elemento geométrico que se presenta con mucha frecuencia en la naturaleza (especialmente en las flores) y es utilizado abundantemente por el hombre con fines casi siempre decorativos.

En la figura (11) se muestra un ejemplo de rosetón. Si se gira 90° en torno al centro se obtiene la misma imagen, ya que existe un elemento que se repite cuatro veces. Este elemento repetitivo recibe el nombre de **pétalo del rosetón.**

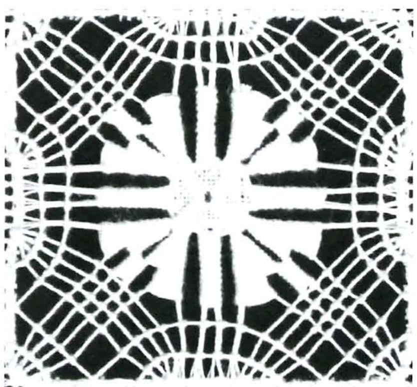


fig. (11)

El popular molinillo de la figura (12) es también un rosetón de cuatro pétalos igual que el calado anterior pero, a diferencia de éste, sus pétalos no son simétricos, es decir, en el calado los pétalos presentan un eje de simetría, que coincide con un radio, mientras que en los del molinillo no lo hay.

fig. (12)

Tomando como criterio el que los pétalos sean o no simétricos, los rosetones se pueden clasificar en dos grandes grupos, a saber:

a) **Rosetones diédricos:** son aquellos cuyos pétalos presentan eje de simetría radial. Si tienen n pétalos se les representa por d_n.

b) **Rosetones cíclicos:** son aquellos cuyos pétalos no presentan eje de simetría radial. Si tienen n pétalos se les representa por c_n.

Según esto, el rosetón de la figura (12) es un c_4 y el calado de la figura (11) es un d_4.

Los rosetones que aparecen en la figura (13) pertenecen a uno de los modelos que se dan a continuación de manera desordenada. ¿Puede identificarlos?

c_{12}, c_4, d_4, d_5

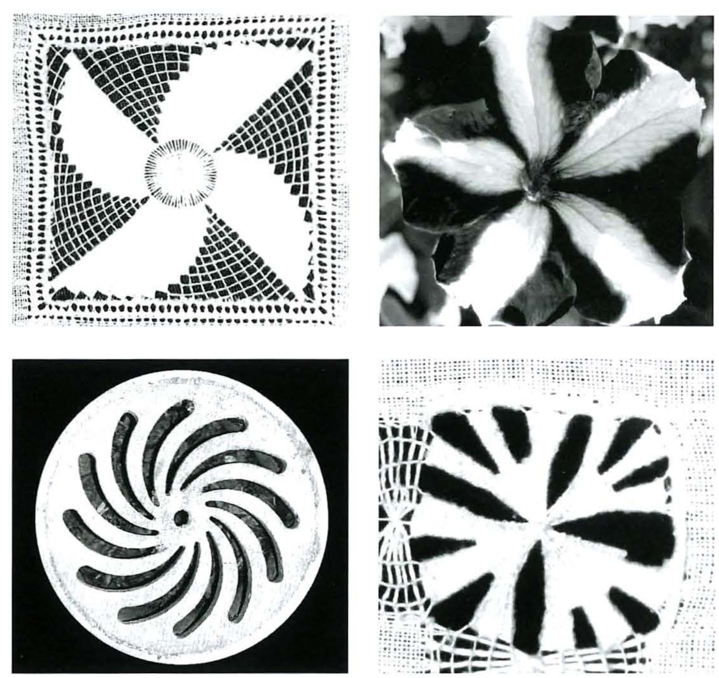
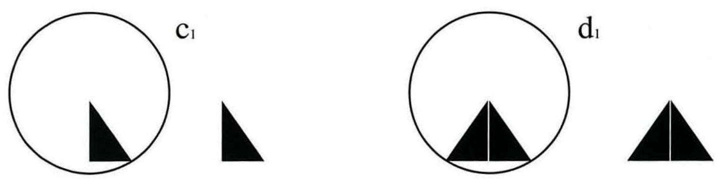
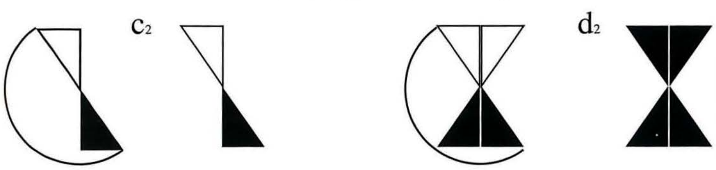


fig. (13)

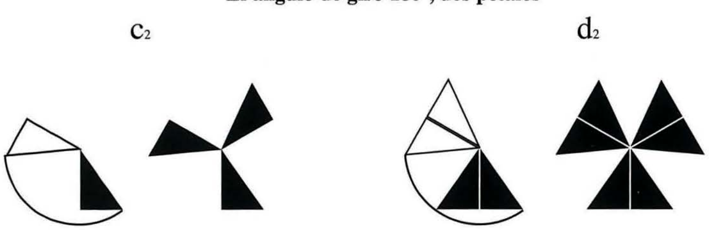
Leonardo da Vinci estudió y utilizó estos dos tipos de simetría rotacional. A continuación presentamos un esquema para generar rosetones.



El ángulo de giro 360º, un sólo pétalo



El ángulo de giro 180º, dos pétalos



El ángulo de giro 120º, tres pétalos

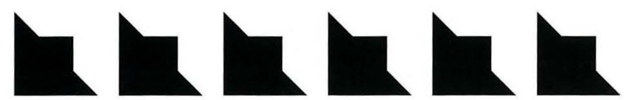
Frisos

Cuando un módulo se repite por traslación a lo largo de una franja, entonces decimos que se forma un **friso**. Se trata del modelo matemático al que se ajusta la mayoría de los calados como comprobaremos posteriormente.

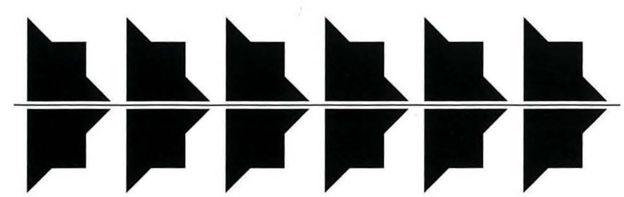
Aunque se pudiera pensar otra cosa, sorprendentemente, sólo existen siete modelos de friso. Con el fin de realizar el estudio de una forma que creemos más didáctica, primero procederemos a describirlos y a continuación introduciremos una notación que permita identificarlos. Finalmente propondremos un algoritmo de clasificación.

Descripción

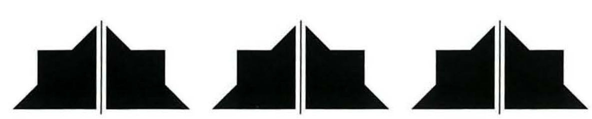
Sólo existe la traslación como única isometría.



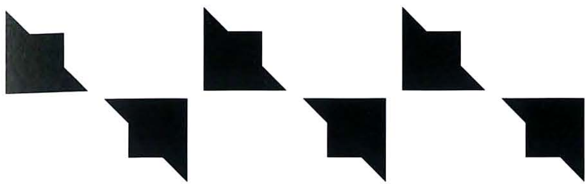
Existe un eje de simetría horizontal. En este caso la figura aparece a un lado y otro del eje y se repite por traslación.



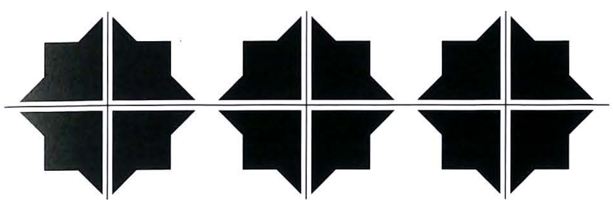
Existe simetría de eje vertical.



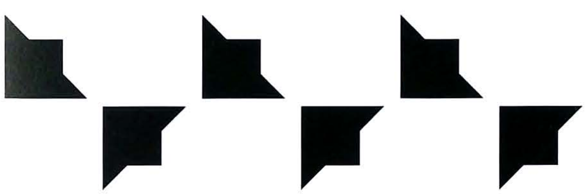
La única simetría posible es rotacional, c_2 ó d_2, esto es, los giros de 180º.



Existe simetría horizontal y también vertical



Simetría horizontal con deslizamiento.



Simetría vertical y horizontal con deslizamiento.

Notación

La siguiente notación ha sido extraída del ámbito de la cristalografía. Permite caracterizar a los distintos frisos asignándoles un código cuyas claves explicaremos a continuación. A cada friso se adjudicarán cuatro símbolos que se escriben de forma consecutiva y que son independientes entre si.

Primer símbolo

Cuando un diseño se repite de manera periódica siguiendo una dirección horizontal, entonces su notación tiene como primer símbolo una p. Si consideramos que la traslación es una característica esencial de todo friso (si no hay traslación deja de ser un friso), se tiene que la notación de todos ellos empieza por la letra **p** (passage).

Segundo símbolo

Se refiere a la existencia de simetría de eje vertical, es decir, perpendicular a la dirección del desplazamiento. Si existe simetría, el segundo símbolo es una **m** (mirror). En caso contrario, tras la p se colocará un **1**.

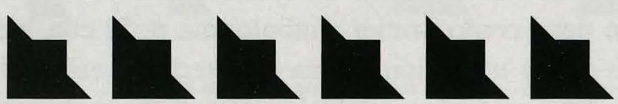
Tercer símbolo

Representa la existencia o no de simetría horizontal, es decir, el eje de simetría, en la misma dirección del desplazamiento. Si en el friso aparece un módulo y su simétrico, entonces el tercer símbolo es una **m** (mirror). Si lo que aparece es la imagen simétrica desplazada en el sentido del movimiento (simetría horizontal con desplazamiento) entonces el símbolo es una **a** (advanced). Si el friso no presenta simetría horizontal, el tercer símbolo es un **1**.

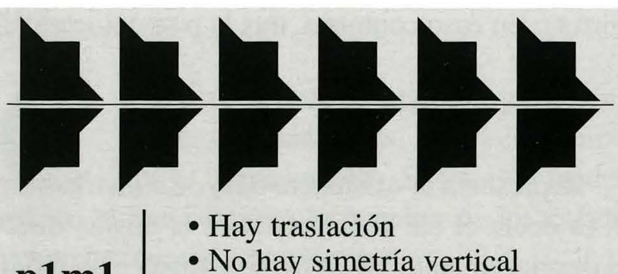
Cuarto símbolo

Es un **2** cuando existe un giro de 180°, es decir, una simetría rotacional. En caso contrario es un **1**.

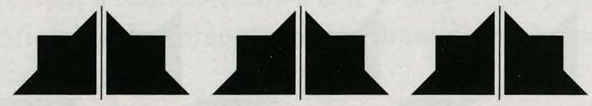
Teniendo en cuenta estos criterios, repetimos los frisos para construir la notación de cada uno de ellos:



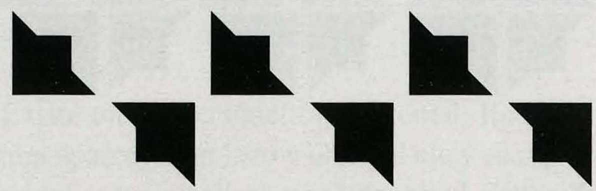
p111
- Hay traslación
- No hay simetría vertical
- No hay simetría horizontal
- No hay simetría rotacional



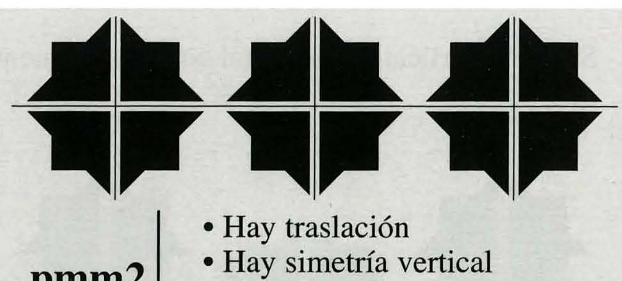
p1m1
- Hay traslación
- No hay simetría vertical
- Hay simetría horizontal
- No hay simetría rotacional



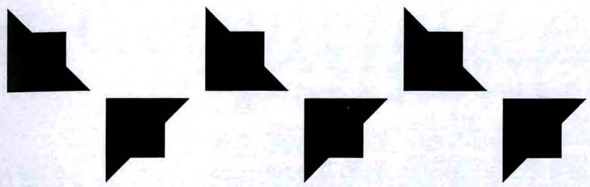
pm11
- Hay traslación
- Hay simetría vertical
- No hay simetría horizontal
- No hay simetría rotacional



p112
- Hay traslación
- No hay simetría vertical
- No hay simetría horizontal
- Hay simetría rotacional



pmm2
- Hay traslación
- Hay simetría vertical
- Hay simetría horizontal
- Hay simetría rotacional



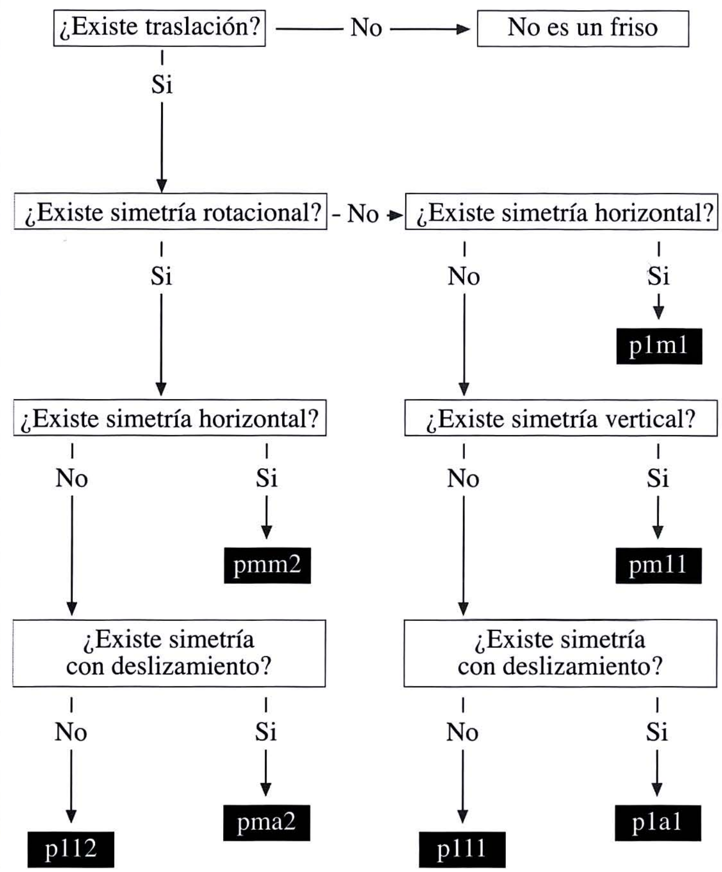
p1a1

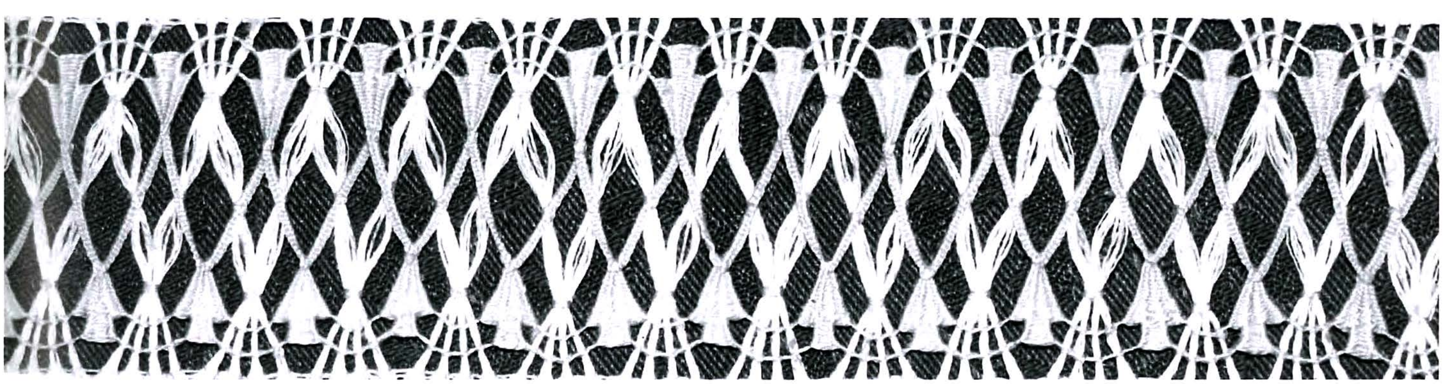
- Hay traslación
- No hay simetría vertical
- Hay simetría horizontal con deslizamiento
- No hay simetría rotacional

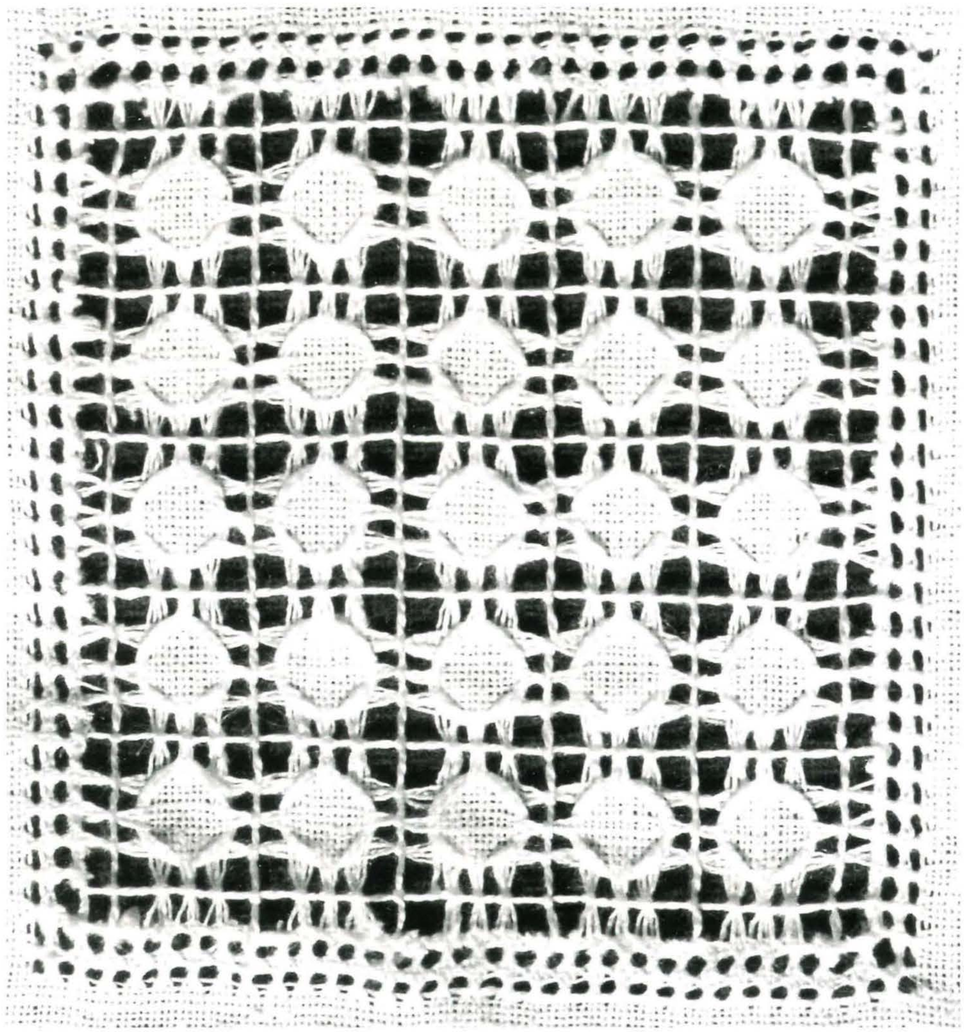
pma2

- Hay traslación
- Hay simetría vertical
- Hay simetría horizontal con deslizamiento
- Hay simetría rotacional

Algoritmo de clasificación. (De Rose-Stafford)







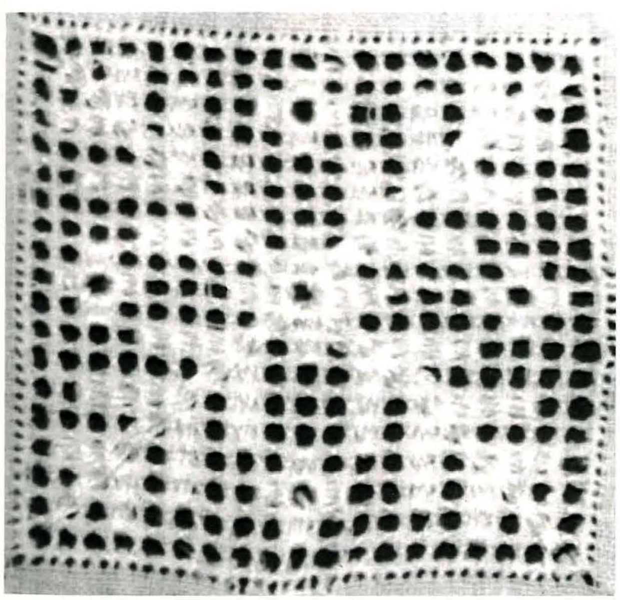
Ojito de perdiz. El Escobonal.

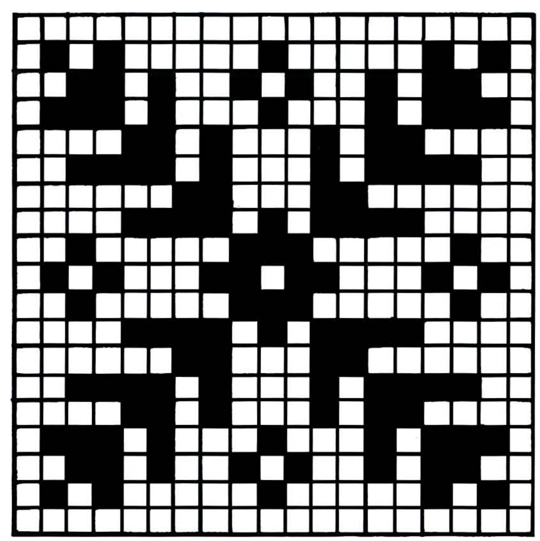
La Geometría en los calados

Análisis de algunos módulos de calados

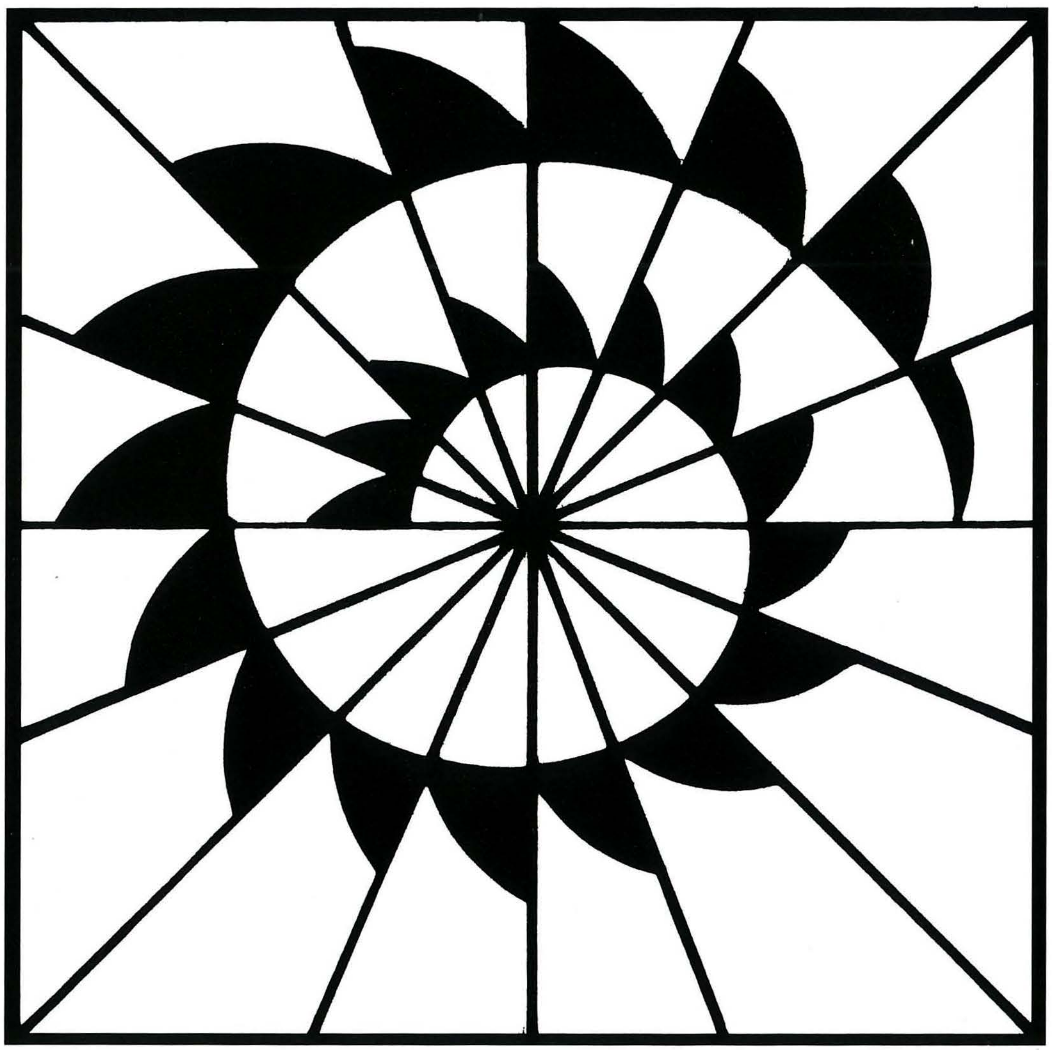
Existe una gran variedad de módulos si bien es cierto que algunos modelos son más abundantes que otros. Es el caso, por ejemplo, del llamado "cruz y arañón" que se encuentra en todas las zonas.

A continuación vamos a geometrizar varios módulos. Consiste en hacer un dibujo que corrija todas las imperfecciones de los modelos reales y pasar luego a estudiarlos desde el punto de vista de los frisos, es decir, unirlos para dar lugar a distintos modelos de calados que se correspondan con los grupos de frisos.





Espiga. El Escobonal.



Módulo nº 1

Descripción:

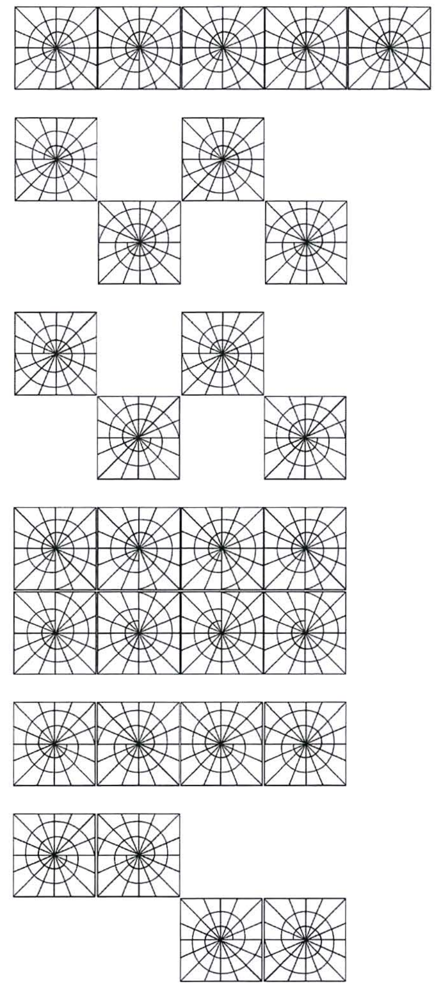
Forma una curiosa espiral de tipo arquimediano pero con la singularidad de que la pestaña que forma el dibujo a lo largo de los hilos va haciéndose cada vez mayor. La espiral que abre en el sentido de las agujas del reloj es la dextrógira y la otra es la levógira.

En los modelos que hemos encontrado existen ambas espirales pero no todas las caladoras hacen la pestañas a lo largo del recorrido de la misma. Es también bastante frecuente encontrar la espiral confeccionada con una sola hebra.

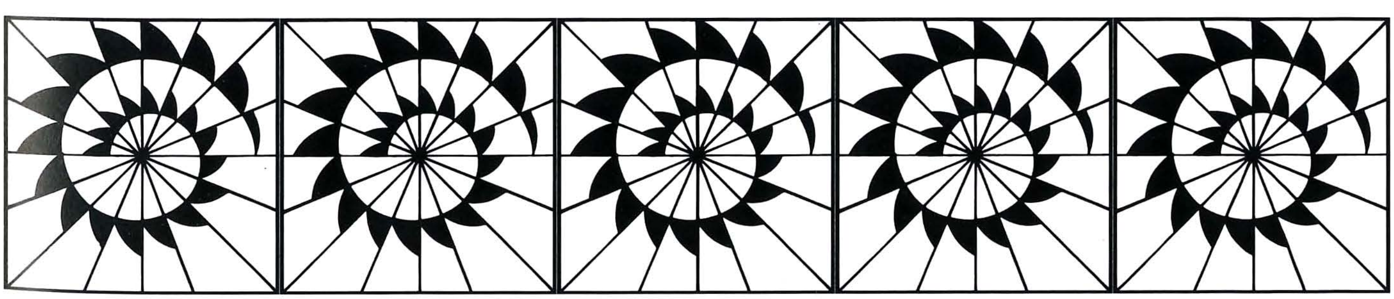
Estos módulos no poseen ningún tipo de isomorfismo salvo la identidad.

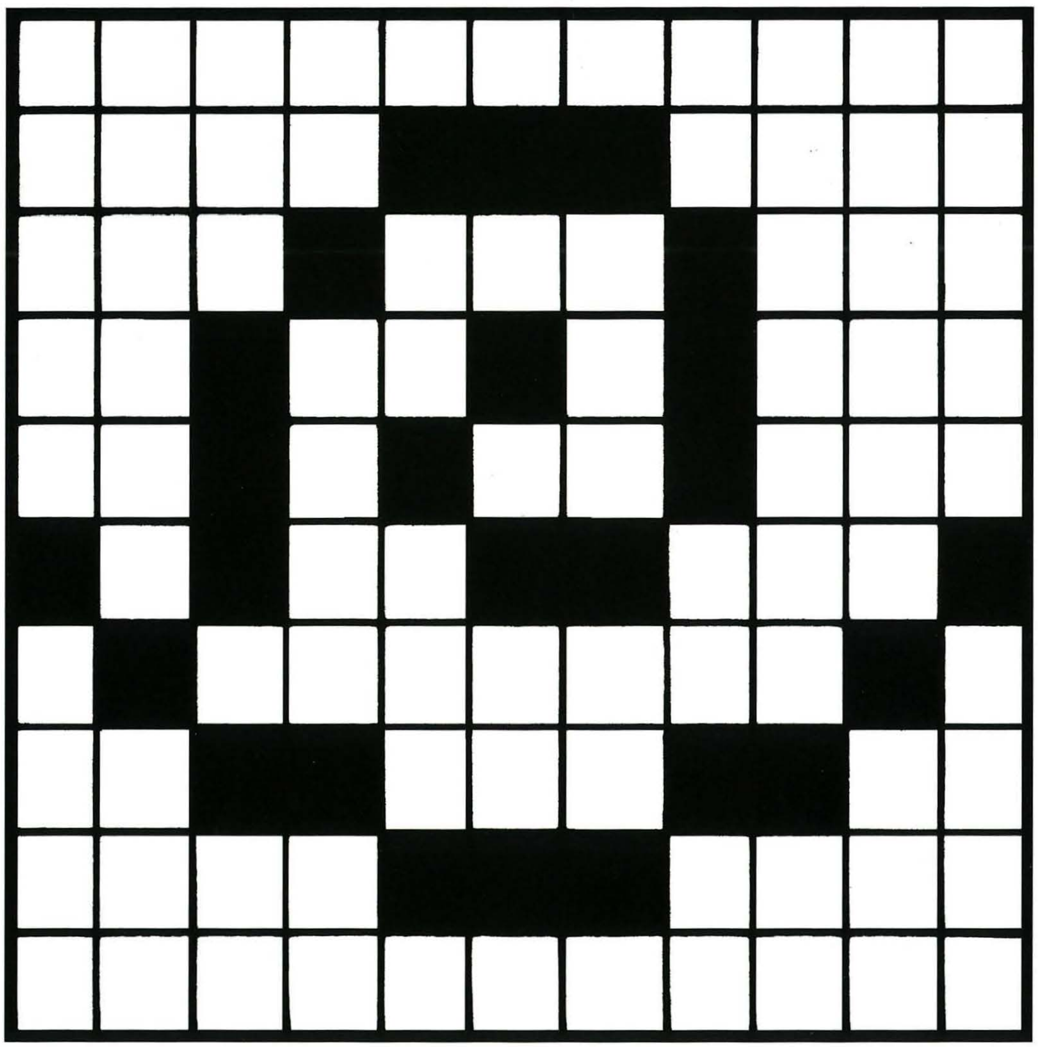
Combinando los dos modelos podemos construir calados pertenecientes a los siete grupos de frisos estudiados, aunque no todos existen en la realidad. Al menos no los hemos visto, por ahora. Dejamos al lector que los clasifique.

¿Cuál es el que falta?



Friso: p111





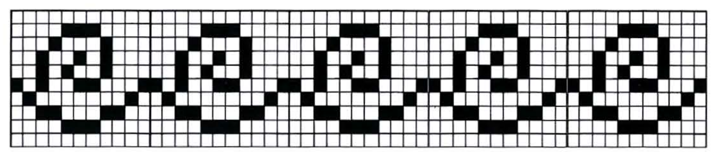
Módulo nº 2

Descripción:

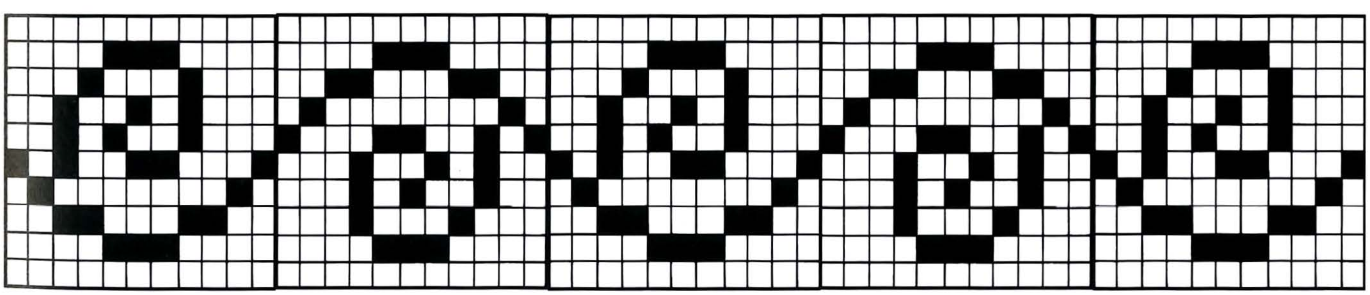
El módulo presenta dos piezas perfectamente diferenciadas: una espiral levógira que se consigue cubriendo con hilos los cuadraditos vacios que se forma con los deshilados y una figura simétrica, que se obtiene con la misma técnica, cuyo eje de simetría es vertical.

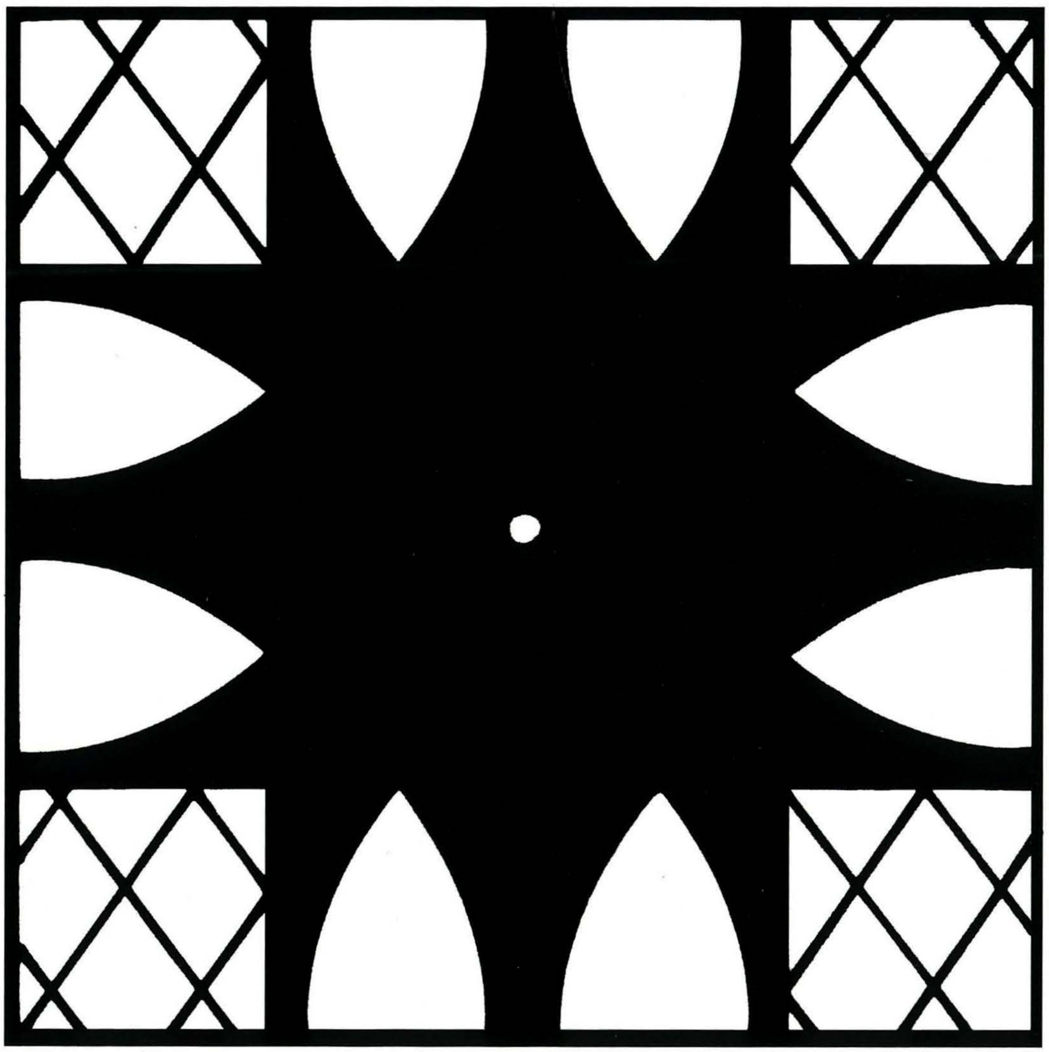
Al unir un módulo con el siguiente se realiza un giro de 180º haciendo que el friso que se forme corresponda al **p112** del que no existen muchos modelos.

El módulo en su conjunto no presenta ningún tipo de isomorfismo salvo la identidad. A pesar de que la unión de módulos podría hacerse también por traslación, veáse la figura, no encontramos ningún calado de esas características.



Friso: p112



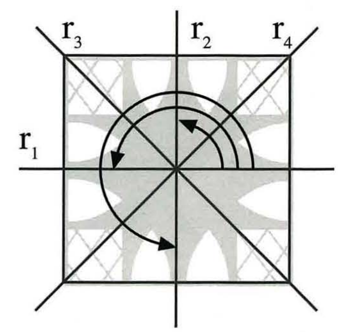


Módulo nº 3

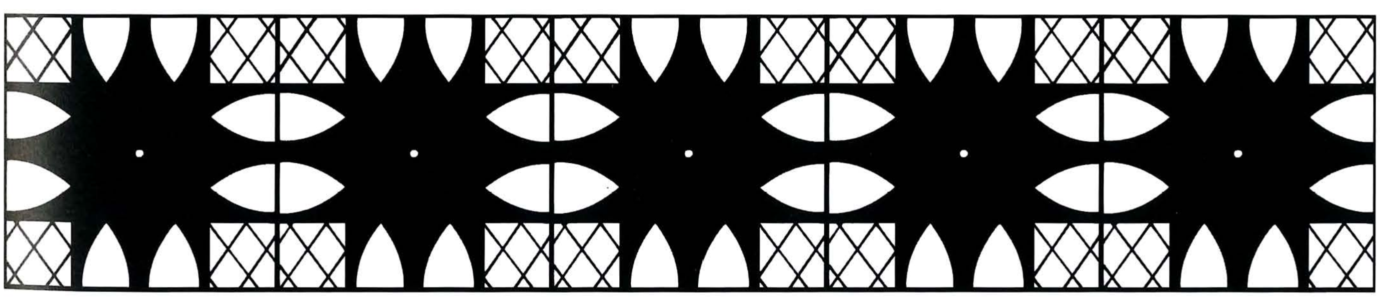
Descripción:

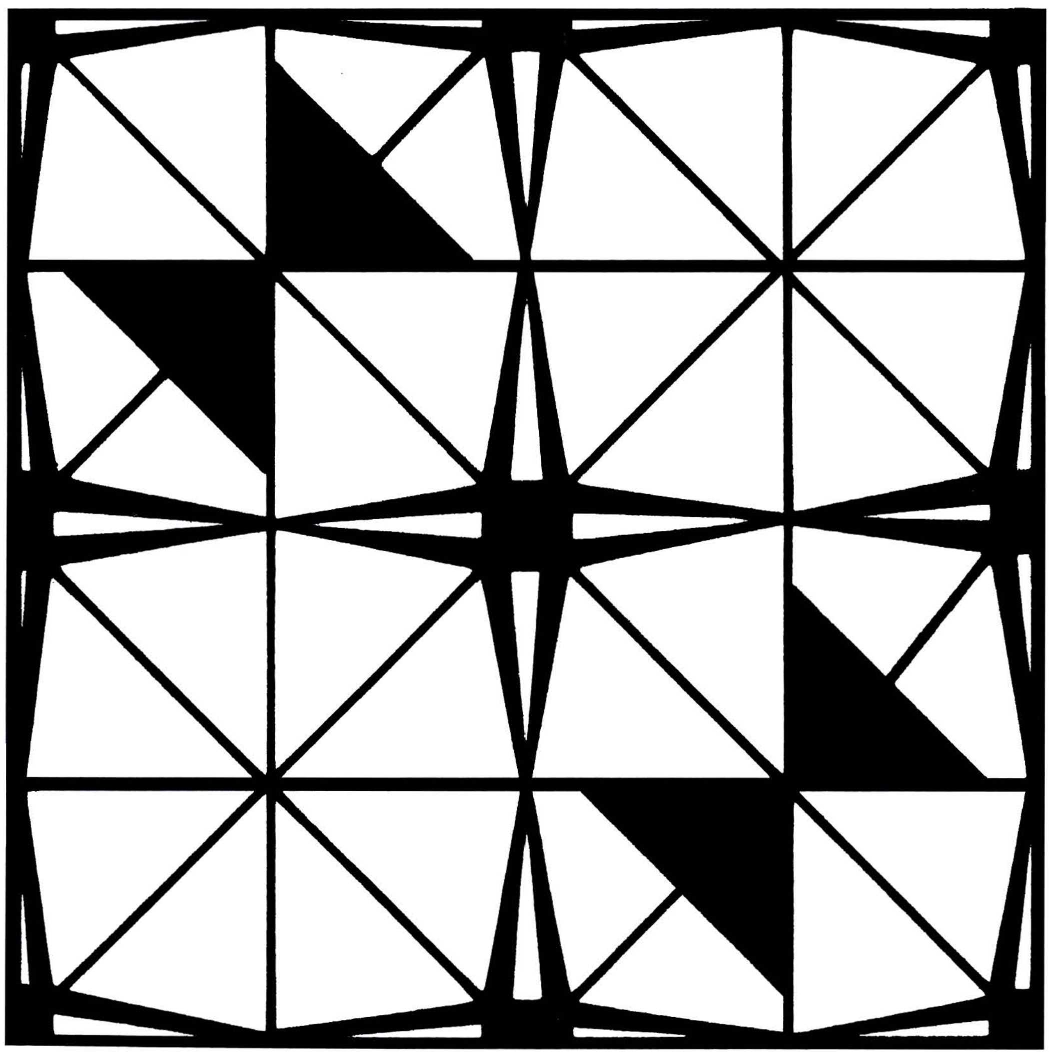
Posee los ejes de simetría r_1 y r_2 perpendiculares, que se mantienen al formar el friso uniendo módulos. El resultado es un friso del tipo **pmm2**. Pero además, tiene como isomorfismos la identidad, cuatro simetrías de ejes perpendiculares dos a dos (r_1, r_2, r_3 y r_4) y los giros de centro el de la figura y amplitudes de 90º, 180º y 270º. Así que su conjunto de isomorfismos está formado por:

$$G = (I, G_O^{90^\circ}, G_O^{180^\circ}, G_O^{270^\circ}, S_{r_1}, S_{r_2}, S_{r_3}, S_{r_4})$$



Friso: pmm2

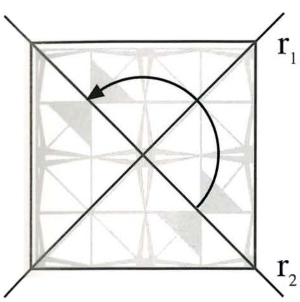




Módulo nº 4

Descripción:

Fue realizado especialmente para este trabajo por Doña Juana Mesa. El módulo presenta como isomorfismos además de la identidad, las simetrías de ejes las dos diagonales y el giro de centro el de la figura y amplitud 180º.



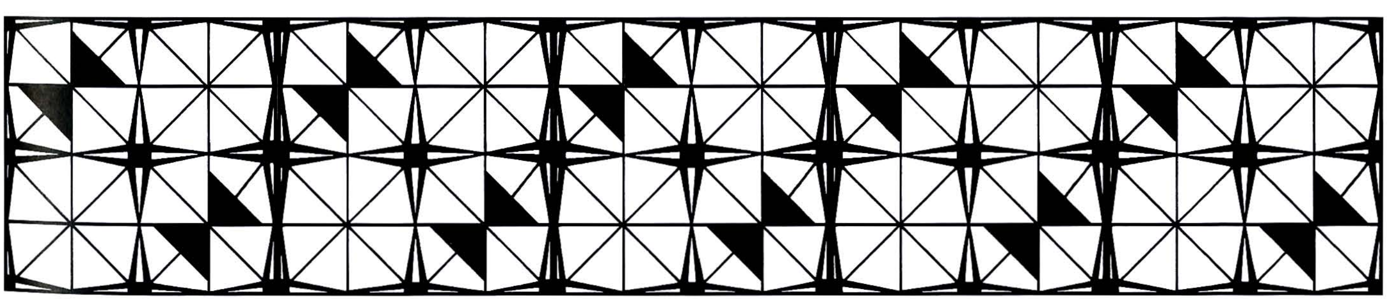
$$G = (I, G_O^{180°}, S_{r_1}, S_{r_2})$$

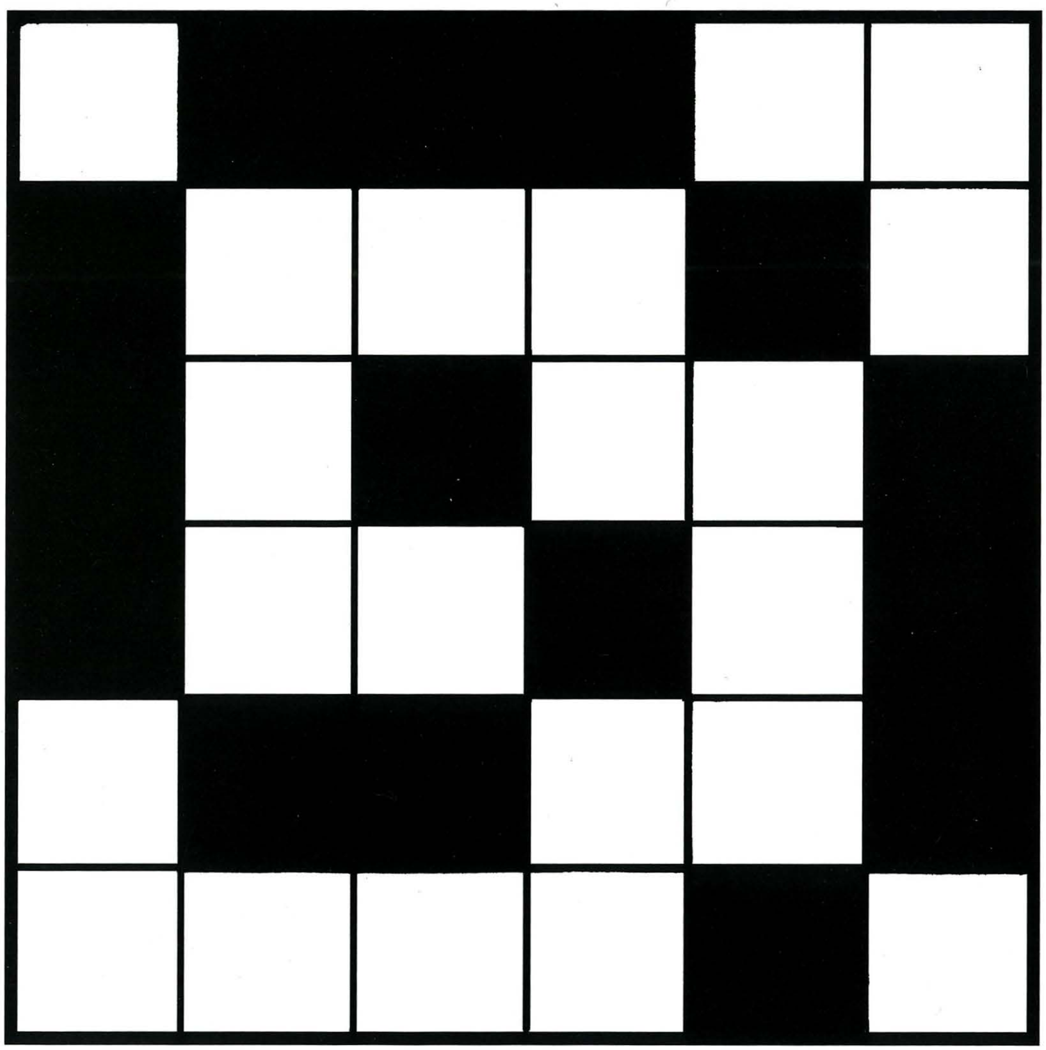
Hay que fijarse en que la parte inferior derecha se consigue girando la superior izquierda 180º y no mediante una simetría con deslizamiento como puede probar con facilidad.

El friso obtenido es del tipo **p112.**

Con este módulo se pueden conseguir todos los grupos de frisos. ¿Quiere intentarlo?.

Friso: p112





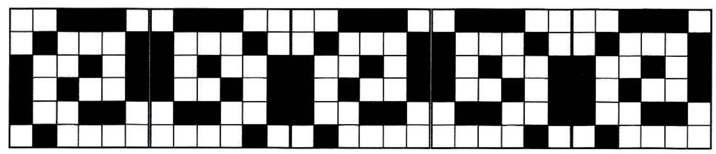
Módulo nº 5

Descripción:

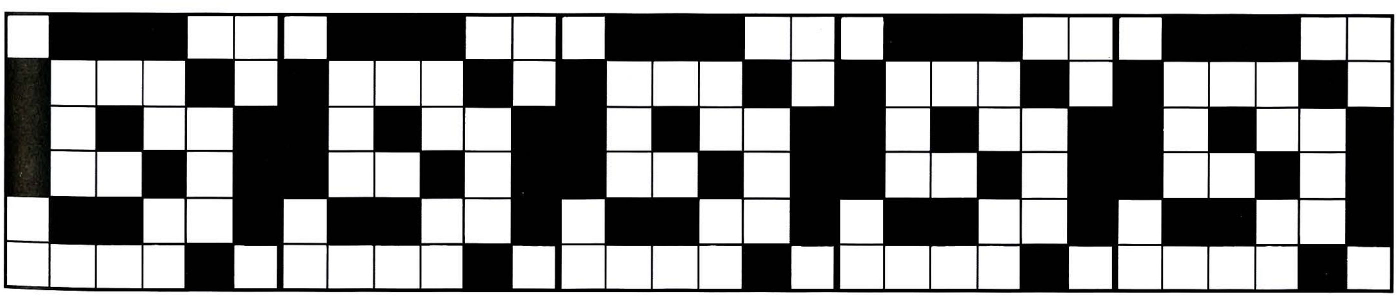
Es un dibujo en espiral por la forma en que se rellenan los cuadrados de la cuadrícula. Carece de isomorfismos salvo la identidad.

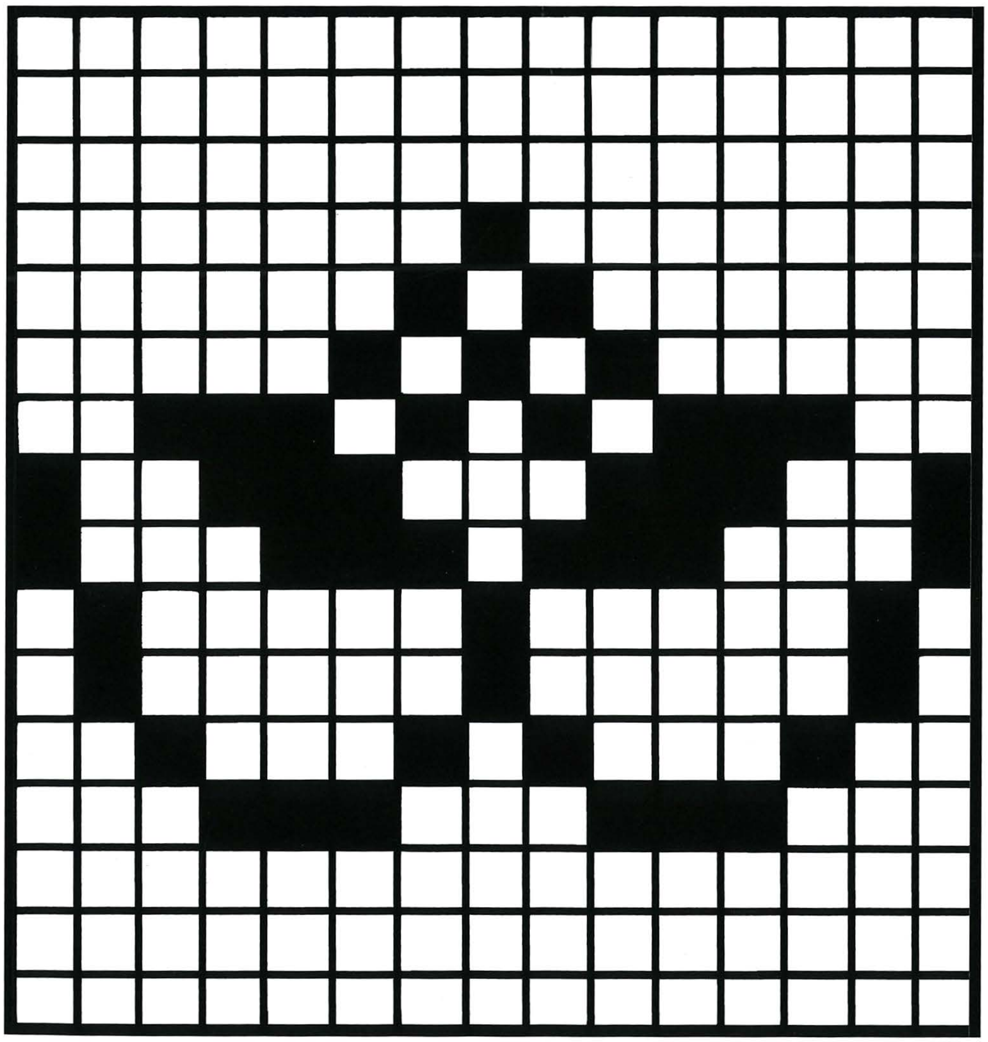
El friso que forma el calado que hemos encontrado es del tipo **p111** ya que se limita a repetir el módulo por traslación a lo largo de una línea.

Este módulo permite construir todos los frisos. Invitamos al lector a que los complete.



Friso: p111



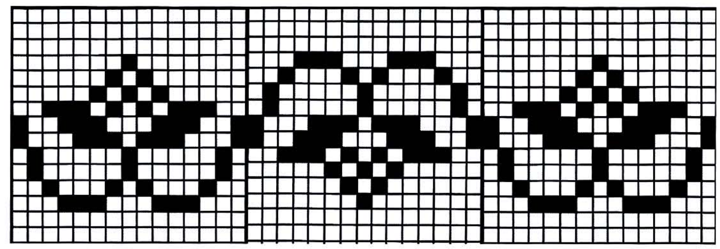


Módulo nº 6

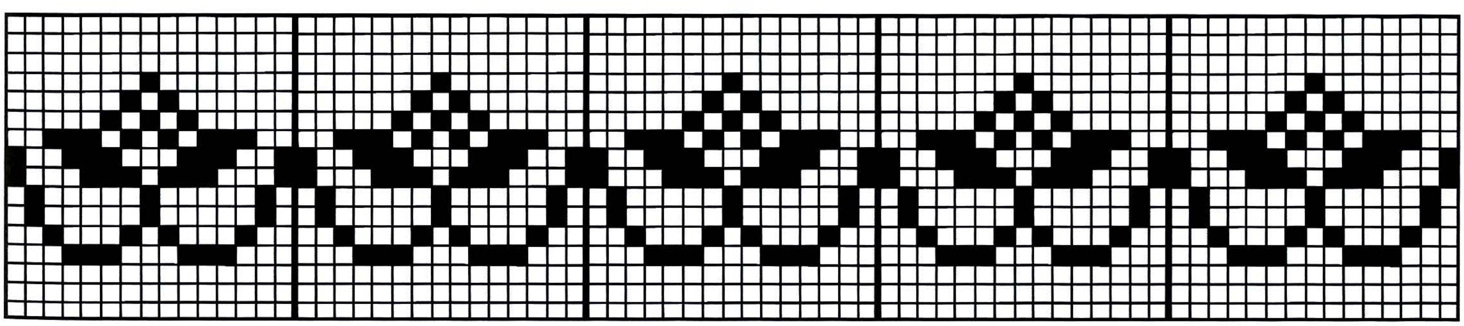
Descripción:

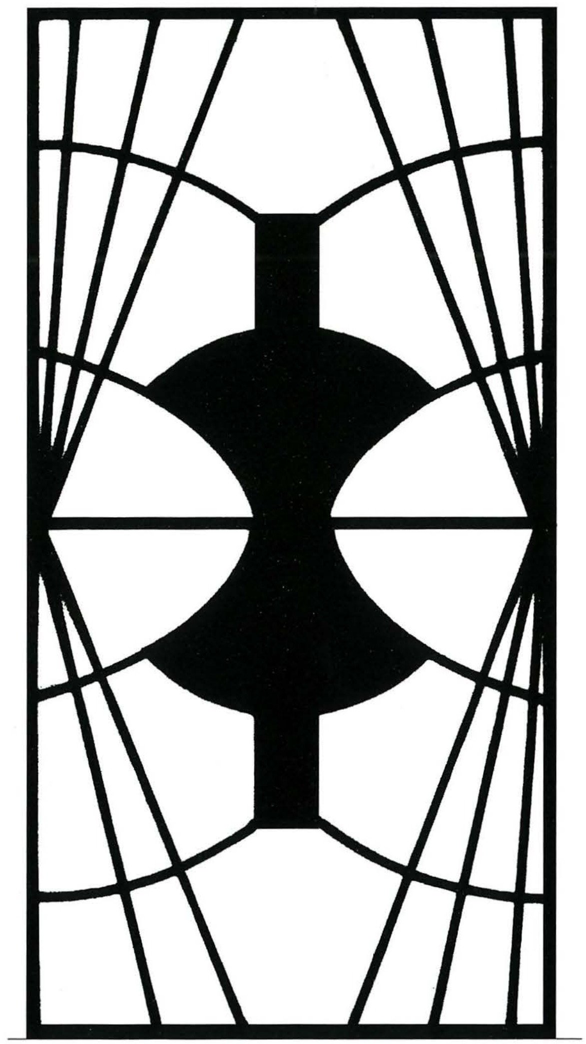
Es un módulo interesante que presenta dos isomorfismos, la identidad y una simetría de eje vertical, es decir, perpendicular a la dirección en la que se colocan los módulos para formar el friso. Se trata, por tanto, de un friso del tipo **pm11**.

Pero este módulo puede ser utilizado para conseguir otros modelos de frisos como, por ejemplo, el que se presenta a continuación:



Friso: pm11



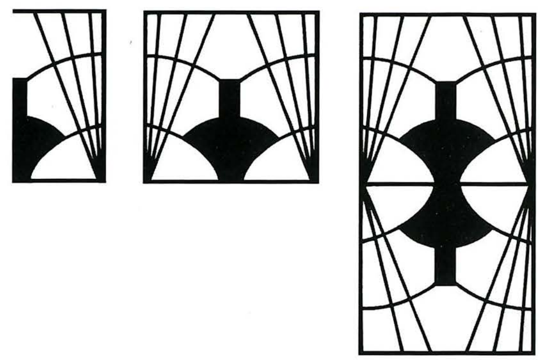


Módulo nº 7

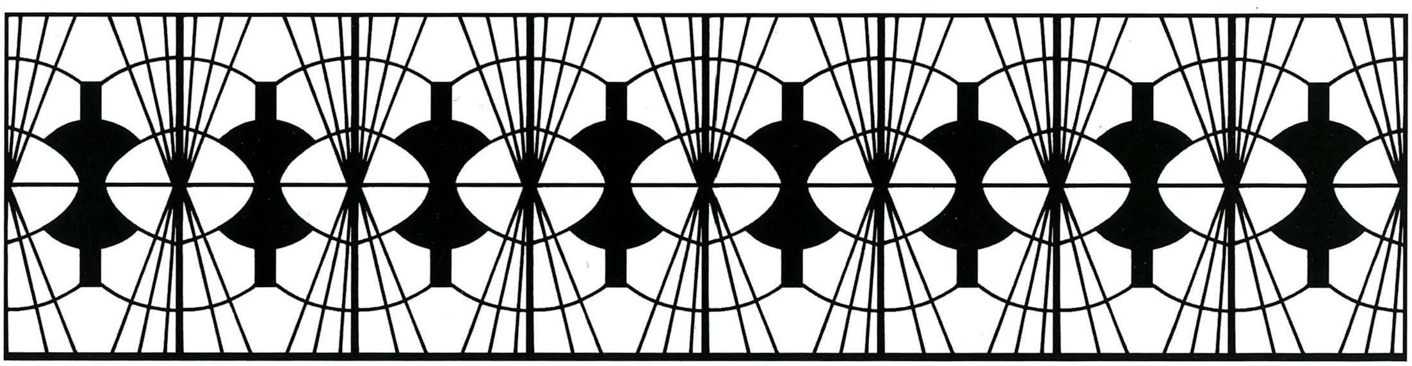
Descripción:

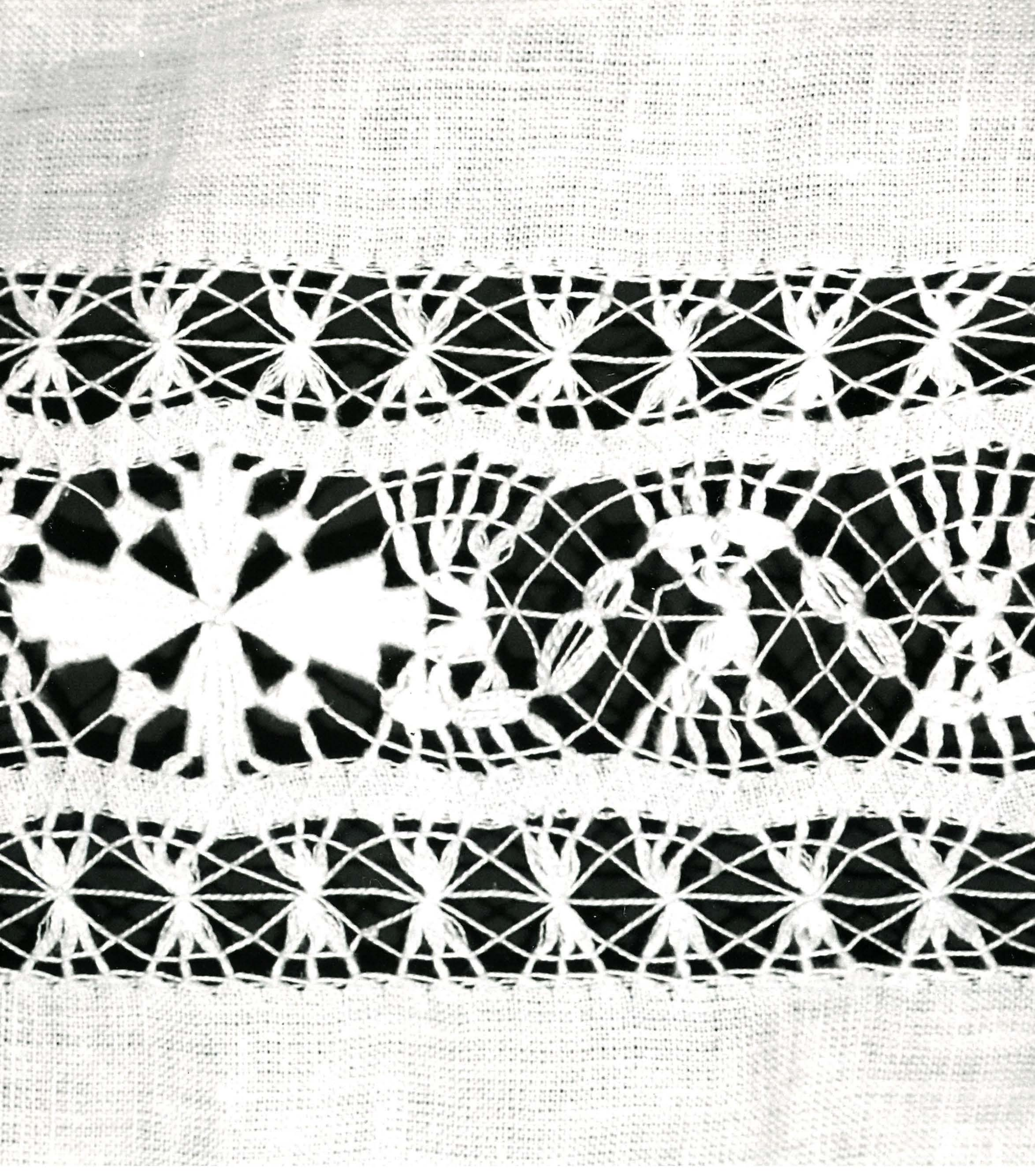
El módulo puede generarse a partir de una parte mínima y de dos simetrías de ejes perpendiculares como se muestra en la secuencia.

Además de esas dos isometrías y de la identidad, también posee un giro de 180° alrededor del centro de la figura. Con este módulo se forma un friso del tipo **pmm2.**



Friso: pmm2



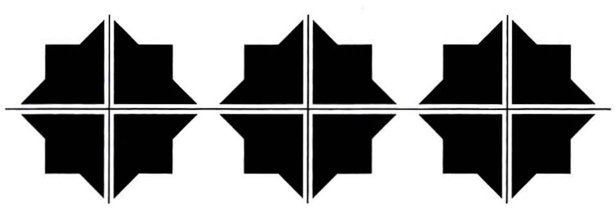


Grupos de frisos en los calados

Este capítulo está dedicado a exponer los resultados del análisis geométrico de los distintos tipos de calados que hemos encontrado. Como ya se ha explicado, se trata de aplicar los conceptos geométricos expuestos, a los diferentes modelos con el fin de proceder a su clasificación.

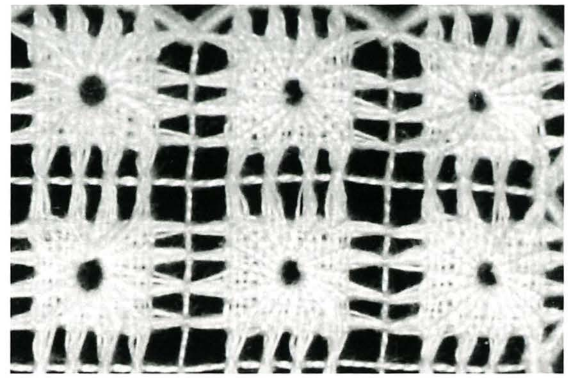
Lo más destacable de nuestra investigación es que hemos podido detectar la existencia de seis de los siete grupos de friso. Explicaremos uno por uno cada modelo indicando las incidencias de nuestro estudio.

pmm2

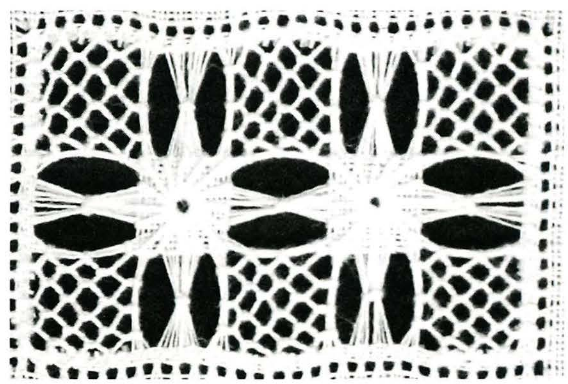


Se trata, sin duda, del grupo de friso más abundante en los calados. En nuestra opinión, este fenómeno puede ser explicado por la existencia de los dos ejes de simetría que presenta el módulo. Si aceptamos que la simetría es uno de los elementos estéticos más destacados en nuestra cultura, no debe extrañar que, como consecuencia de ello, este modelo abunde. Las propias caladoras nos manifestaron que, en general, sus clientes se inclinan más por calados de estos módulos que por los de otros modelos.

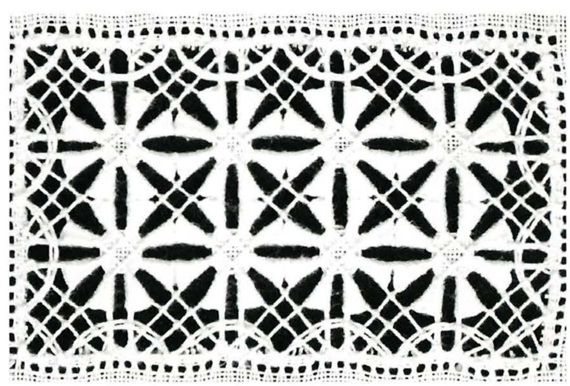
Mostramos a continuación algunos de los que hemos estudiado y que nos parecen más significativos.



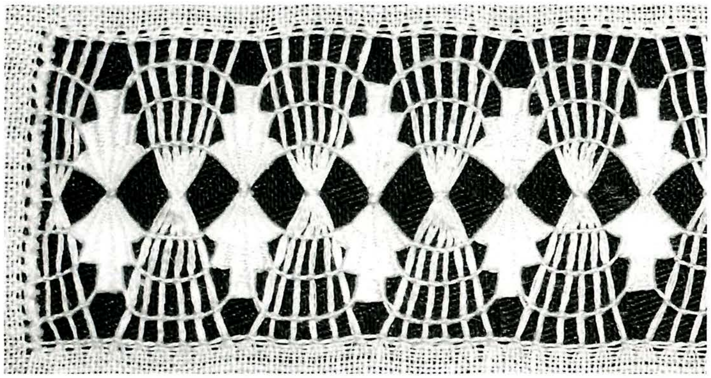
Galletita bordada. El Escobonal.



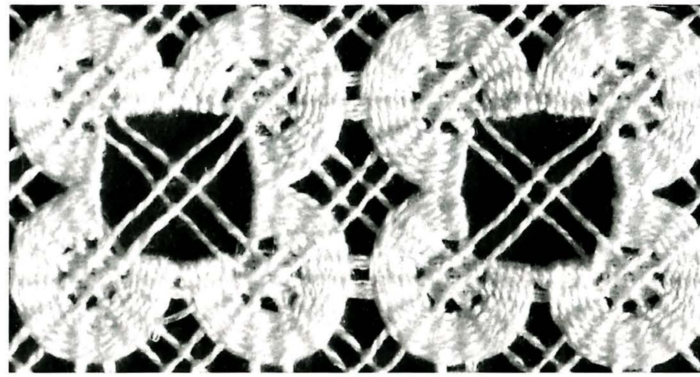
Tul. La Orotava.



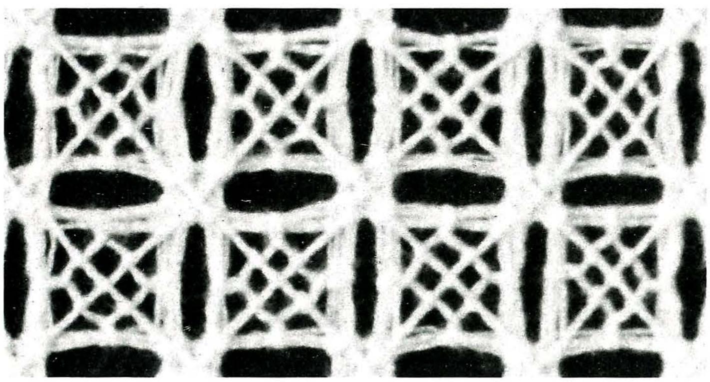
Flor de ocho. La Orotava.



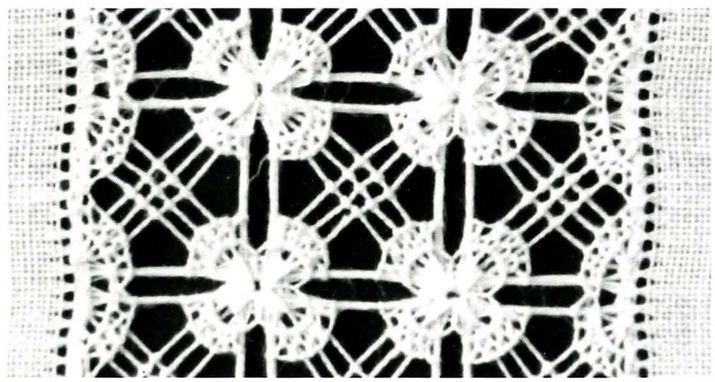
Pescaditos. La Guancha.



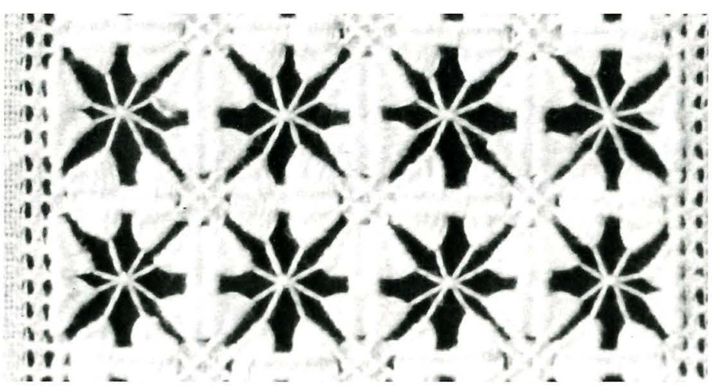
Media Luna. El Escobonal.



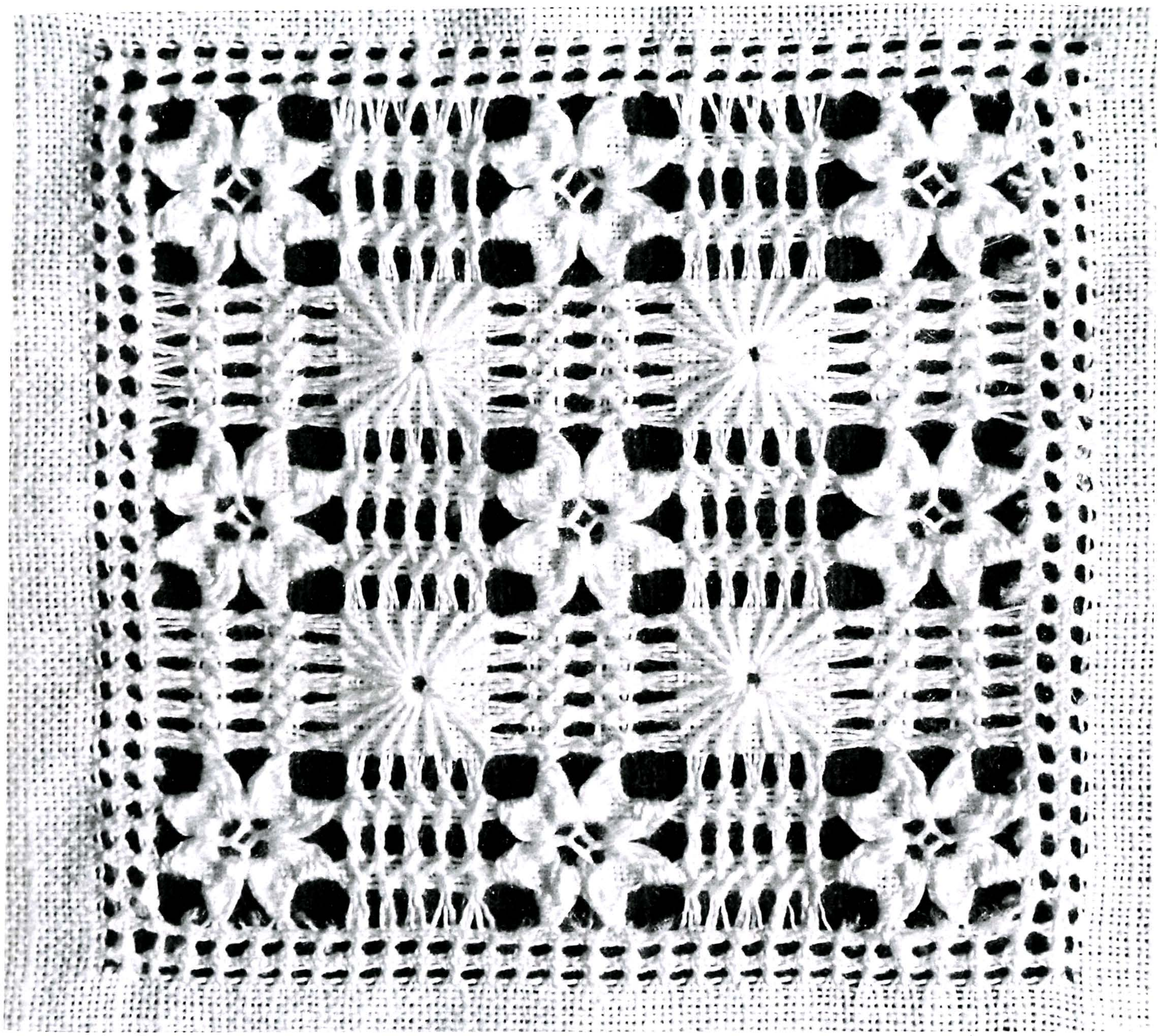
Punto espíritu anudado. La Orotava.



Dalias. La Orotava.

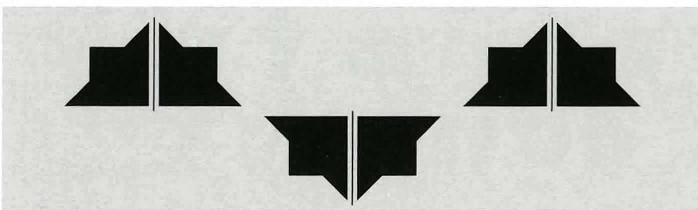


Flores de un nudo. El Escobonal.



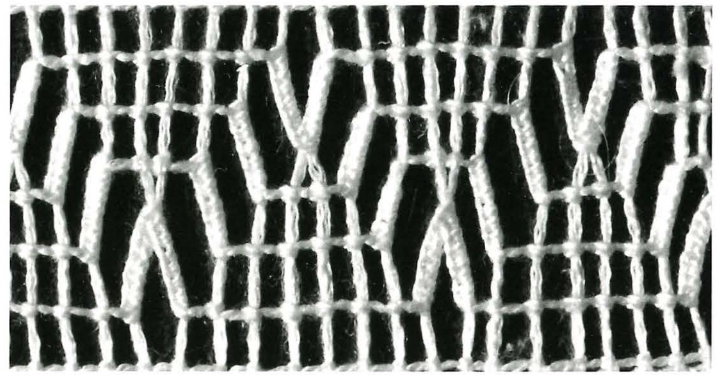
Calado la reina. El Escobonal.

pma2

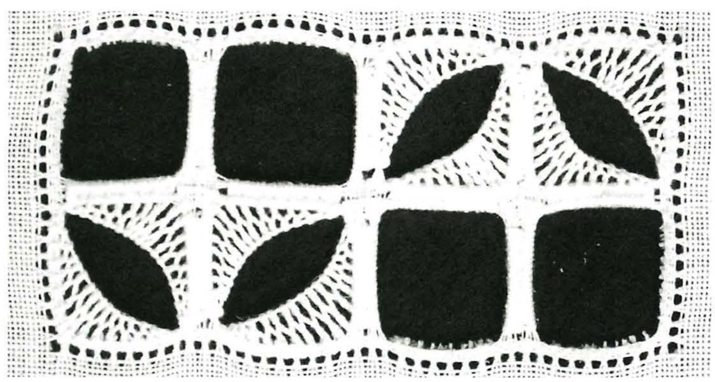


Este friso lo hemos encontrado en pocos calados de los estudiados. Como puede observarse, la figura presenta un eje de simetría vertical pero no uno horizontal. El lugar en el que debería dibujarse la figura simétrica de los dos primeros módulos está en blanco. Desde el punto de vista de un calado, éste es un problema que se pretende evitar porque, por una parte, presenta reparos estéticos y por otra, resulta difícil dejar huecos libres sin que pase por encima alguna de las hebras con las que se realiza el calado.

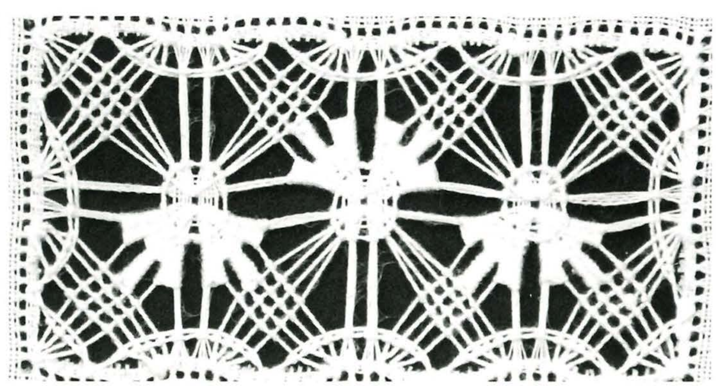
El descubrimiento de esta situación lo comentamos con Doña Juana Mesa. Ella nos confirmó tanto nuestra apreciación estética como la escasa existencia de modelos. Le planteamos entonces la posibilidad de crear. Hicimos un diseño que respondiese al código de este friso y de sus manos expertas salieron los correspondientes calados.



Presillas. La Orotava.

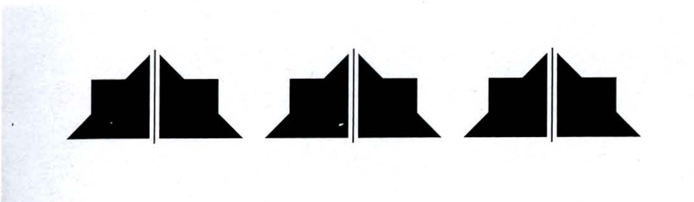


Pétalos. La Orotava.

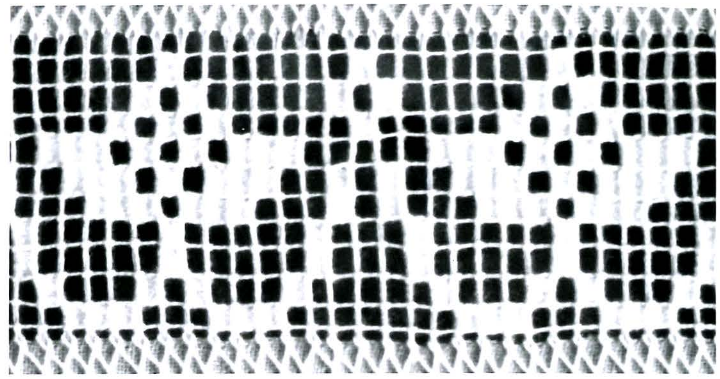


Corona de la reina. La Orotava.

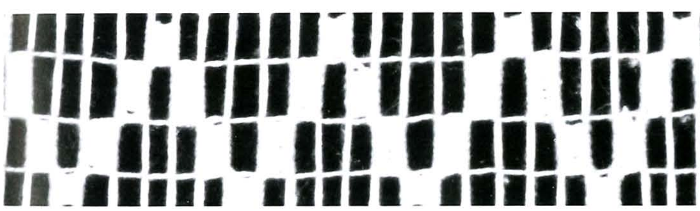
pm11



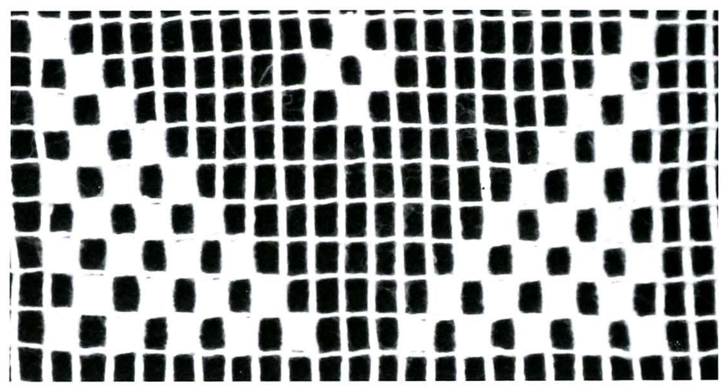
Teniendo en cuenta que tienen un marcado carácter simétrico y que los módulos cubren el espacio, no es extraño que haya un número abundante de modelos de los que presentamos algunos.



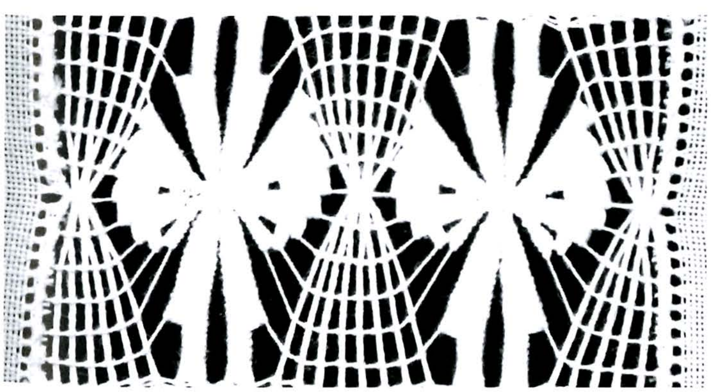
Flores. La Guancha.



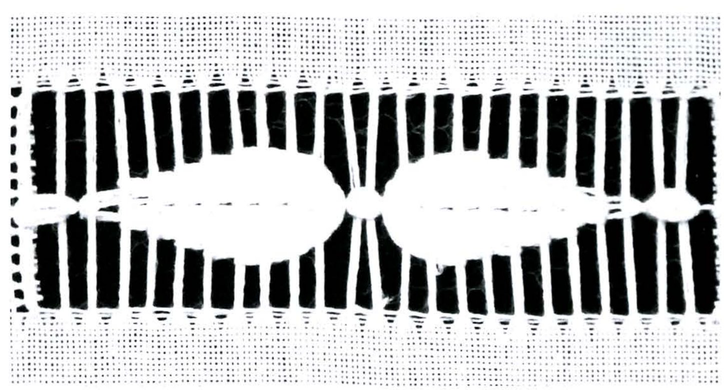
Presillas.



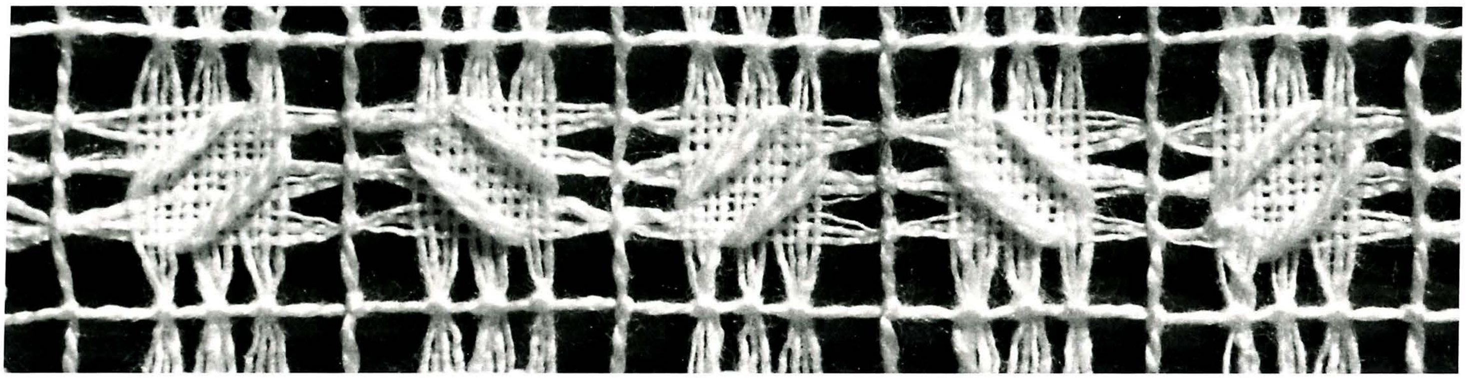
Pirámide. La Orotava.



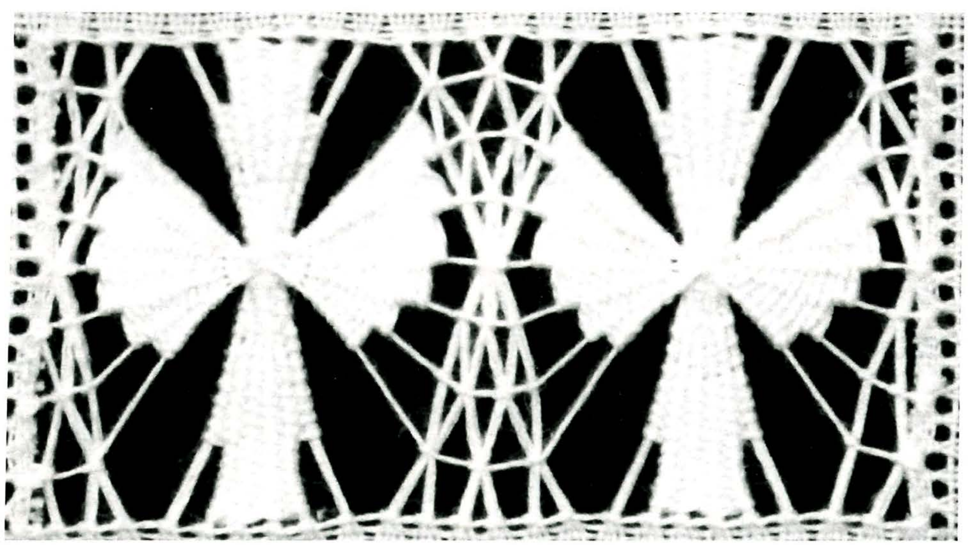
Mariposas. La Orotava.



Pinos. La Orotava.

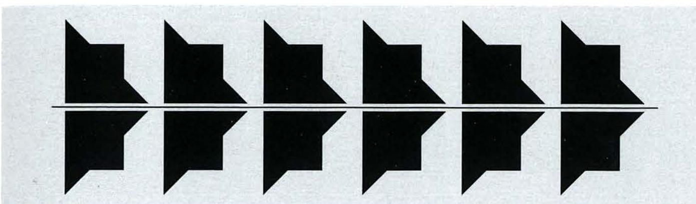


Conejito. El Escobonal.



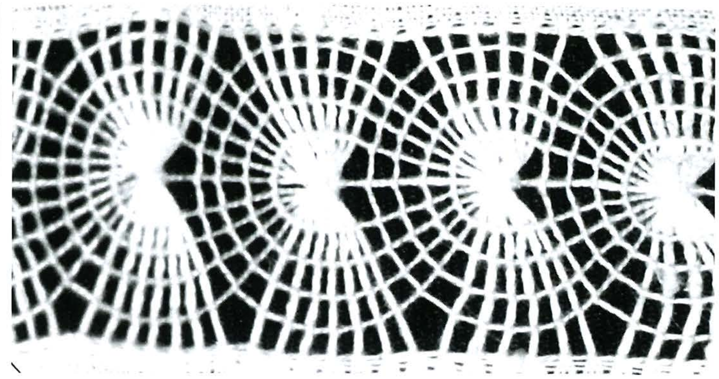
Mariposas. La Orotava.

p1m1

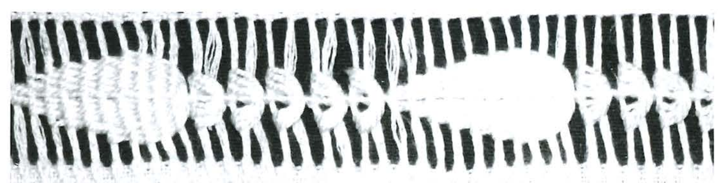


La existencia de un eje de simetría horizontal parece indicar que se debe tratar de un modelo abundante. Sin embargo sólo hemos encontrado dos módulos de este tipo.

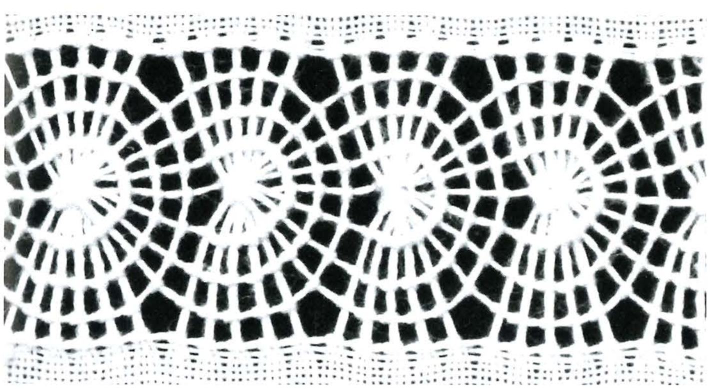
El más extendido de este grupo es el llamado abanico, que cuando tiene picos en el último arco, entonces se denomina herradura. Casi todas las caladoras lo elaboran aunque con algunas variaciones definidas por el número de arcadas, tres o cuatro generalmente.



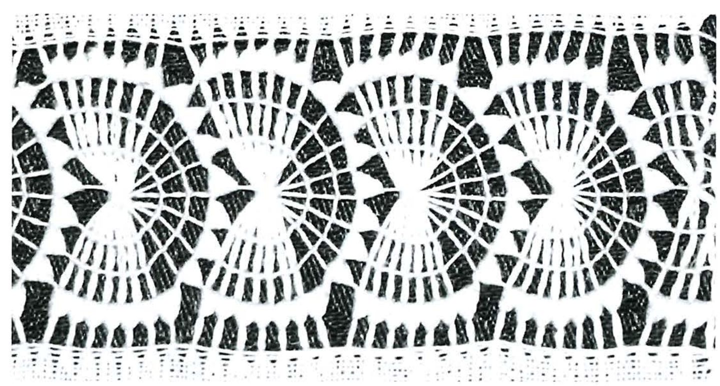
Abanico. La Orotava.



Pinos. La Orotava.

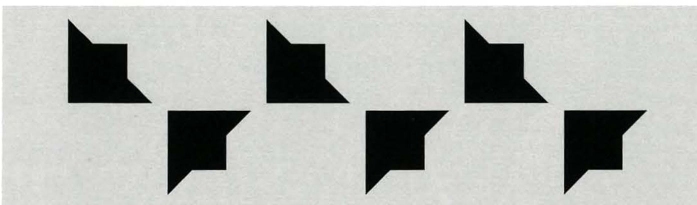


Abanico. La Orotava.



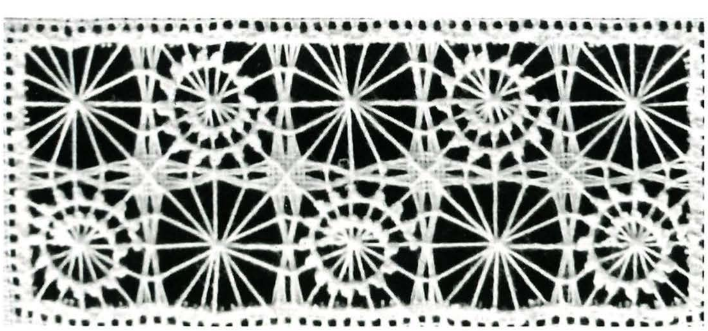
Herradura. La Guancha.

p1a1

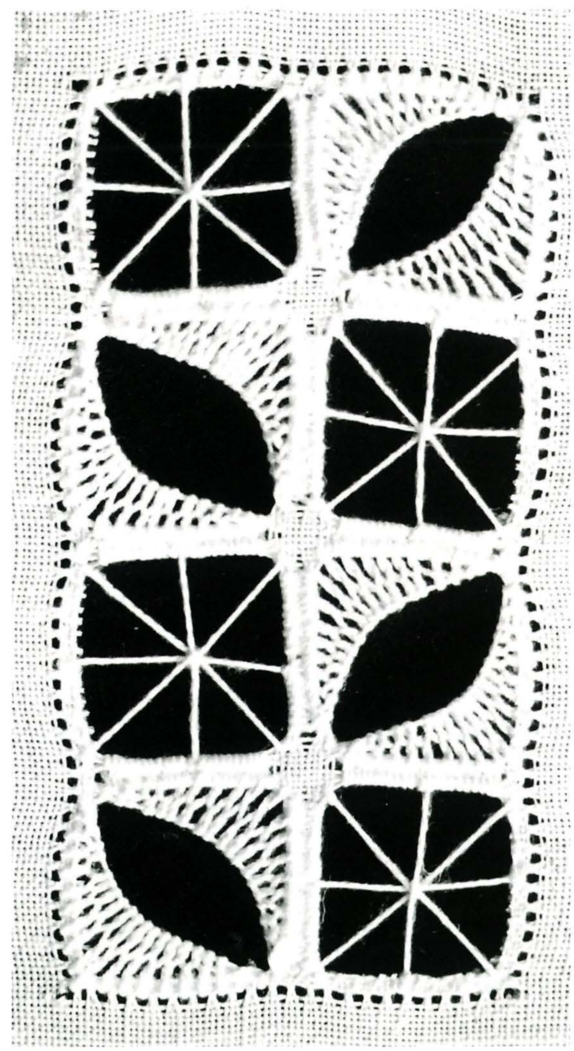


No encontramos ningún calado de este tipo de friso entre todos los que analizamos. Posiblemente las razones de su inexistencia haya que buscarlas en dos de sus características. Por una parte, las tiras de calados se bordan longitudinalmente y no se suelen dejar huecos vacios. Por otra parte, la simetría que presenta es la simetría con deslizamiento y no la clásica de una figura con su simétrica, bien con eje vertical, bien con eje horizontal o con los dos.

Esta situación se la planteamos a Doña Juana Mesa y se prestó a colaborar preparando unos calados cuyos módulos respondían a un diseño con el que cubrir esta carencia. Gracias, por tanto, a su ayuda podemos mostrar calados de todos los tipos de frisos.

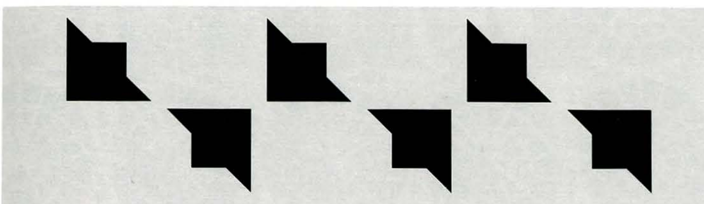


Caracol con coser y cantar. La Orotava.



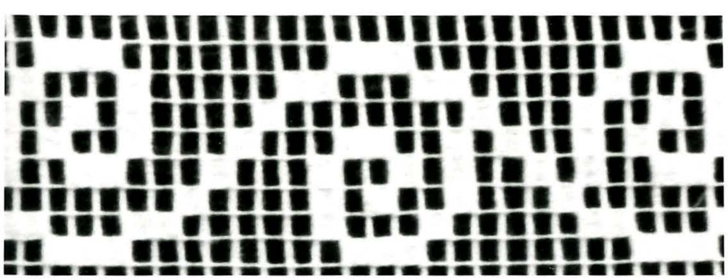
Pétalos con coser y cantar. La Orotava.

p112

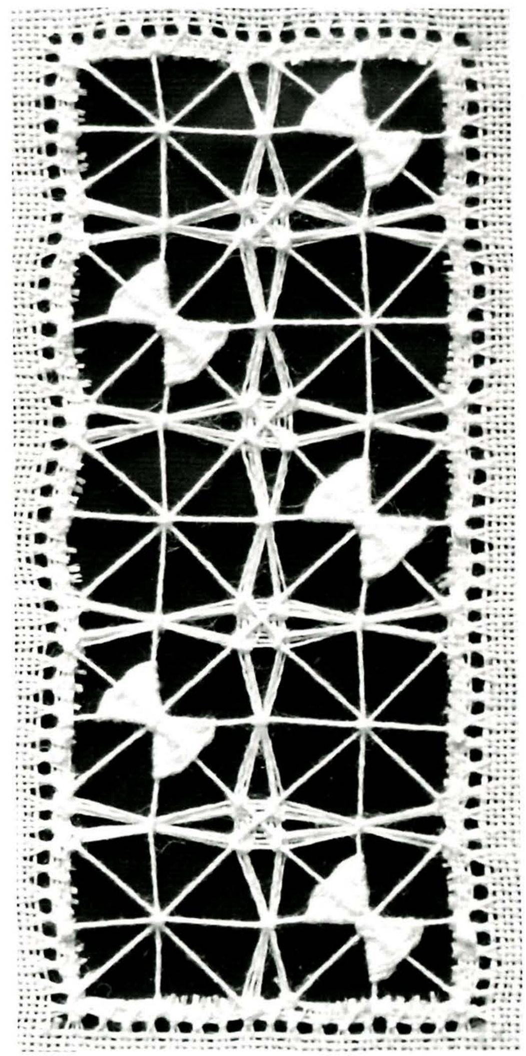


Existen calados con este modelo si bien en todos ellos el centro del giro se encuentra en medio del módulo y no en un extremo.

Doña Juana Mesa elaboró el modelo de "pajarita" en el que se observan esos huecos que se evitan en el resto de los modelos tradicionales. Con esto se consigue no dejar huecos libres en el calado que es un objetivo de toda caladora. En opinión de éstas, es un tipo de calado que gusta pese a que no presenta simetrías axiales.

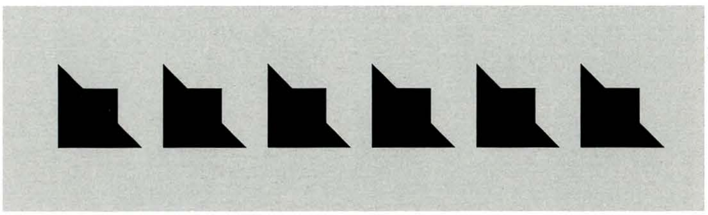


Caracol. La Orotava.

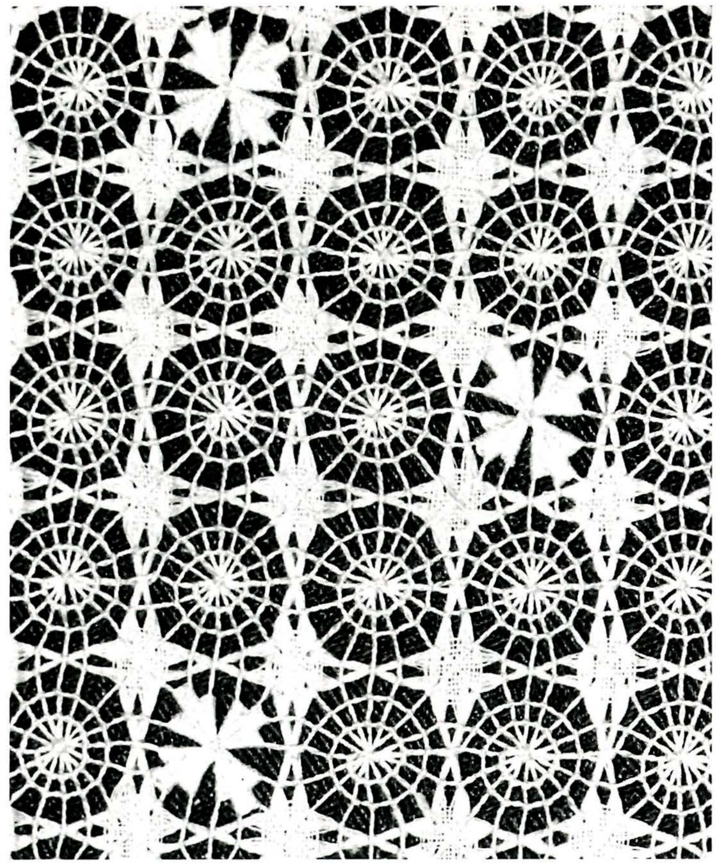


Lacitos. La Orotava.

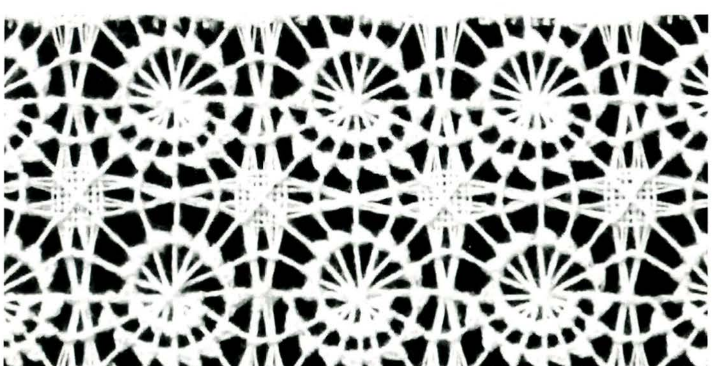
p111



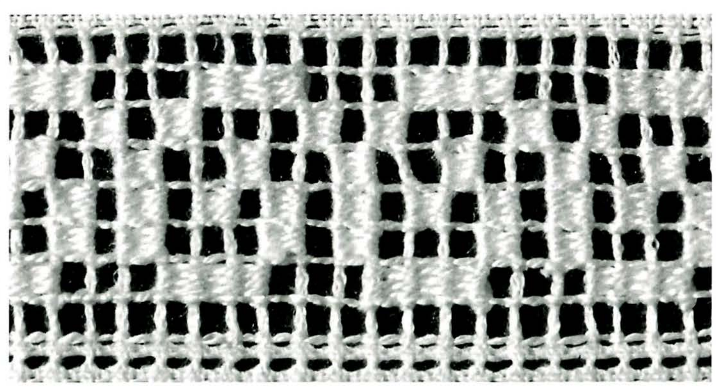
Como se ve es el más sencillo de los frisos en el sentido de que se genera mediante el simple traslado de la figura calada. Son los más abundantes tras el pmm2. Entre los modelos que se utilizan se encuentra la espiral en distintas versiones. La mayoría de las espirales son dextrógiras, esto es, se abren girando en el sentido de las agujas del reloj. Pedimos a Doña Juana Mesa que nos confeccionase un calado con la espiral abriendo en sentido levógiro. Estas dos espirales son, además, las que aparecen en el friso del código p1a1 que ella también elaboró. Las espirales se embellecen en ocasiones con unos picos o pestañas cuyo tamaño va creciendo según se aleja del origen, aunque las más abundantes son las espirales formadas por una sola hebra.



Burgado de ocho hebras. La Guancha.

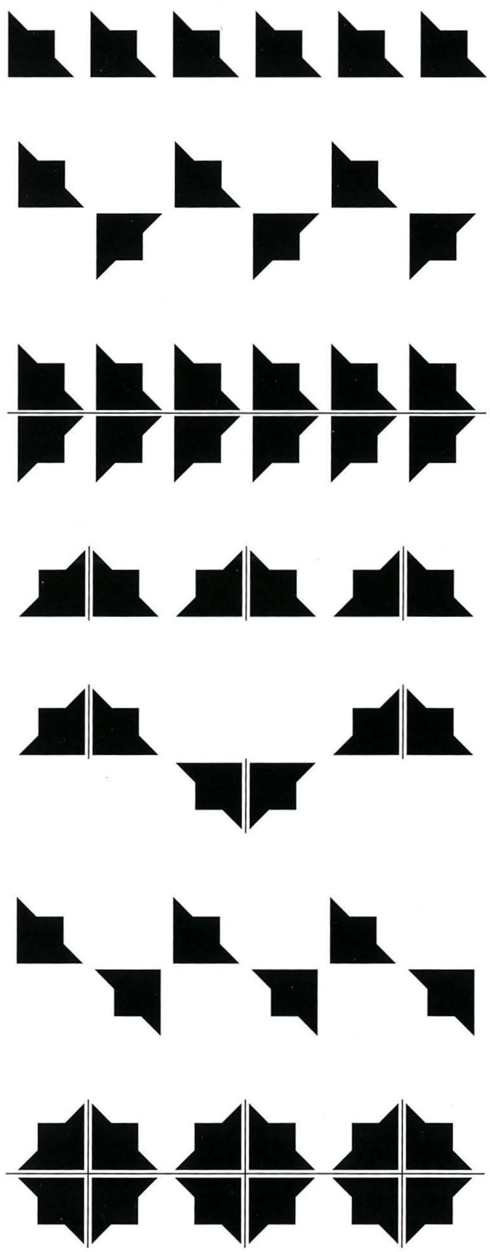


Caracol (espiral dextrógina). La Orotava.



Caracol (espiral dextrógina). La Guancha.

Síntesis



p111

p1a1

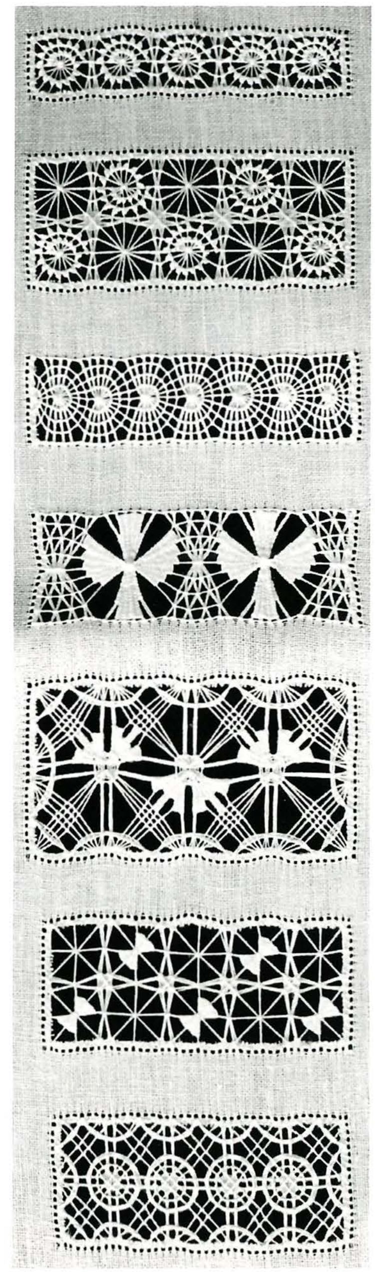
p1m1

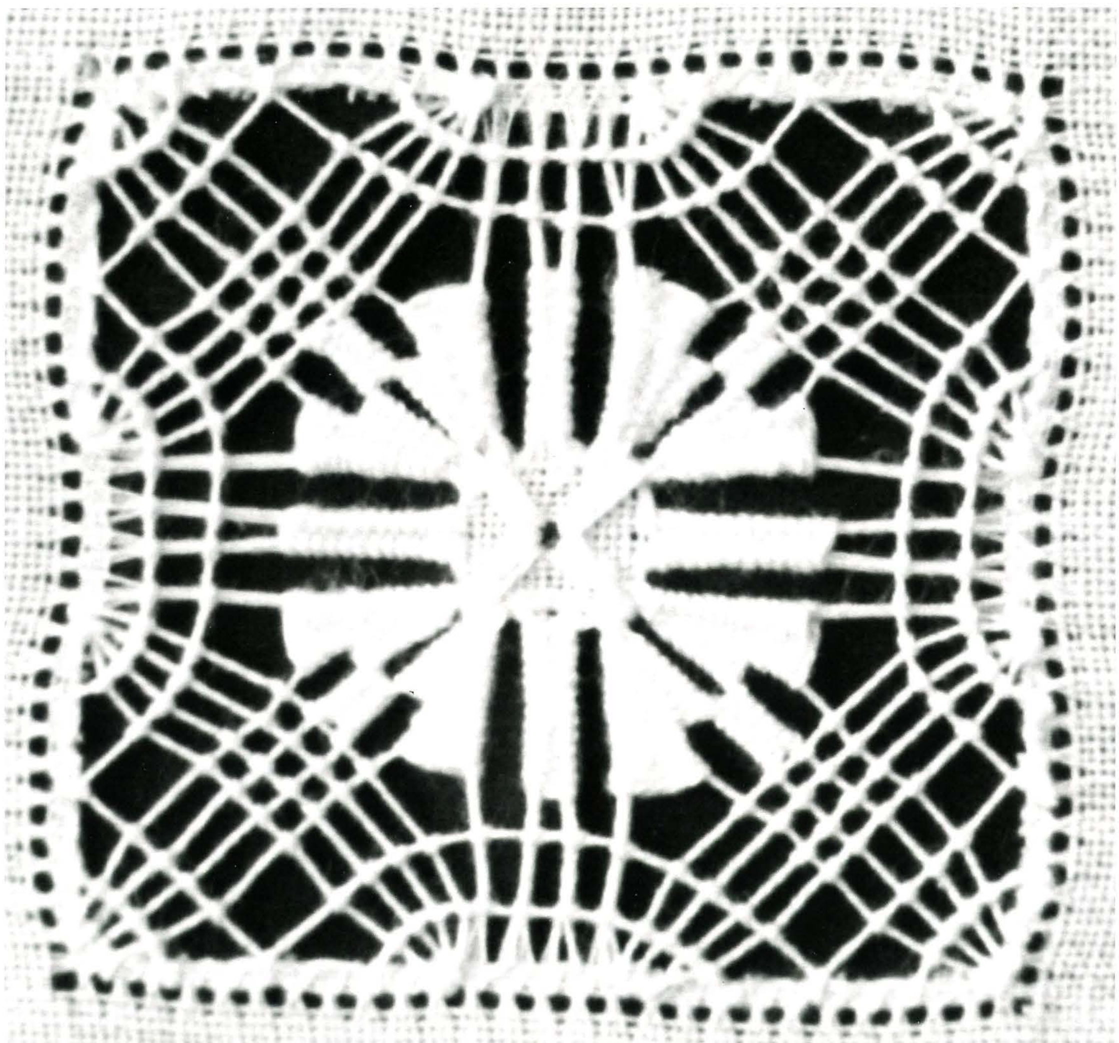
pm11

pma2

p112

pmm2



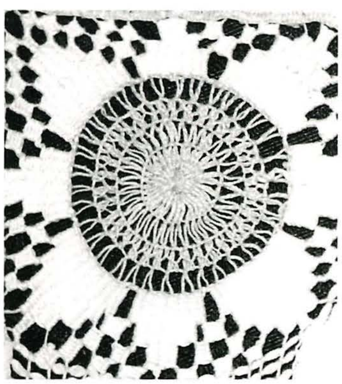


Camelia. La Orotava.

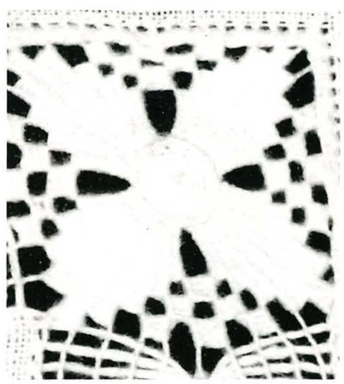
Rosetones

El rosetón es un elemento geométrico que aparece ocasionalmente en los calados. Se utiliza como motivo decorativo en medio de un calado y fundamentalmente en las esquinas, pues es una forma de rellenar el hueco que queda en la tela. La mayoría son diédricos, motivado, tal vez, por la simetría que presentan sus pétalos y a su vez, el rosetón en su conjunto.

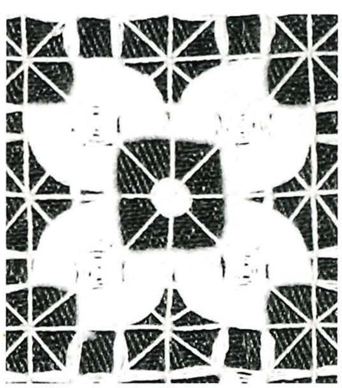
Entre todos los calados que analizamos sólo encontramos un rosetón de tipo cíclico.



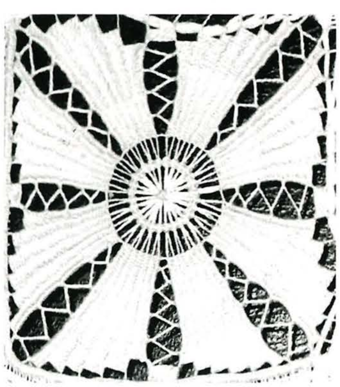
Rosetón con tachón. La Guancha.



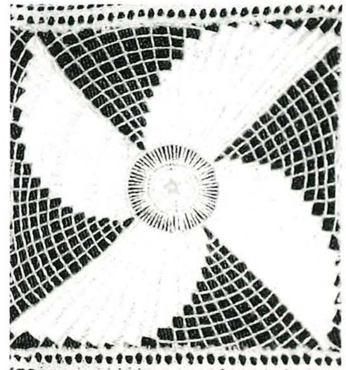
Tegueste.



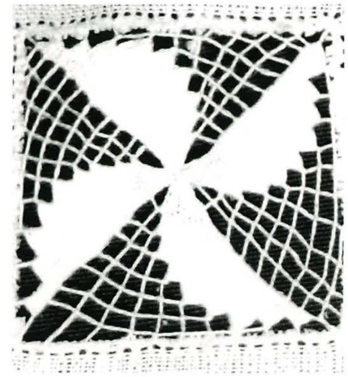
Hojita de rosa.



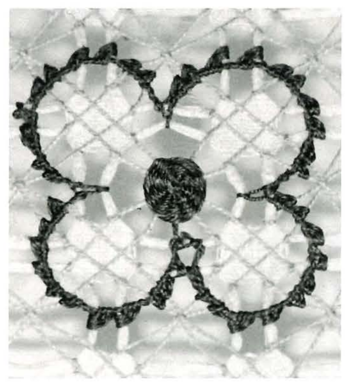
La Guancha.



La Guancha.

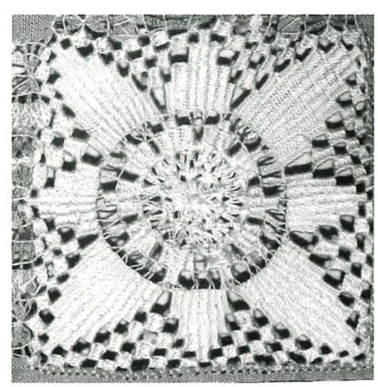


Tegueste.



Santa Cruz de Tenerife.

Icod de los Vinos.



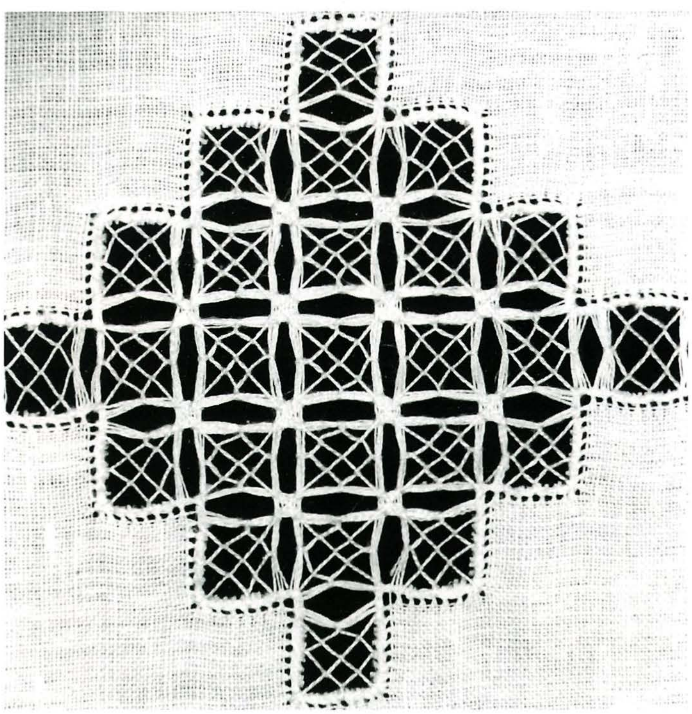
Garachico.

Otros elementos matemáticos

Al analizar los diferentes tipos de calados, hemos encontrado algunos modelos que presentaban elementos y conceptos matemáticos de interés.

1.- Módulos en escalera

La siguiente figura corresponde a un diseño de calado que se elabora en casi todos los lugares. Es una doble escalera de módulos, en la que cada peldaño posee un número impar de módulos.



Tul. La Orotava.

Es un ejercicio interesante el proceso que conduce a la fórmula que permite calcular el número de módulos que contiene una escalera de este tipo. Veamos: empezando por un extremo, los sucesivos pisos de la escalera tienen 1, 3, 5, 7, ... módulos. Nos pararemos en el piso central. Por tanto, se trata de una progresión aritmética de diferencia 2 siendo 1 el primer término. Se sabe que la fórmula para obtener la suma de los términos de la progresión aritmética a_1, a_2, a_3,...,a_n es:

$$S=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n \qquad \text{(I)}$$

En el caso de nuestra escalera, como se trata de los números impares

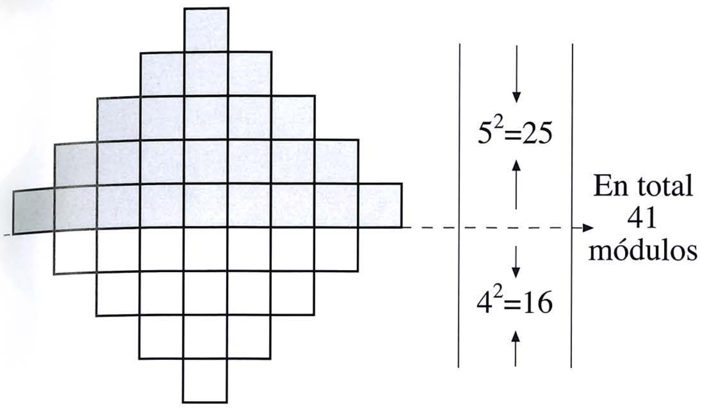
$$1, 3, 5, 7, ..., 2n-1$$

al aplicar la fórmula (I) se obtiene:

$$S=\frac{1+2n-1}{2}\cdot n=n\cdot n=n^2$$

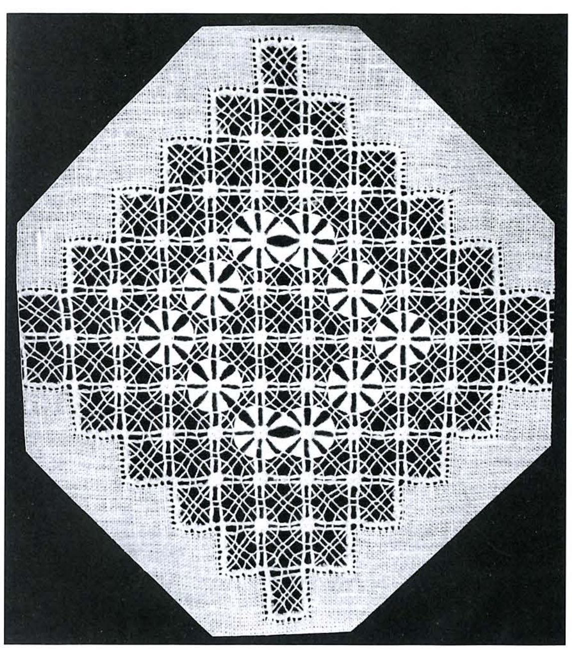
Así para obtener el número de módulos que tiene una escalera sencilla de n peldaños basta con calcular: n^2

Ahora aplicaremos este resultado para obtener el número total de módulos de una escalera doble, como la de partida. Lo haremos mediante un ejemplo concreto:



La fórmula para resolver el caso general es

$$n^2 + (n - 1)^2 = 2n^2 - 2n + 1 = 2n\,(n - 1) + 1$$



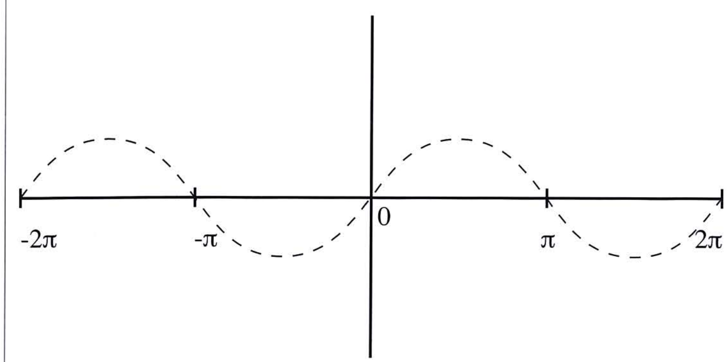
¿Cuántos módulos tiene la escalera doble de la figura anterior?

Funciones seno y coseno

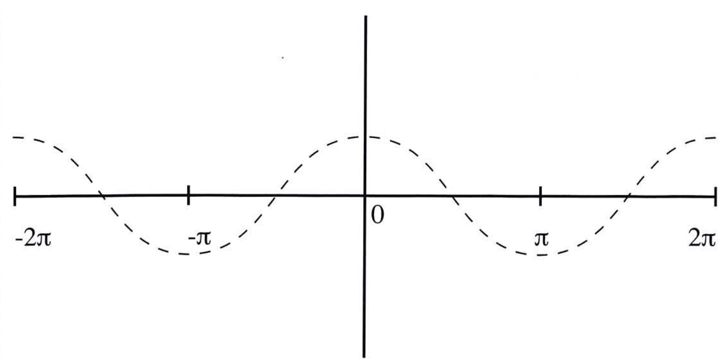
Todo estudiante de Bachillerato conoce las funciones trigonométricas:

y=senx y=cosx

Pues bien, las curvas que se obtienen con la representación gráfica de esas funciones reciben los nombres de sinusoide y cosinusoide.

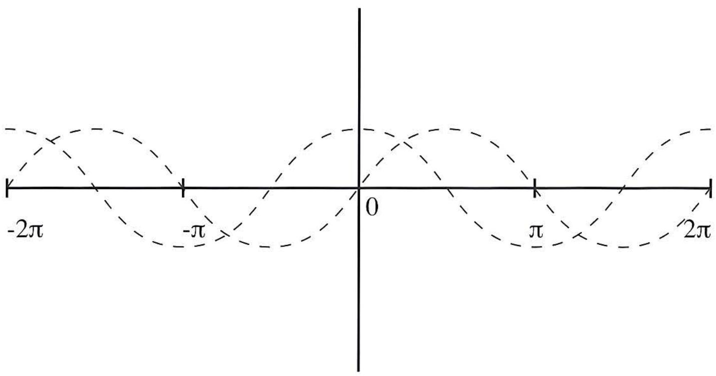


Función seno



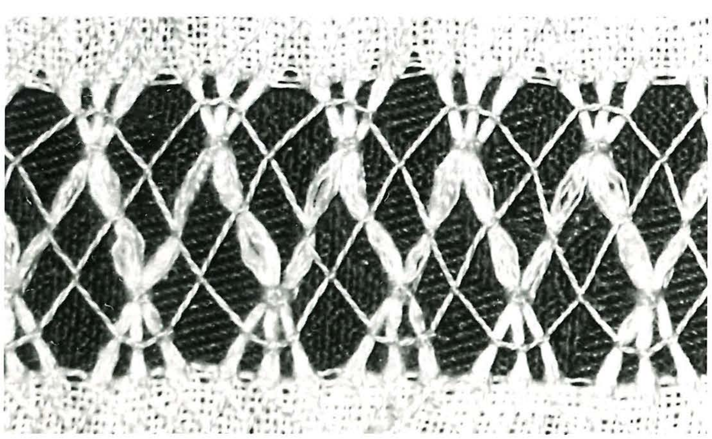
Función coseno

Si las dos curvas se dibujan en unos mismos ejes cartesianos se observa que son exactamente iguales pero hay un desfase entre una y otra, (el desfase, en términos matemáticos, es de $\frac{\pi}{2}$)



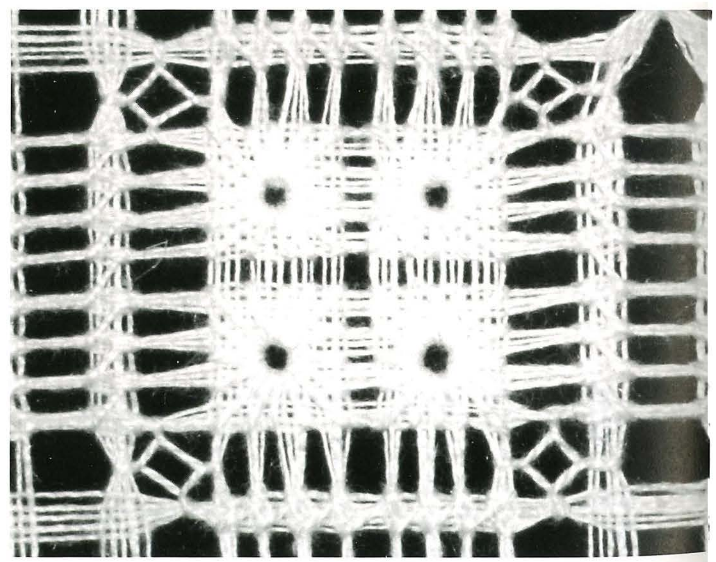
2.- Sinusoides

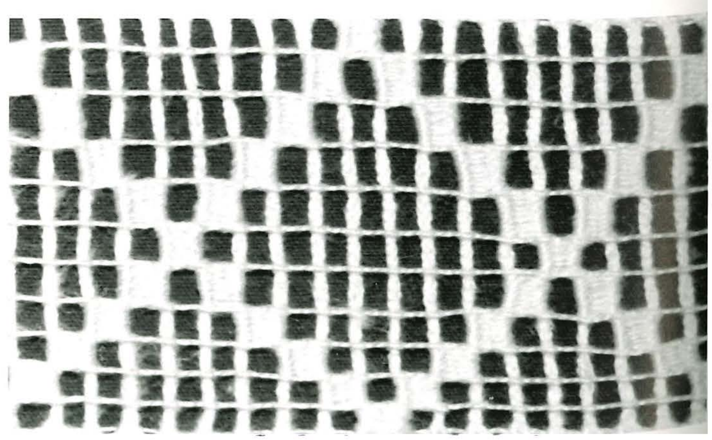
Hemos encontrado varios modelos de calados que presentan como motivo de embellecimiento unas hebras anudadas que forman sinusoides a lo largo de la banda.

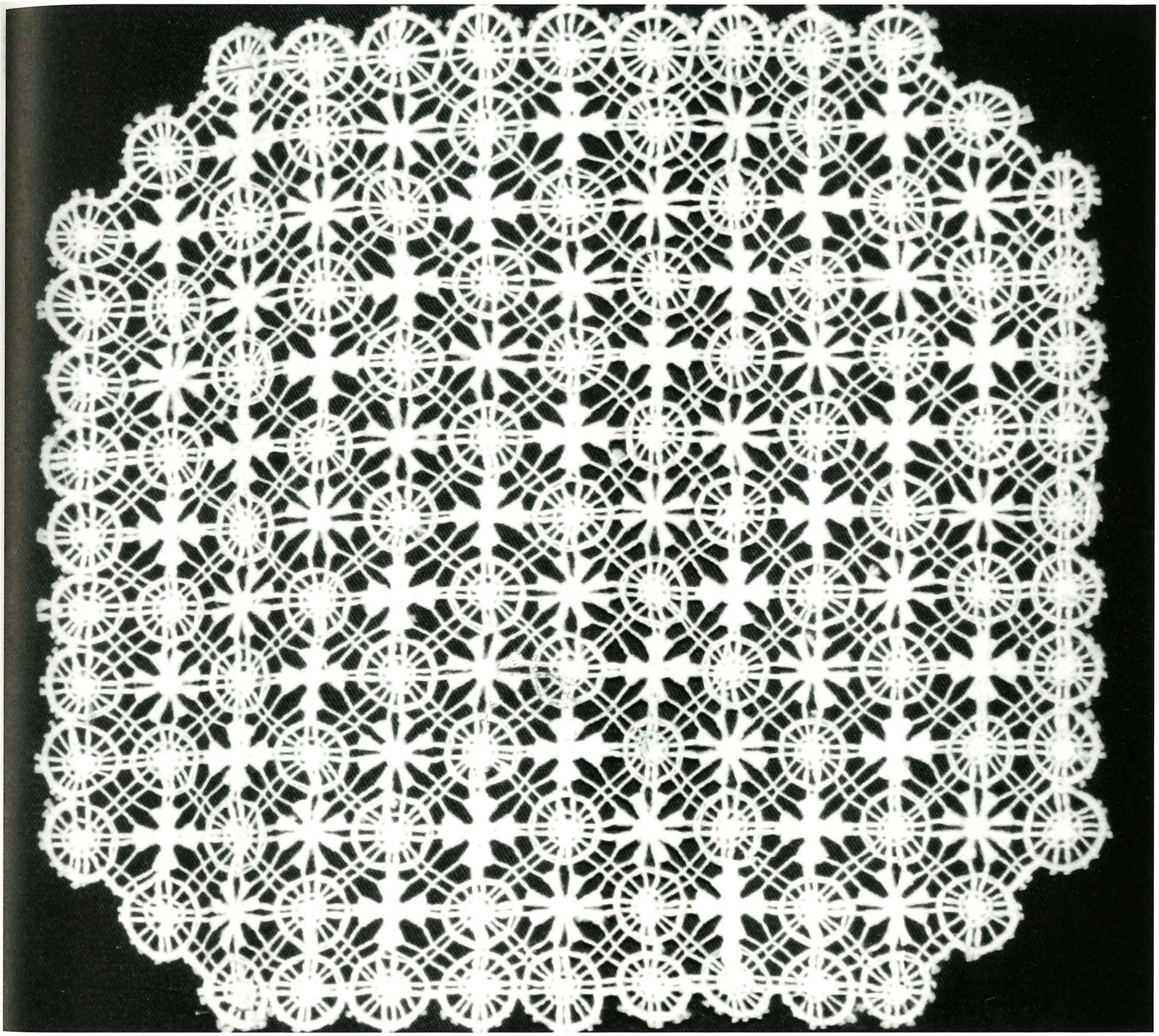


3.- Figuras geométricas

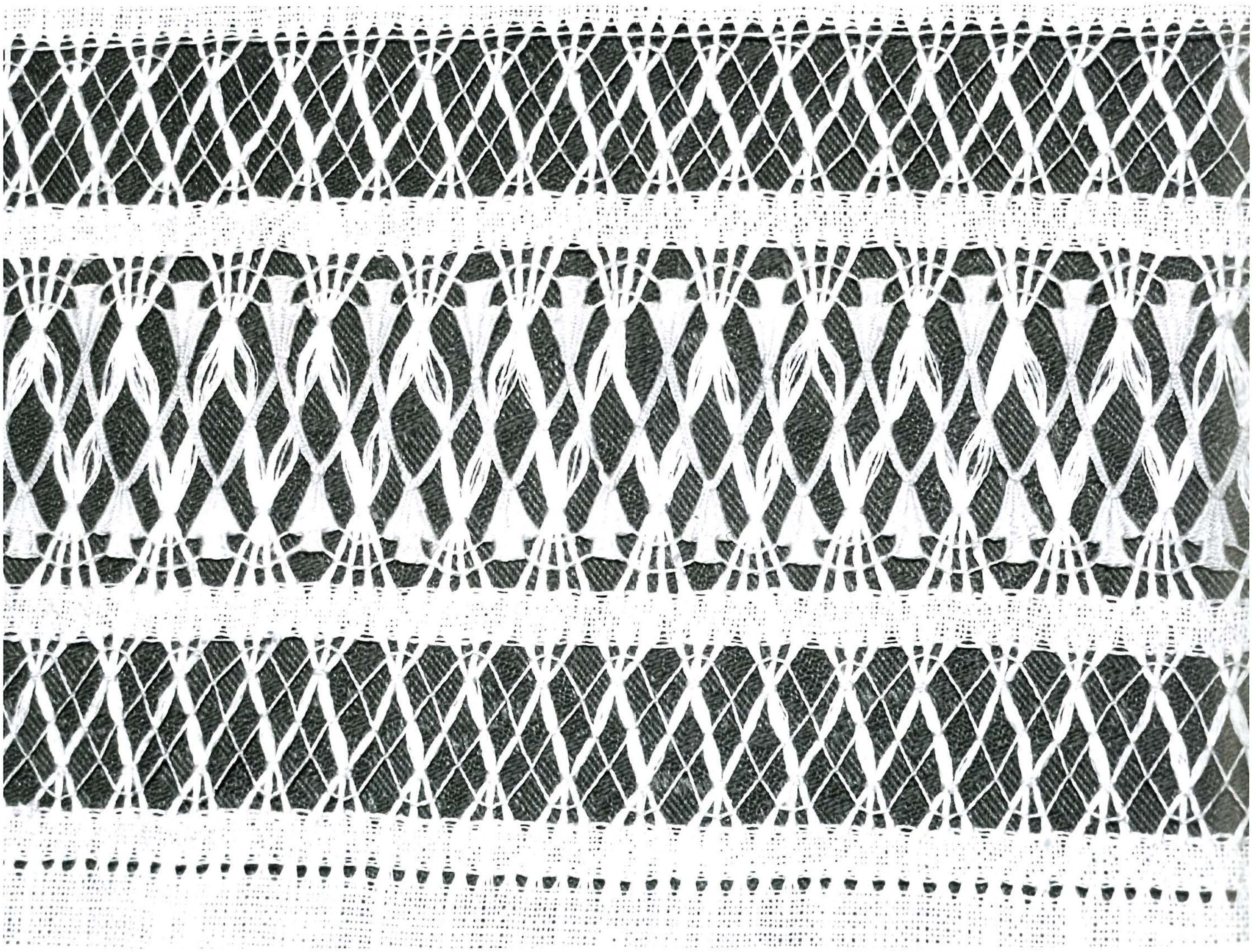
Además de las ya descritas encontramos en los diferentes modelos de calados un buen número de figuras geométricas: cuadrados, rombos, polígonos de más de cuatro lados, tanto regulares como irregulares, elipses, circunferencias...







Cruz y arañón. El Escobonall



Vainicas

Los calados

Nuestro conocimiento de los calados al empezar este trabajo y a pesar de que es un tipo de labor muy común en nuestra tierra, se reducía a haberlos admirado en las ferias de artesanía y en tiendas especializadas, así que recurrimos al diccionario y a enciclopedias con el fin de iniciarnos en el tema.

El diccionario de la Lengua Española dice: *Labor que se hace con aguja en alguna tela o tejido, sacando o juntando hilos, con que se imita la randa o encaje*.

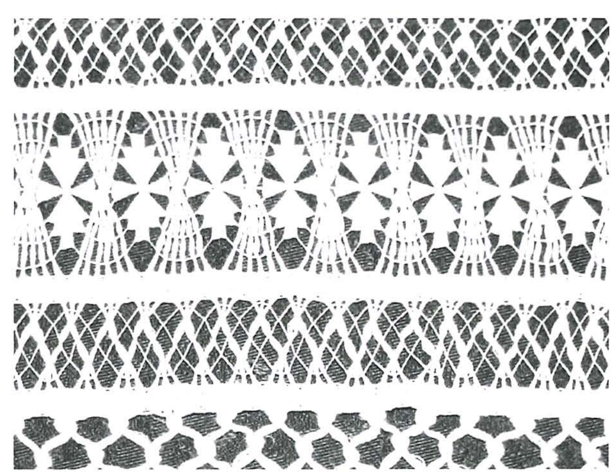
La enciclopedia no se extiende mucho más en la explicación del calado pero puede verse la foto de un pañuelo calado a principios del siglo XX, que se encuentra en el Museo de Artes Decorativas de París y además una foto de una caladora de La Orotava con su labor montada en el bastidor, lo que nos da una idea de la importancia de los calados canarios.

A pesar de que nuestro objetivo no era penetrar en los aspectos técnicos de los calados, no pudimos resistir la tentación de tratar de conocer datos sobre los mismos. La mayor parte de nuestros conocimientos provienen de las propias caladoras que visitamos quienes nos informaban de forma amable, desinteresada y entusiasta.

Aunque los calados son labores tradicionales en Canarias, no se sabe exactamente cuál ha sido su origen ni su antigüedad. Nuestras caladoras nos decían que sus madres y sus abuelas calaban y una de ellas había leido que esta labor procede de Venecia o de Portugal. Los calados fueron muy apreciados a finales del siglo XIX y principios del XX para su exportación a Europa, sobre todo a Inglaterra.

En esta labor no se utiliza el dibujo sobre la tela. La base del trabajo se realiza contando y sacando hilos. En la Península existen bordados que utilizan técnicas de deshilados parecidos a los que se realizan en Canarias, como son los segovianos (sacando hilos en una sola dirección) y lagarteranos (en dos direcciones al igual que los canarios). También son conocidos los calados sencillos de Huelva que se realizan también en otros lugares de Andalucía y adornan el traje típico de la mujer.

Los calados se pueden hacer sobre cualquier tela pero la más utilizada, y también la más apreciada, es la



de lino. Se utilizan para decorar elementos de vestir (blusas, enaguas, faldones, pañoletas, pañales,....) y ropa de uso cotidiano; sábanas, manteles, servilletas, tapetes, cubre bandejas, pañuelos e incluso toallas. En la primera mitad del siglo XX eran utilizados por la población canaria en la ropa que usaban a diario, pero en la actualidad su uso se limita a la decoración, al traje típico y su comercio se orienta al turismo.

Los calados se realizan casi exclusivamente en talleres que pretenden mantener una tradición que estaba a punto de desaparecer a pesar de que era una labor extendida en la mayoría de las casas, bien para el uso personal o para ganar algún dinero extra calando para otras personas.

Para la realización de un calado no se necesitan herramientas sofisticadas. Además de tela, hilo, tijeras y aguja es necesario contar con un bastidor en el que colocar la tela bien tensa formando una superficie plana no deformable. Las manos de la caladora, que apenas rozan la tela, se sitúan una por encima y la otra por debajo de la misma. El bastidor debe estar apoyado de forma estable con el fin de que la caladora no se vea obligada a sujetar en ningún momento la tela.

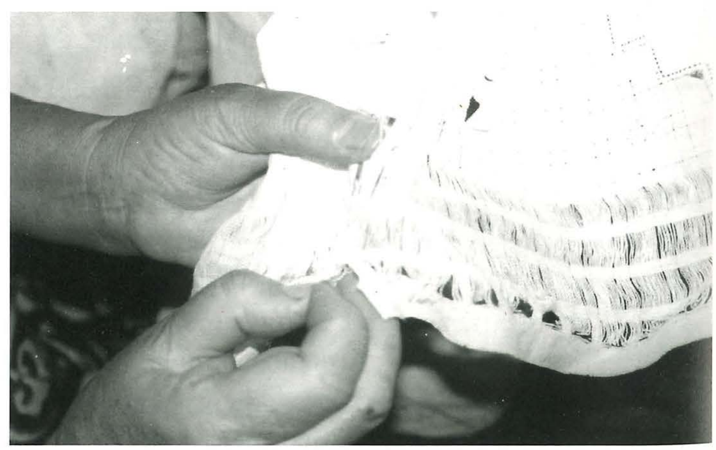
Para cada calado se deben realizar unos pasos determinados, conocidos por las caladoras, pero que resultan muy difíciles de reproducir si no se conoce la técnica. Es un proceso metódico y laborioso. La caladora experta puede reproducir cada paso a seguir estudiando un calado ya terminado, pero no es fácil saber cuál es el orden en el que se han realizado los diferentes nudos si se es novato en esta técnica.

Para realizar un calado se sigue un proceso que pasa por las siguientes fases:

• En primer lugar se hace el marcado de la tela. Contando hilos o midiendo con un cartoncillo se hace un cuadriculado sobre la franja de tela que se quiere calar. Este cuadriculado se realiza sacando una hebra cada cierto número de hilos en uno y otro sentido.

• Con aguja e hilo se empieza la labor haciendo la vainica o randa. Ésta puede ser sencilla o doble. No es sólo un adorno sino que cumple la función de sujetar las hebras que se han de cortar a fin de que no se produzcan deshilachados que destrocen la labor.

• A continuación se sacan las hebras que sean necesarias según el tipo de calado que vamos a realizar. Es un proceso que exige mucha precisión y concentración. Una vez se ha cortado una hebra inadecuada es difícil disimular el fallo. No obstante, la caladora experta es capaz de colocar otra hebra en su lugar sin que se note en la labor terminada.

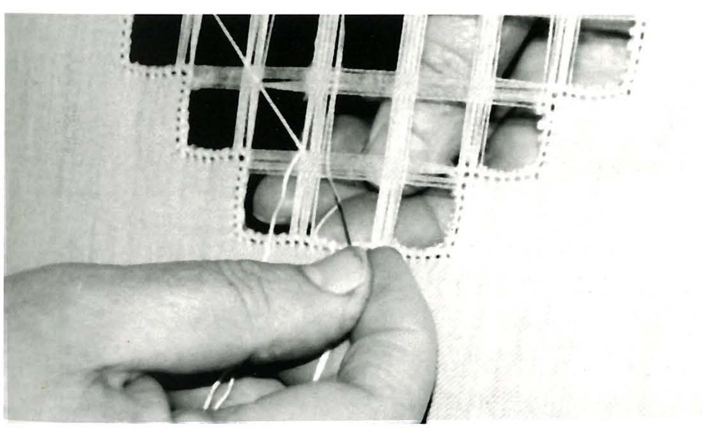


Sacado de hebras.

• La tela está preparada para ser colocada en el bastidor o tambor. Se sujeta bien mediante hilos cruzados a la tela que rebordea los laterales. Debe quedar bien tensa para facilitar la labor y la perfección en el calado.

• Es ahora cuando empieza el calado propiamente dicho. El hilo se hace pasar arriba y abajo por entre las hebras de la tela y mediante determinados movimientos se consigue que se vaya anudando adecuadamente. El tamaño del hilo depende del sistema que utilice la caladora. En unos casos éste se calcula a fin de que con una sola hebra se pueda realizar toda la pasada y se remacha sobre la tela al final de la misma. En otros el tamaño del hilo es siempre el mismo (se mide tomando la punta en una mano y haciendo que el hilo rodee el brazo alrededor del codo y vuelva de nuevo a la mano) ya que se utiliza la técnica de anudado de una hebra, que se ha terminado, con la siguiente. El nudo queda muy fuerte y se disimula por el revés de la labor.

• Si la labor es pequeña de forma que cabe totalmente en el bastidor, se puede terminar una de las pasadas completamente, antes de realizar la siguiente fase. Si la labor es muy grande, se puede ver el proceso del calado por los hilos que se van dejando sueltos al final del calado correspondiente a esa parte.



Labor en proceso.

• Muchos de los calados se realizan en el filo de la tela imitando un encaje. Ello exige que, a todo lo largo del mismo, se borde un festón con la técnica adecuada a fin de poder recortar la tela que sobresale del calado sin que se produzcan deshilachados.

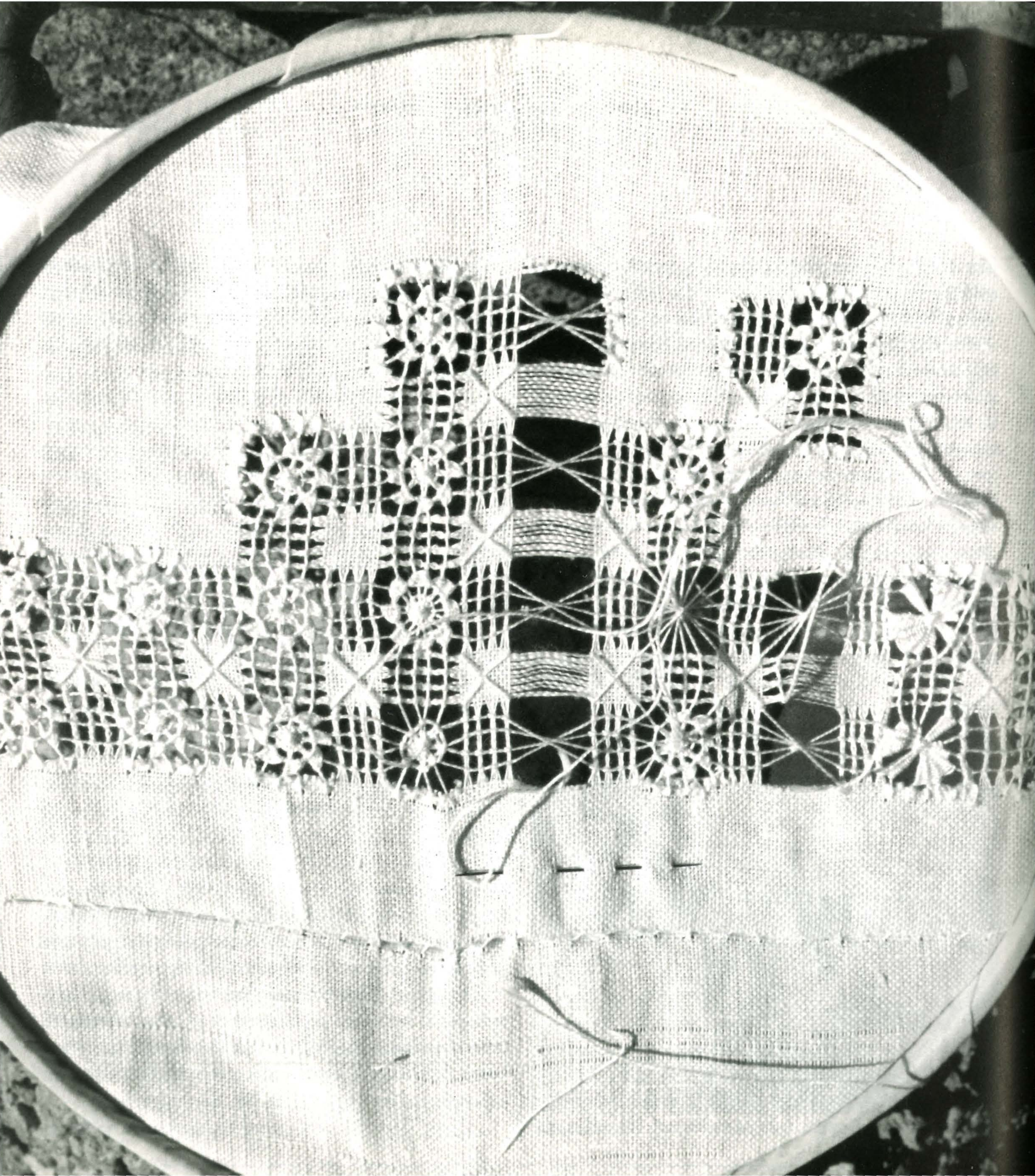
• Una vez terminado el calado y antes de quitar la labor del bastidor, se procede a mojar la tela y a su secado posterior. Con este procedimiento se consigue que la labor quede igual que si se hubiese almidonado pero sin necesidad de usar este producto, técnica que alarga la duración de la blancura de la labor, pues se sabe que con el paso del tiempo el almidón produce un amarilleamiento en la tela, aún en el caso de que no esté recibiendo polvo o roces que la ensucien.

• Por último, se saca la labor del bastidor y se recorta la tela al borde del festón.

La caladora experta siempre cruza los hilos de la misma forma y siguiendo un metódico proceso, así en la labor acabada resultará difícil distinguir el revés del derecho.

Es evidente que no hemos pretendido en este capítulo enseñar a calar. Tampoco nosotros sabemos hacerlo. Nuestra intención es simplemente la de transmitir la idea de que el trabajo de nuestras caladoras es enormemente laborioso en su realización, que exige, además, un proceso de aprendizaje más o menos largo dependiendo del interés y la dedicación que se tenga y una práctica que sólo se consigue con la constancia.

Quien se limita a comprar el producto final puede apreciar la belleza y la pulcritud de la labor terminada, pero debe saber también que detrás ha habido largas horas dedicadas al aprendizaje y a su realización.



Las caladoras

Para la realización del presente trabajo hemos visitado varias ferias de artesanía de las que se realizan por los distintos pueblos de la Isla de Tenerife, a fin de estudiar y fotografiar los modelos de calados que se exhiben, así como para entrar en contacto con algunas de sus autoras y poder visitar sus respectivos talleres.

En la Feria Iberoamericana de 1998 conocimos a Doña Justina Campos Rodríguez y a Doña Angelina Díaz Campos. Tenían un stand en el que exhibían parte de sus trabajos. Con una exquisita amabilidad nos explicaron allí mismo los pormenores del material que presentaban, los nombres que les adjudicaban, etc. Nos pusimos de acuerdo para ir a sus talleres y así conocer mejor el proceso, que nos mostrasen los diferentes módulos que fabricaban, con qué medios los realizaban, en qué lugares, etc. Y así lo hicimos.

Doña Angelina Díaz Campos

El 12 de diciembre de 1998 nos trasladamos a El Escobonal (Municipio de Güimar) y visitamos en primer lugar a Doña Angelina Díaz Campos.

Lo primero que nos llamó la atención fue que no posee un taller como tal, sino que es una estancia de la casa que, a su vez, es una pequeña venta a donde acuden sus vecinos en busca de un kg. de azúcar o de una carretilla de hilo de coser. En ese mismo lugar y apoyado en dos sillas tiene instalado el bastidor. En sus ratos libres que son cortos y entre otras actividades, toma los utensilios y trata de avanzar en el calado que tiene empezado, después de haberlo diseñado, marcado, sacado las hebras,... También acude a Güimar a enseñar a otras mujeres los secretos de su arte.

Mientras nos explicaba los diferentes calados, utilizaba un vocabulario que, al principio, nos resultaba difícil de entender; randa, pintitas, arañón, ojito de perdiz,... Con la grabadora en acción para no perder

nada de lo que nos decía, le fuimos preguntando sobre el significado de cada una de ellas.

Cuando vd. dice "randa" ¿a qué se refiere?

Inmediatamente cogió la aguja e hilo y nos hizo una demostración práctica de ello. En una zona de la tela donde se había sacado una hebra se puso a calar. Cuatro hebras hacia arriba, cruza y después va hacia abajo en línea vertical; vuelve otra vez hacia arriba por encima... como si trabajara punto de cruz.

Doña Angelina: Esta es la randa sencilla porque hay otra que es doble. Se hace otra igual al lado.

De los calados que nos iba enseñando decía los nombres, así tenía: caracolillo, mariposas, pintitas (de varios tipos), arañón (círculos en los huecos), estrellitas, el caracol, ojito de perdiz, galletitas holgadas, ladrillitos.

También nos habló de las telas y del marcado que es lo primero que se realiza antes de empezar con el calado.

Se marca el tamaño del cuadrado, sacamos una hebra a un lado y se cuentan ocho, sacamos otra hebra, volvemos a marcar ocho y así aunque hay quien marca a ojo, sin contar. Luego se cortan las hebras y se sacan de una en una. Si la tela es muy gorda se cuentan 3 y se saca una.

En la tela se suceden los cuadrados huecos con las tramas de ocho hebras.

¿Siempre ha trabajado en esto?

Antes se trabajaba para vivir del calado pues había que llevar el gofio al molino; las mujeres bordábamos para sacar algo de dinero para vivir, vestirse, etc. Trabajando de noche, a la luz de la vela o del quinqué.

Pero también se hacían calados para la ropa que usaban ¿no?

Si, aquí se hacían calados en blusas, trajes,... las caladoras se vestían con telas caladas.

Se acerca a una cómoda y de uno de los cajones saca una pieza con sumo cuidado. La extiende sobre el bastidor y nos explica.

Este muestrario tiene más de cien años. Vean el arañón, es el auténtico de aquí. Cruz y arañón. Calado de la reina. Trébol de cuatro hojas. Estrellitas.

¿Cuánto tarda en hacer una labor?

Trabajando a ratitos se puede hacer una servilleta a la semana.

Una vez terminada la labor hay que lavarla y almidonarla, ¿no es así?

No, cuando se acaba el calado, se moja en el mismo bastidor, se pone al sol y después de que esté seco se corta y queda como almidonado, mejor que con almidón porque dura más y se estropea menos.

Cuéntenos más cosas sobre esta labor

Mientras se cala se puede hablar pero no dejar de mirar, porque si no la aguja se puede ir para otro lado. Además, tiene que conseguir siempre el "jeitito" de la hebra, para que quede bien la hojita. Si le das el "jeitito" más flojo te queda la hebrita flojita, después le das el otro más fuerte y no queda centradita. Como en El Escobonal no se trabaja en ningún sitio. El nuestro es todo anudado, así se lava y no se estropea nada. Las manos hay que tenerlas limpias, con nada que toque me las lavo "enseguidita".

Y, el hilo, ¿de qué tamaño lo cortan?

El hilo se mide dándole una vuelta alrededor del codo. Siempre tiene el mismo tamaño y cuando se acaba una hebra le anudamos la otra.

Dejamos a Doña Angelina después de un largo rato de conversación.

Doña Justina Campos Rodríguez

Doña Justina vive en el mismo pueblo de El Escobonal, más cerca de la carretera general. Nos recibió con total familiaridad. Parecía que nos conociera de siempre y que estuviera deseosa de contarnos cosas sobre su trabajo.

Tampoco dispone de un taller en sentido estricto. En una de las habitaciones de su casa tiene un bastidor

montado sobre unas burras de madera, con una tela en la que ha empezado a hacer un mantel. No sabe el tiempo que tardará en terminarlo porque sólo puede aprovechar algunos ratos para avanzar. Tiene, no obstante, muchos encargos y además da clases en Güimar para transmitir el arte del calado a las nuevas generaciones. Observamos con calma los distintos modelos de calados que tiene, tratando siempre por nuestra parte de fotografiarlos para luego catalogarlos y relacionarlos con el trabajo que nos hemos propuesto realizar.

¿Quién le enseñó a calar?

Doña Justina: mi madre. Antes uno no se ocupaba más que de calar y calar. Mi madre sabía mucho pero no me decía los nombres de todos. A lo mejor es que no me acuerdo porque antes esto no era ni escuchado tampoco. Ni la persona que calaba era escuchada. Era así. Lo que está pasando hoy me gusta porque va evolucionando. Esto de los calados estaba bastante olvidado, aunque yo lo he trabajado desde siempre. Muchos de los calados antiguos los he sacado yo de los que hacía mi madre. Ahora sí le damos importancia.

Doña Justina repite algunos de los nombres de los calados que ya oímos a Doña Angelina pero también otros nuevos.

Empresillado o calado de presillas
La florita hecha en el calado de la reina
que, según parece, es el que más aprecian todos.
Crucita doble.
Cruces de cuatro hojas.
Granito de trigo.
Calado de espigas.

Nos muestra también labores que corresponden a calados muy antiguos, son dibujos de animales zurcidos sobre los hilos, toallas caladas, un mantel,...

¿Antes de empezar una labor hacen ustedes algún dibujo?

Lo primero que hay que hacer es marcar la tela. El dibujo no se me da.

No obstante, Doña Justina toma papel y bolígrafo y nos muestra lo que hay que hacer para marcar la tela.

¿Cuáles son los utensilios que utiliza?

Aguja, hilos, tijera,.. No uso dedal.

¿Cómo remata las hebras?

Aquí hacemos un nudo con las hebras y luego lo disimulamos por detrás de la labor.

Nos enseña a anudar los hilos pero es muy complicado explicar cómo lo hace. Tendremos que practicar mucho para que no se nos olvide.

Vemos que usa gafas, ¿calar perjudica a la vista?

Hay otras personas que no calan y también usan gafas. No creo que por calar yo tenga gafas. Tengo *una lupa que me regalaron pero no me acostumbro a ella.*

Por supuesto, saca su lupa y nos la muestra muy divertida. No cabe duda de que Doña Justina es una mujer entrañable.

La calidad de lo que vimos nos impulsó a pedirle que nos elaborara un muestrario de sus modelos más habituales y significativos. Con todos ellos preparamos una colección de cuadros para darlos a conocer y poder apreciar no sólo su belleza, sino los aspectos matemáticos que deseamos destacar.

Doña María Dolores Hernández

Doña María Dolores Hernández vive en Tegueste y hasta allí nos dirigimos para conocer su trabajo. El taller es un salón espacioso y luminoso, en el que además realiza la exhibición y la venta de los trabajos salidos de sus expertas manos. Mantuvimos con ella una larga e interesante conversación. Como también imparte clases en el mismo lugar, nos fue mostrando los distintos trabajos que realizan sus alumnas tras sus explicaciones para que se introduzcan en los secretos de esta labor. Su conversación es, además de interesante, muy precisa y amena. Conocimos muchos detalles de la Artesanía en general y de todo el mundo de los calados y de las caladoras, en particular. En su taller encontramos módulos de tipos de friso que aún no habíamos visto. Reproducimos a continuación los aspectos que nos parecen más interesantes de la entrevista que mantuvimos con ella.

Háblenos de las telas.

Doña María Dolores: Esto es lino. Lo compré en García Feo en La Orotava, me extrañó el precio, porque el otro vale 1.985 y éste 5.285 pesetas. Es una "diferencia" notable.

¿Por qué una diferencia tan grande?

Porque dicen que esto es lino puro mientras que el otro es una mezcla de lino y algodón.

¿Usted nota el cambio al trabajar con uno u otro?

Si se nota, porque además de que es más bonita, al sacar la hebra es más fuerte, no se parte y no tiene tantos nudos. Fíjese en esta, que es de lino y algodón, la cantidad de nudos que tiene. Estuve marcando aquel mantel, que es un regalo de Reyes, porque había muchas cosas que hacer y yo lo hago más rápido que las alumnas y terminé con los brazos como si hubiese estado cogiendo papas... Me ha comentado mucha gente mayor que antes, cuando sacaban lo hilos para el calado, luego los utilizaban para coser.

Aquí en Tegueste ¿se dedica usted sola a los calados o hay más gente?

Más talleres no hay, pues para mantener esto si usted viera las peripecias que hago... Hay mucha gente que he enseñado y algunas que tienen el carnet de caladora, pero luego no se dedican a esto.

¿Quién proporciona ese carnet de caladora?

El Cabildo.

Entonces ¿se supone que están todas censadas en el Cabildo?

No, todas no; yo a las que veo que trabajan bien les indico que hagan la solicitud para el carnet en el Cabildo. Luego tienen que ir al Centro de Documentación e Investigación de Artesanía en La Orotava. Allí se les hace un examen. A ese examen vamos otras señoras y yo, vemos los calados y luego va un técnico del Cabildo y se decide si se le da el carnet. Realmente en ese examen sólo se ve si sabe calar un poco. Según va moviendo las manos va viendo una que está acostumbrada a un determinado modo de trabajar y a veces no son trabajos todo lo aceptables que deberían ser. Yo creo que una profesional del calado tiene que saber introducir el calado en lo que le pidan, pero no se puede decir que se es caladora por saber hacer tres calados. Ser caladora es más. Una lo dice pero no se hace caso. Además esas personas hacen sus calados y los venden aunque no sean de gran calidad. Con ese carnet se puede ir a la Feria, se puede acceder a subvenciones, aunque en realidad las caladoras necesitamos poquito a no ser que tengas que adaptar alguna habitación, pero el resto: un bastidor, unas tijeras, una burra, una cinta métrica y agujas; no necesitan tanto.

Primero dependíamos de la Consejería de Industria pero eso se transfirió al Cabildo que es el que da las subvenciones, aunque este año no ha habido. Parece que el año que viene sí. Entonces yo pido una subvención y, según mi situación económica, ayudan con mayor o menor cantidad. Como yo me dedico a la enseñanza me dieron una subvención para comprar burras, una mesa, un armario,... porque di tres *cursos en mi casa. Me dieron un 90 % porque en aquel momento estaba mi marido parado y no tenía ningún medio económico. Di esos tres cursos y luego pensé que era mejor darlos por medio del Ayuntamiento, porque si se hacía en un local del Ayuntamiento se le daba más publicidad, a la gente se le atraía más y tuvo buenos resultados. En aquel tiempo quise montar una cooperativa. Estaba ya todo planeado para empezar a tramitar papeles pero las alumnas se me fueron a unos cursos que eran pagados y se murió la cooperativa. Había unas subvenciones fabulosas. Bueno, lo seguiré intentando.*

¿De quién aprendió el oficio?

De mis vecinas.

¿Entonces, esto tiene tradición aquí?

Bueno, yo soy de La Perdoma, de La Orotava y vine a Tegueste hace 35 años y entonces vi que la gente de aquí había calado. Mi suegra, que la enseñó su madre, las hermanas, etc. pero no había nadie que lo hiciera. Entonces me propuse recuperar el trabajo y lo he ido consiguiendo.

¿Hay algún tipo de dibujo, de diseño, etc. que sea propio de Tegueste y no se encuentre en El Escobonal, ni en La Orotava...?

Yo creo que todos los calados son los mismos. Lo que pasa es que algunas personas se han dedicado a uno, pero en realidad los saben todos. Yo he examinado a gente de El Escobonal y han traído los mismos trabajos que yo hacía de pequeña en La Orotava. Hay trabajos que son muy costosos y no los pagan como debe ser. Hay muchas cosas que recuperar.

El que sea costoso es por lo que se hace y no por la tela ¿no?

Si, es el trabajo que se hace. Claro que, si trabajas en una tela fina, cuesta más porque ya te expliqué los precios de una y de otra y porque sacar el hilo en una no es lo mismo que sacarlo en la otra. Hay sedas más finas que estas. Yo he trabajado en seda, en batista, en tergal. He calado en "yorye" que es parecido a la gasa, en organdil, o sea que he calado en todas las telas en que se puede hacer y no es lo mismo trabajar en una tela fina que en una gruesa. Y luego están los tipos de calados que se hagan. Cada uno tiene sus nombres. Este es "madrigal", el dibujo se llama así. Otro es el medallón que tiene menos trabajo. Aquí en éste hay que contar cinco hebras y dejar cinco, y luego los espacios de un centímetro separados por esta hebra que se quita. Flor de azúcar, Punto espíritu, Espina sardina, Queso jurado (en algunos sitios al queso jurado le dicen "galleta bordada" o "madrigal"). Un centímetro, un agujero o dos centímetros, como está aquí, que tiene cuatro espacios, un agujero, luego anudan una hebra, otra hacia allá y a esto le llaman "madrigal"

Pero, ¿usted aprendió en La Orotava?

A los siete años ya sabía calar. A los diez años ya enseñaba a mis amigas. Antes había que trabajar por necesidad y desde muy pequeñas nos poníamos a *calar. Unas señoras nos repartían las telas y nos explicaban lo que querían. Había que empezar marcando la tela pero, no todas las niñas sabían marcar, así que se peleaban entre ellas para que yo se lo hiciera. Entonces las cogí un día y les enseñé a marcar y así no estaban dándome la lata. Así que la enseñanza de este trabajo la he hecho desde los diez años, empezando por mis amigas.*

Para enseñar ¿ha hecho algo especial?

Hice un curso de metodología y didáctica y allí decían primero la teoría y después la práctica. Yo hago lo contrario, primero hay que dar la práctica y la teoría va unida; no se puede dar la teoría porque en una pizarra no lo van a entender. Esto no se le puede explicar a las personas al mismo nivel. Cuando tengo un grupo de gente que va a trabajar conmigo, primero miro qué pueden dar sobre el trabajo y según lo que crea que pueden hacer, que tengan más o menos capacidad, ya sé qué les voy a poner. Si se quiere conseguir algo hay que hacerlo así. Lo primero que les enseño es a marcar, porque si tengo una niña y le doy un paño marcado y le digo: "ponte a hacerlo" y luego yo no estoy, ¿qué hace la niña? Así que primero se enseña a marcar para hacer un paño aunque sólo sepa un punto. Por ahí se encuentra uno gente que ni siquiera sabe ponerlo en el bastidor.

¿Usted antes hace el diseño en un papelito o algo así?

No. Lo hago pero aquí, en mi cabeza, aunque esto es como si lo hiciera en un papelito. Cuando viene una alumna no tenemos nada, ni esquemas, ni fotocopias. Yo le indico: "Mira, esto es lo que hay, ¿qué te gusta de esto?" "¡Ah!, dice ella, a mi me gusta éste". "Bien, entonces tienes que aprender la base". Por ejemplo, para hacer este calado primero le tengo que enseñar el punto espíritu, uno por uno y a hacer los nudos, a que maneje un poco las manos. No puedo ponerle algo que sea difícil para empezar. A medida que van trabajando se aumenta la dificultad. Una no puede ser muy exigente, sino tolerante, ir observando lo que hay y luego sobre la marcha se va modificando. Ese es mi sistema y me ha dado resultado.

¿El cortado de las hebras se hace con tijera o con cuchilla?

Con tijeras. Cuando era pequeña y calaba la batista y la seda, lo hacía así: con una aguja gruesa, después de haber sacada el primer agujero iba contando las hebras hasta que tenía tres o cuatro y luego, con una hojilla de afeitar pasaba por encima, porque era tan difícil cortar con las tijeras con esas hebras tan finas, que sólo con la hojilla se podía hacer.

¿Se puede vivir del calado?

Muchísima gente vivía del calado; ese era su medio de vida. Incluso hay gente que me decía que la Universidad se la pagó con el dinero del calado. Una maestra mía cuyo padre era peón platanero, estudió; sus hermanas calaban y con ese dinero pudo venir a la Universidad. También es verdad que el calado estaba mejor pagado. Mi madre iba a trabajar al campo y le pagaban doce pesetas; yo iba a un taller a calar y me *pagaban veinte. Yo llegué a hacer pañuelos y me pagaban ocho pesetas (¡fíjese que mi madre cobraba doce!) y hoy si los hago me pagan cuatrocientas cincuenta pesetas. Yo no los hago por ese precio. Las ocho pesetas eran muchísimo más que las cuatrocientas cincuenta de hoy. Las blusas también me las pagaban muy bien.*

Doña Juana Mesa

Doña Juana Mesa trabaja en un espléndido taller en La Orotava. A los pocos minutos de iniciar nuestra conversación con ella pudimos comprobar que estábamos ante una experta en temas de artesanía en general y sobre todo en calados. Basten algunos datos de su curriculum para confirmarlo.

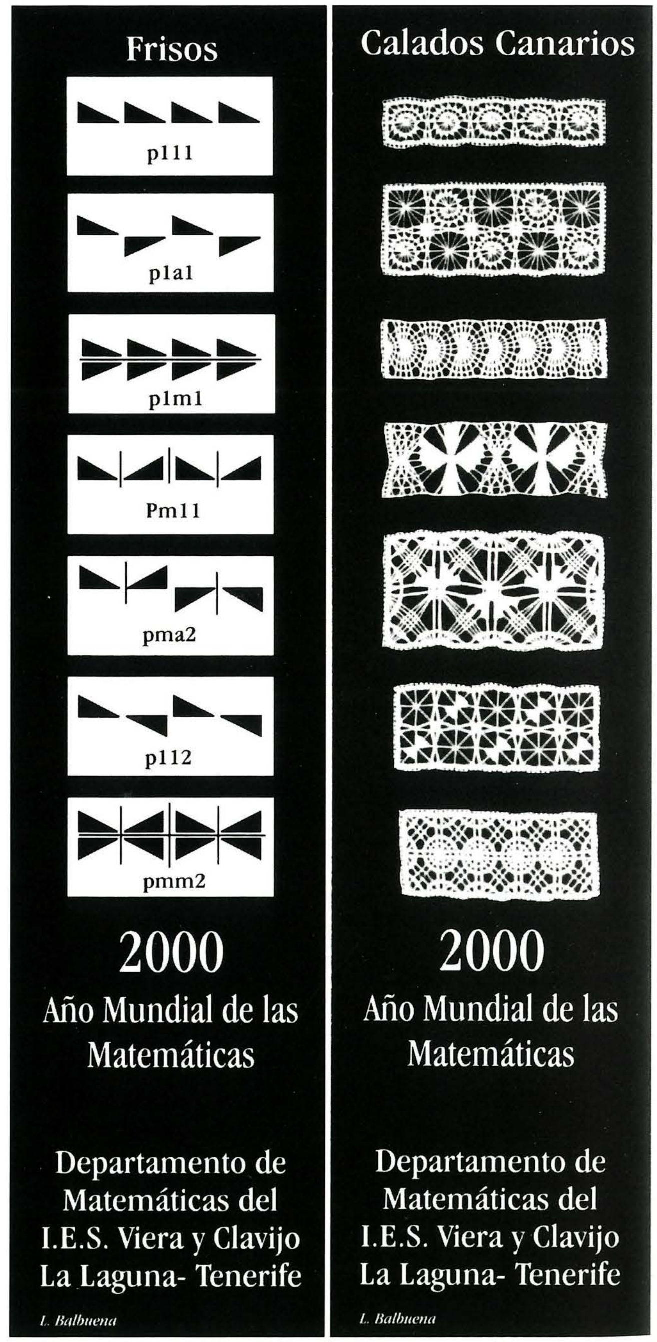
- En 1970 se presentó a un concurso nacional de destreza en las técnicas de bordados en general. Ganó el segundo premio con un muestrario que contenía cuatro modelos de calados. Téngase en cuenta que competía con expertas bordadoras de toda España y con diferentes especialidades.
- En 1992 ganó un premio de la Consejería de Industria del Gobierno de Canarias.
- En 1998 participó como invitada en una Feria Internacional celebrada en Córdoba (República de Argentina)
- En 1999 estuvo también en Cuba en otra Feria Internacional.

Cuando fuimos a hablar con ella habíamos estudiado ya un conjunto de cuarenta modelos de calados. Entre ellos abundaban los correspondientes al friso pmm2 quizás por la presencia de las dos simetrías. De los demás tipos pudimos encontrar módulos correspondientes a tres más. En su taller encontramos dos frisos del pm11.

Le comunicamos cuál era el objetivo de nuestro trabajo y en el tiempo que nos dedicó le explicamos los diferentes tipos de frisos existentes. Con gran sorpresa por nuestra parte, pudimos comprobar que nos seguía las explicaciones con una tremenda agilidad. Fuimos analizando distintos módulos de calados y clasificándolos según el algoritmo de clasificación que se expone en otras páginas. Comprobamos que, en efecto, hay un modelo de friso que no existe entre los calados porque hay espacios en los que no se pueden dibujar módulos. Diseñamos modelos que corresponden a este friso y se comprometió a elaborarnos un muestrario entre los que incluiría los módulos diseñados.

Cuando nos entregó el trabajo pudimos constatar que había captado perfectamente lo que le pedíamos y nos encontramos con que, gracias a ella, podemos mostrar ejemplos de los siete grupos frisos que la teoría permite construir.

Animados por ese logro le pedimos que nos hiciese, en un sólo paño, un muestrario en el que se reflejara un ejemplo de cada uno de los frisos. La pieza ha sido enmarcada y puede servir de orientación para la clasificación de cualquier calado. En la figura puede verse ese trabajo, convertido en un marcador de libros conmemorativo del 2000, Año Mundial de las Matemáticas.



Casa de Artesanía de la Guancha

En el pueblo norteño de La Guancha existe una Casa de Artesanía en la que, obviamente, no pueden faltar los calados. Allí nos recibieron amablemente y muy interesadas por el tema, Doña Esperanza (Tata) González González (**T**) y Doña Julia González Domínguez (**J**).

El Centro dispone de una sala en la que hay un buen número de bastidores para calar. En un ropero cuelgan de las perchas vestidos embellecidos con calados realmente hermosos.

T.- *Este Centro fue creado como consecuencia del entusiasmo que despertaron las famosas Ferias de La Guancha (la última fue en 1988). Se inauguró en 1987, siendo alcalde D. José Grillo. Éste ha sido siempre un pueblo en el que la artesanía ha jugado un papel importante. Y los calados, desde luego. Yo recuerdo que en mi familia llegaban a desplazarse a La Palma con calados e incluso se enviaban a la Península.*

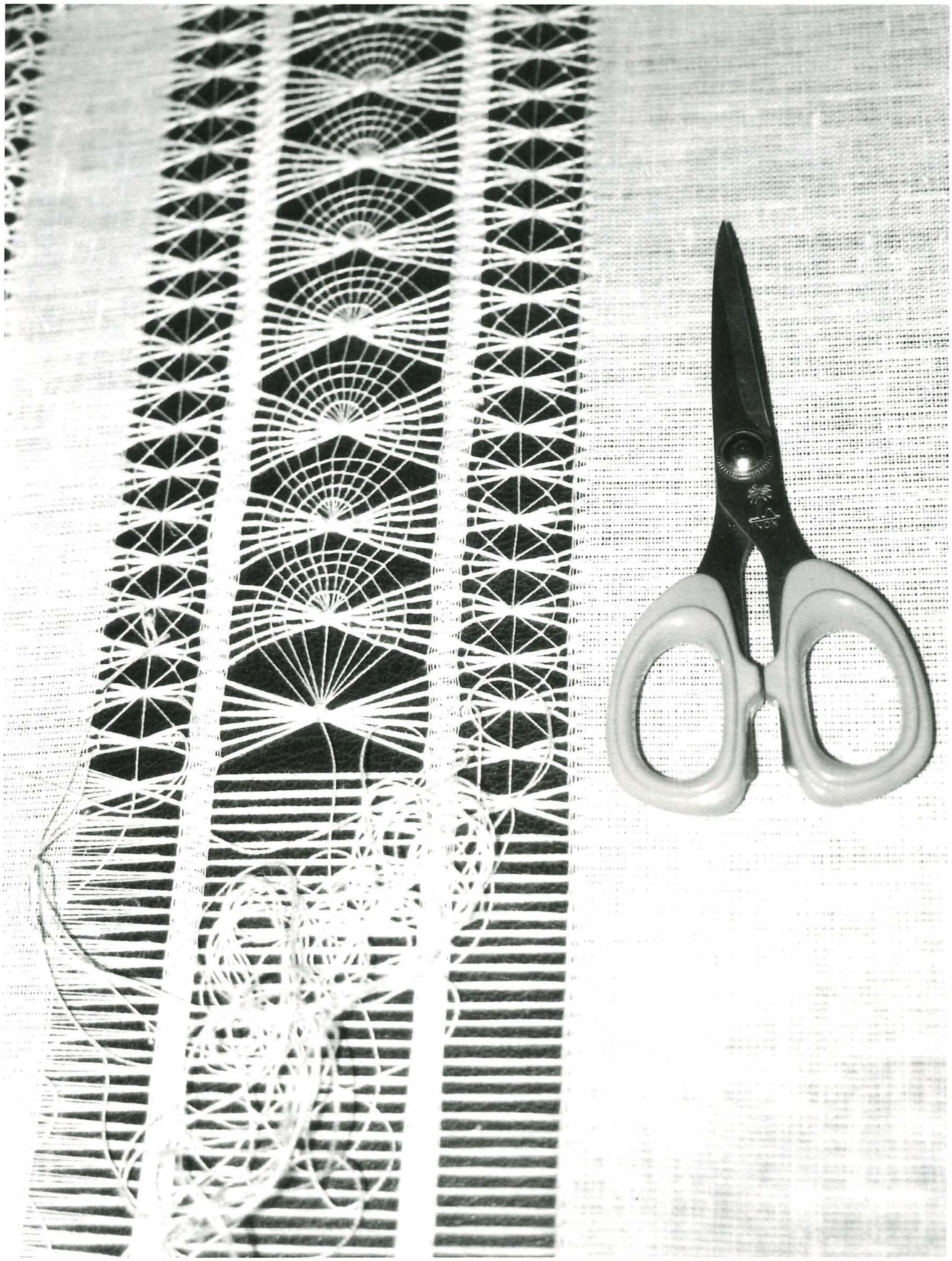
Con la puesta en marcha del Centro se pretendía no sólo que viniesen aquí los artesanos y las artesanas y que se agruparan, sino también que ejerciera la función de controlar la calidad de lo que se hace, es decir, que las labores se hagan con buenos materiales, que los acabados estén bien, y controles de este tipo. Así que ellos vienen, se les supervisa el trabajo, se les enseña cosas nuevas, se hacen cursos, se intercambian modelos, pero sobre todo se hace un control de la calidad. En el caso del calado, les aconsejamos, por ejemplo, que utilicen un lino que cuesta 42 euros el metro en lugar de otros que tal vez se consigan por 12 euros. La calidad lo justifica y en definitiva el trabajo que hay que hacer es el mismo. Es decir, que no tardas menos en hacer la labor si el lino es malo.

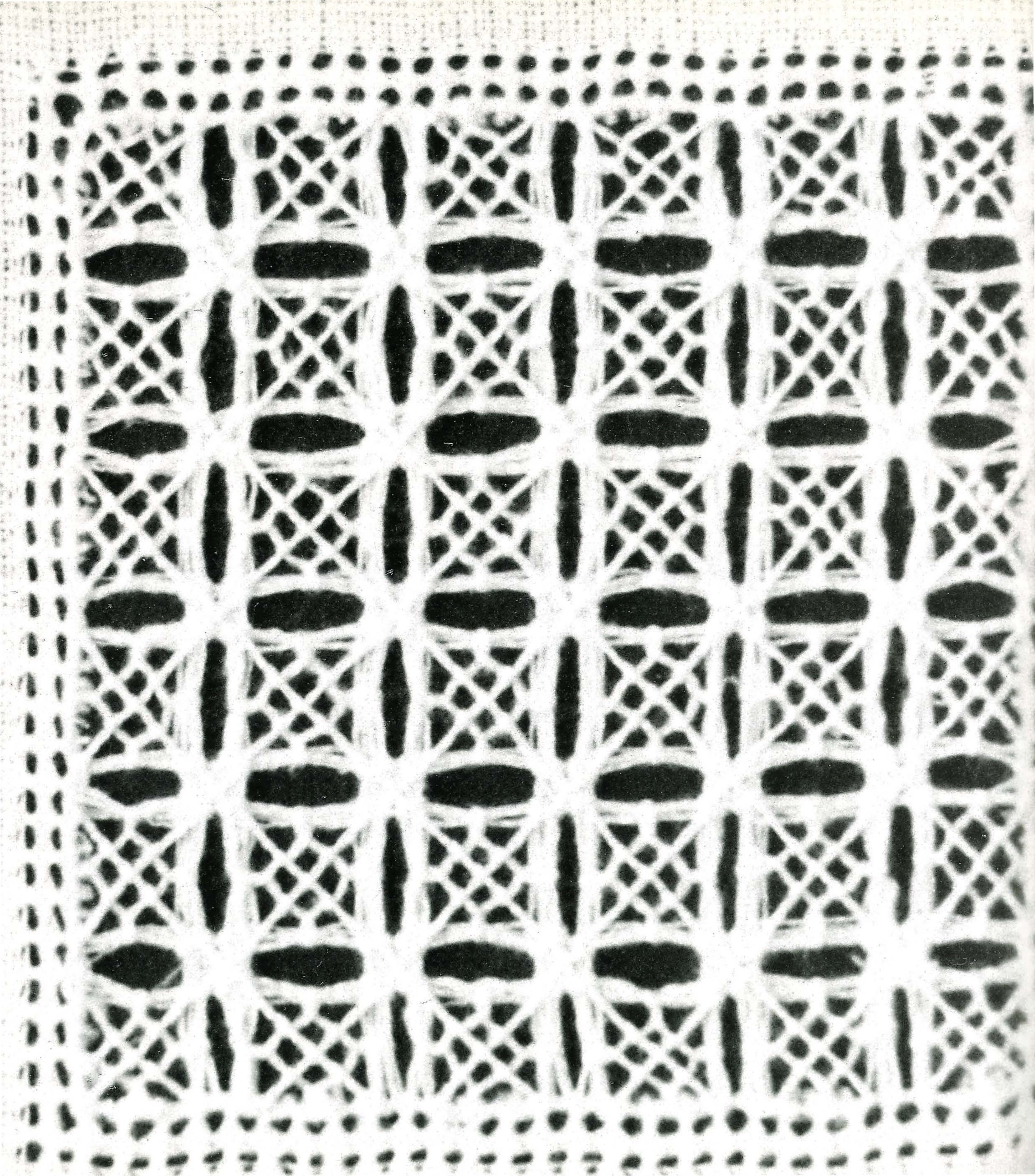
J.- *A mi siempre me llamó la atención el mundo de los calados. Cuando terminé Octavo de EGB, pensé que era el momento de aprender a calar. No se me daban bien los estudios. Así que fui a un taller que había en La Palmita antes que éste y allí aprendí. Yo vengo ahora al Centro porque me gusta, porque realmente no compensa demasiado económicamente. Le voy a dar una información para que se haga una idea. No hace mucho hice un mantel de dos por dos metros. Contabilicé las horas que trabajé porque queríamos saber ese dato. Fueron 756 horas. Lo vendimos en 157000 pesetas, de manera que puede hacer la cuenta para que vea qué poca cantidad representa por hora. Y tenga en cuenta que hay que añadir la tela, los hilos y más cosas. Yo creo que esto necesita más apoyo si se quiere que no se pierda.*

T.- *Si, por aquí pasan muchos turistas que cuando ven esos manteles, de tamaños tan grandes piensan que pueden costar 42 euros o poco más. Y menos mal que el Ayuntamiento cubre el mantenimiento de la instalación y nos echa una mano en muchas cosas porque si no esto no lo podríamos sostener con lo que sacamos de las ventas. Aunque la verdad es que, lo que se vende, va al artesano y tan sólo se le retrae un porcentaje muy pequeño para cosas que necesitamos.*

J.- *Yo soy enmarcadora. No es una tarea fácil. Realmente no hay que utilizar Matemáticas para hacer cálculos ni complicaciones de ese tipo. Tan sólo medir, contar y cosas sencillas. Sí hay que preocuparse de que las mediciones estén bien pues si al hacer el calado te equivocas, siempre puedes deshacer y rectificar pero no puedes cometer errores enmarcando. La dificultad a veces depende de lo que deseas enmarcar pues hay unas figuras más difíciles que otras.*

Al hacer el calado claro que me preocupo de detalles como que la parte de la mitad de arriba sea igual que la mitad de abajo pues en caso contrario hay que deshacer. ¿Eso significa que sea simétrico?





Algo más que calados

La idea de desarrollar el presente trabajo surgió en el Taller para re-crear Matemáticas que se impartía en el Instituto de Enseñanza Secundaria "Viera y Clavijo" de La Laguna (Tenerife). Entre otros objetivos, se pretendía, por una parte, tratar de buscar regularidades y situaciones matematizables en el entorno cotidiano de los alumnos y, por otra, dotarles de conocimientos y herramientas matemáticas que les permitieran penetrar en los elementos que conforman la realidad habitual.

De acuerdo con esos principios, decidimos crear un equipo que utilizara los calados canarios como hilo conductor del trabajo, al tiempo que se explicaban los conceptos teóricos que permitirían descubrir las regularidades matemáticas de ese material.

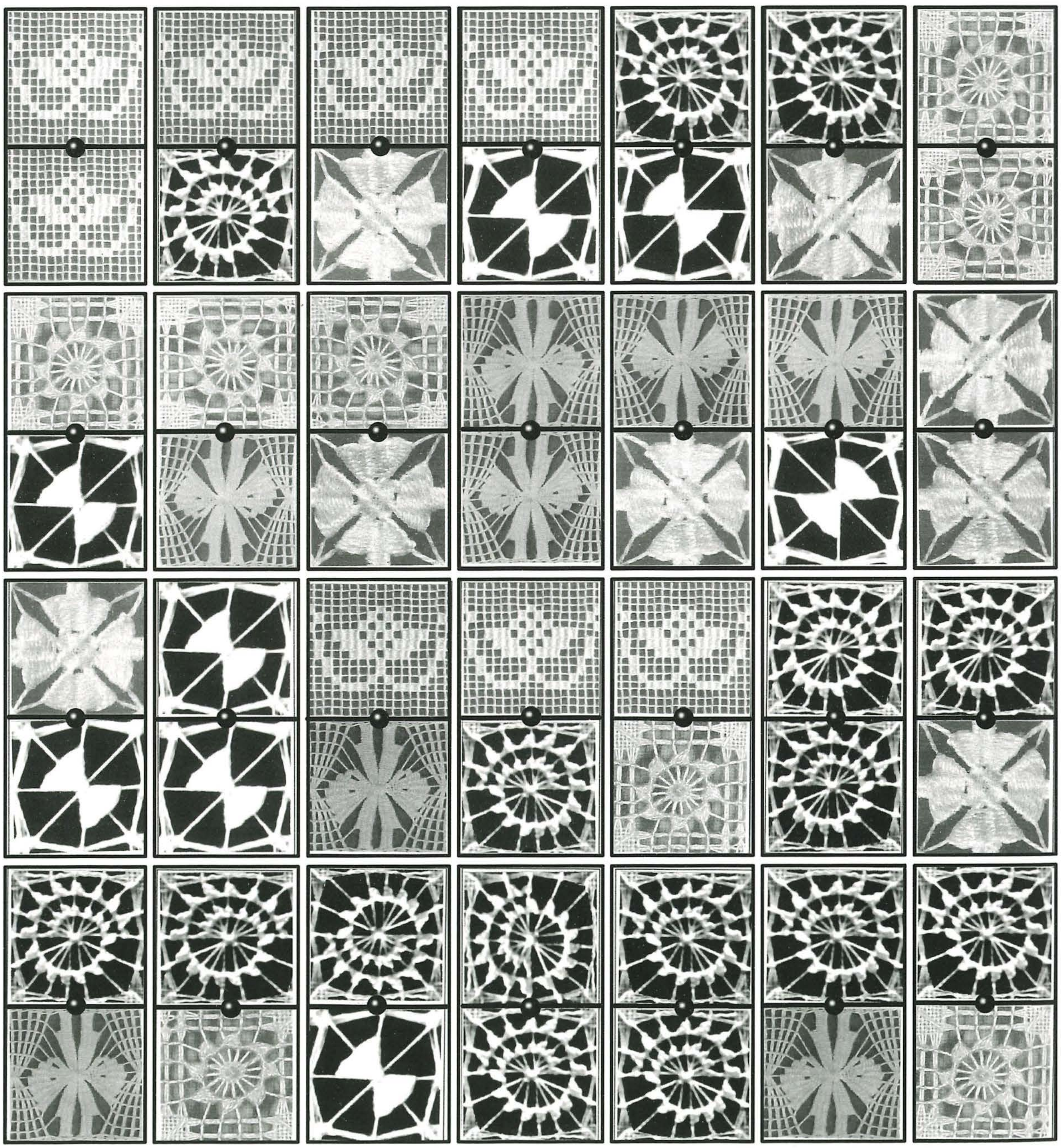
Por tanto, se fueron exponiendo todos los conceptos que forman la primera parte de este trabajo (simetrías, isomorfismos, rosetones, espirales, etc.) con el fin de empezar a ver cómo esos modelos matemáticos iban apareciendo en los calados que hacían las caladoras.

Hemos querido ir un poco más allá. Pensando en el aula y en la forma de conseguir que este material se haga familiar a los alumnos, exponemos en este capítulo un conjunto de ideas que pueden ser consideradas para utilizar los calados como un material didáctico. Es evidente que cada docente puede, a su vez, encontrar nuevas aplicaciones y debe adaptar las que se exponen al nivel formativo de sus alumnos, a las disponibilidades de tiempo que le permiten sus horarios, etc. Por ello no se especifican los niveles en los que se pueda utilizar el material.

Todos ellos pueden ser construidos con materiales baratos y fáciles de conseguir (cartón pluma, cartoncillo, dibujos, etc.)

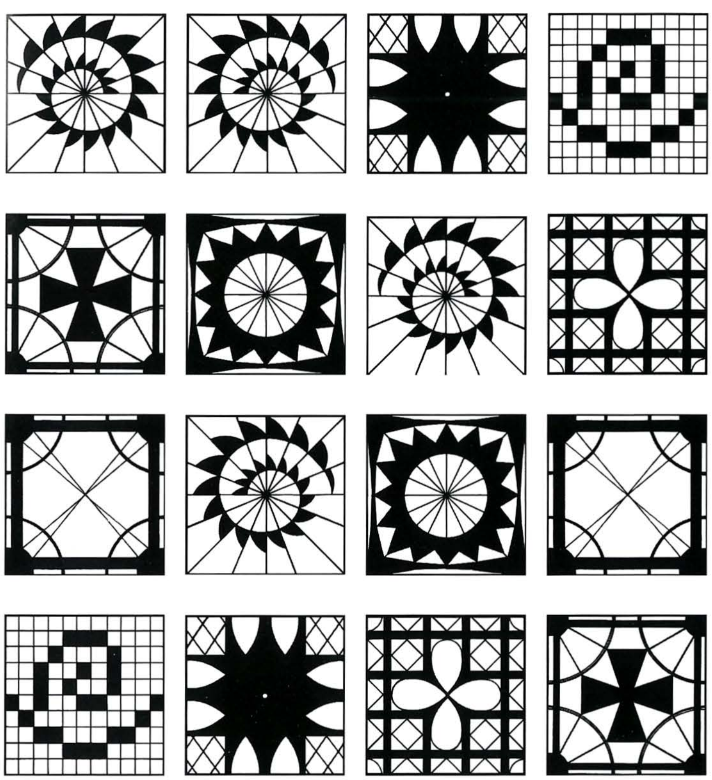
Dominó

Como es sabido el dominó tiene siete elementos básicos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6) que se combinan entre sí, con la posibilidad de repetirse dando lugar a las conocidas 28 fichas. Manteniendo el criterio de formación de las fichas de dominó se consigue crear un juego cuyos elementos básicos son distintos tipos de módulos de calados. No obstante, puede añadirse cierta dificultad al juego utilizando un módulo no simétrico (por ejemplo, la espiral dextrógira) y su imagen (levógira). El que hemos construido lo reproducimos a continuación.



Memory

Este es un conocido juego que consiste en poner con la imagen hacia la mesa un conjunto de 15 o 20 parejas de modelos diferentes. Las piezas se remueven antes de colocarla. Una vez puestas en filas, cada jugador levanta dos piezas. Si son iguales se las apunta como suyas y las retira de la mesa repitiendo la jugada. Si son diferentes, entonces las deja en su lugar y tanto él como los demás jugadores deben memorizar la situación de cada uno de esos módulos para levantarlo cuando se localice el otro con el que forma pareja. Al final gana quien haya logrado más parejas.



Recortando papeles

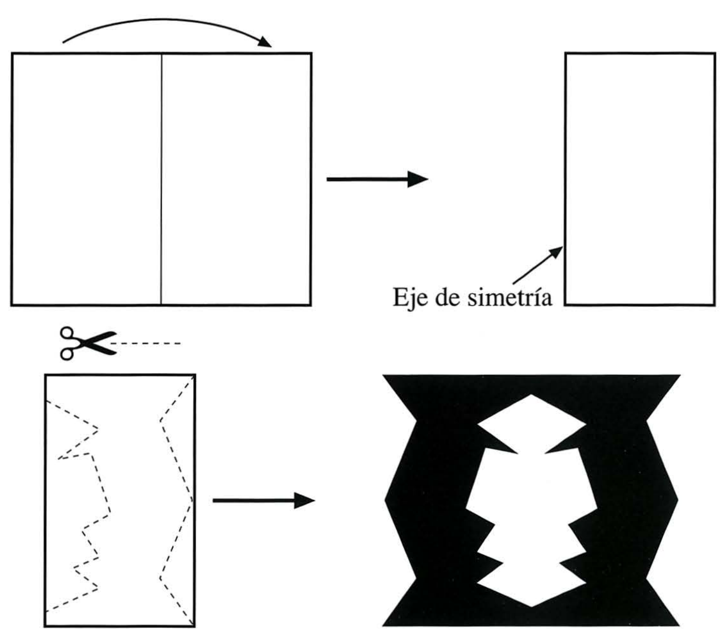
1.- Construye tu rosetón.

Material:

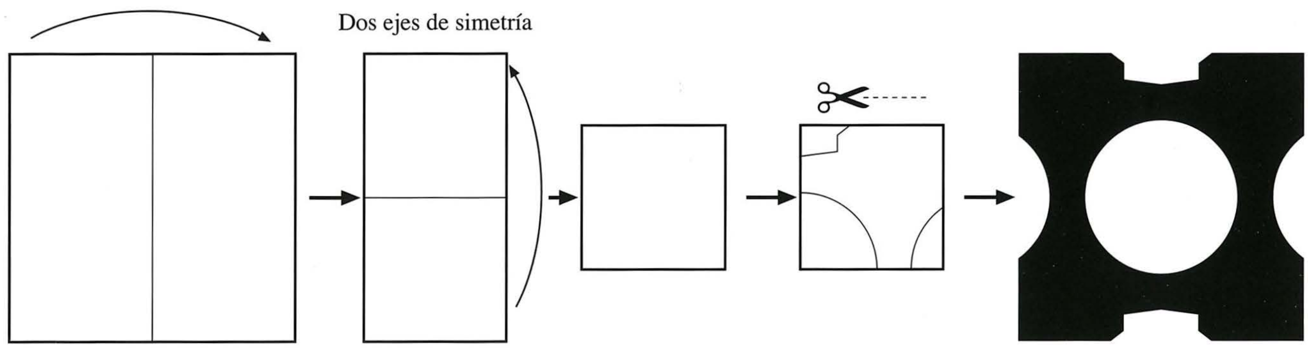
- Trozos cuadrados de papel de diferentes tamaños.
- Tijeras
- Imaginación

Cada vez que se pliegue el papel de forma simétrica se está marcando un eje de simetría. La figura que se obtenga depende del dibujo que se realice sobre el papel plegado y su aspecto estético será aquel que cada cual sea capaz de conseguir con su gusto y con su práctica. Veamos algunos ejemplos a modo de orientación.

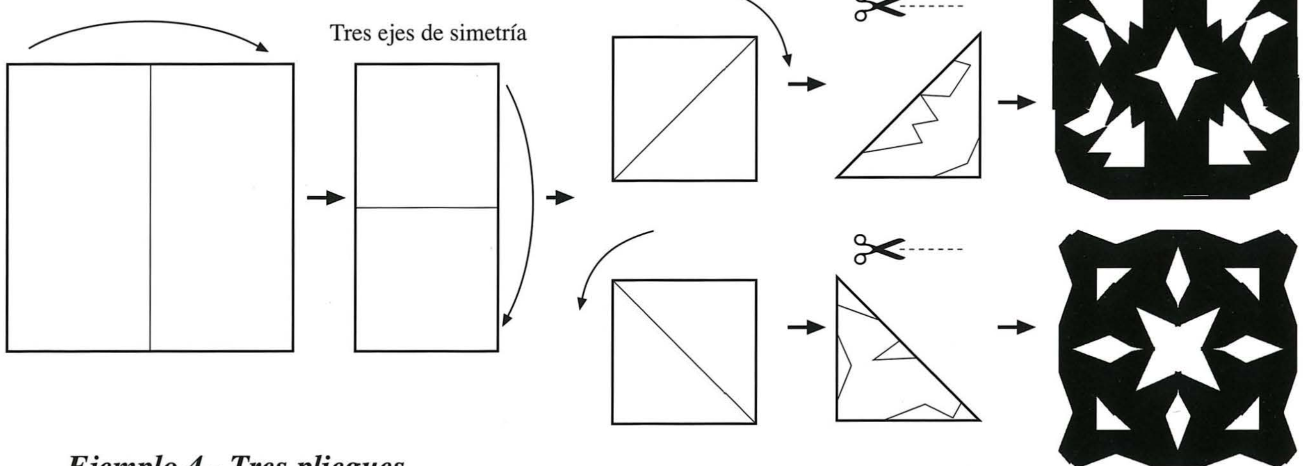
Ejemplo 1.-Un solo pliegue



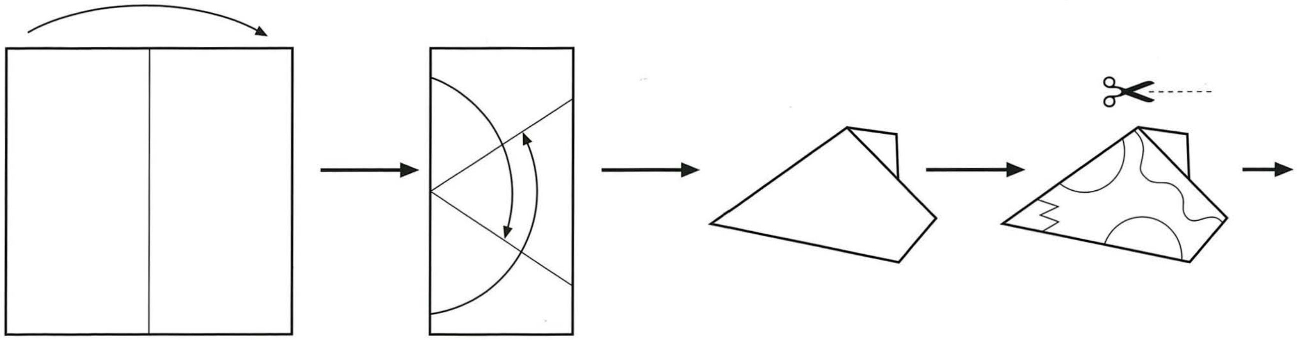
Ejemplo 2.- Con dos pliegues



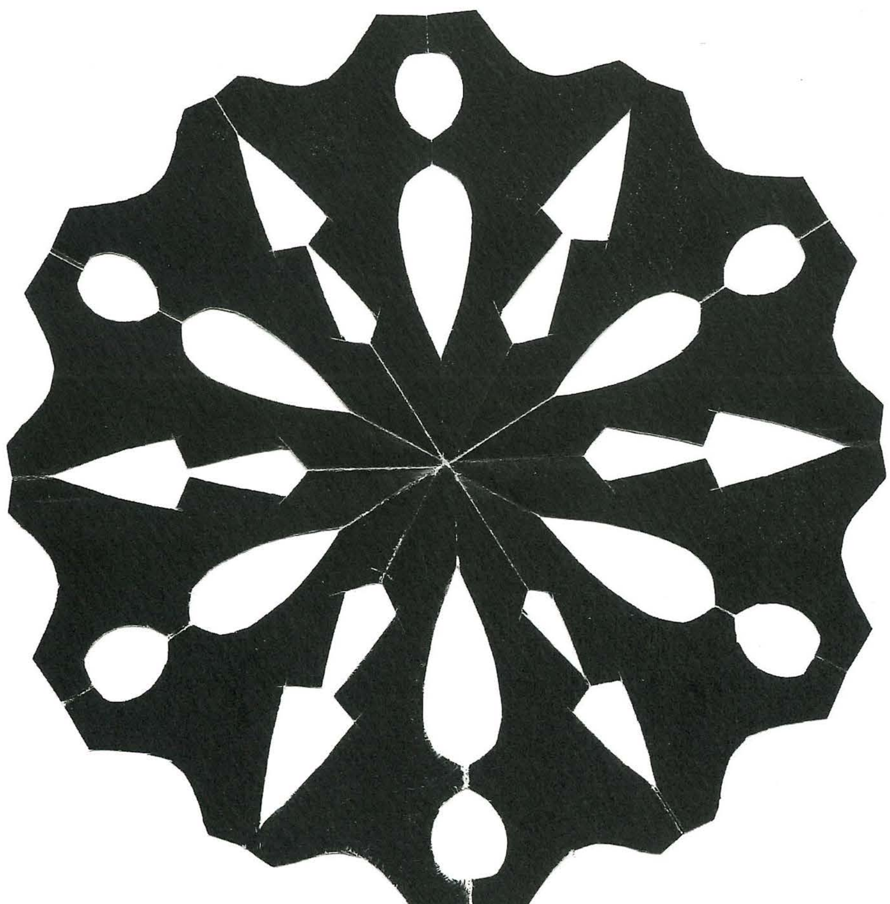
Ejemplo 3.- Con tres pliegues



Ejemplo 4.- Tres pliegues



Si el papel se sigue doblando a lo largo de líneas que atraviesen la figura, se tendrá un eje de simetría más con cada doblez con lo que se pueden conseguir rosetones diédricos del grado que se desee.



2.- Construye tu friso.

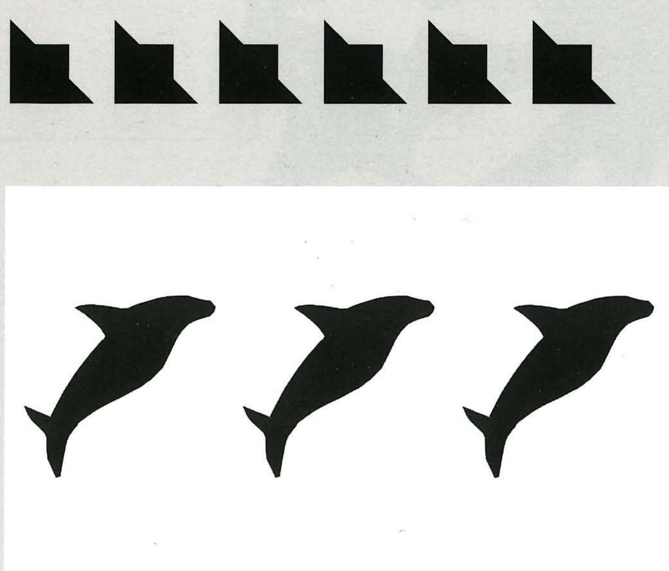
Material:

• Tiras de papel; se pueden conseguir, por ejemplo, con un rollo de los utilizados en las máquinas registradoras.

• Tijeras

• Imaginación

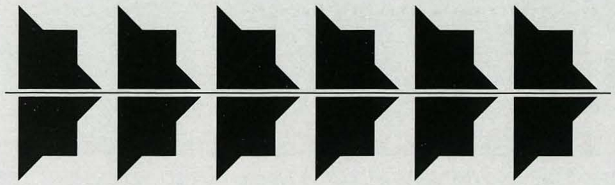
Los diferentes frisos pueden obtenerse mediante el procedimiento de recortar tiras de papel que se han doblado previamente. Conviene tener en cuenta que existen módulos que presentan uno o varios ejes de simetría mientras que otros carecen de ellos. En este último caso, se pueden obtener varias figuras mediante el doblado del papel pero será necesario colocarlas luego a lo largo de la línea que marca el friso.

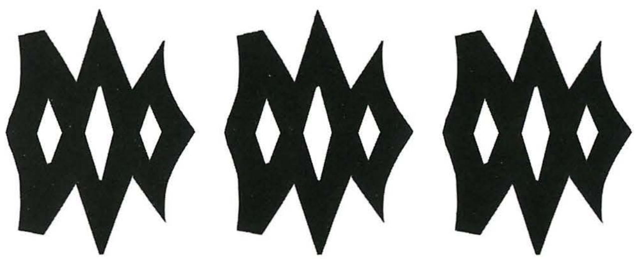


p111

En este friso no hay eje de simetría, sino que una figura no simétrica se repite una y otra vez. Tomamos entonces una tira de papel y la cortamos en pedazos todos iguales que colocaremos uno encima de otro. Sobre el primero dibujamos un objeto no simétrico y recortamos todos los pedazos juntos. A continuación se sitúan uno tras otro para dar lugar al friso.

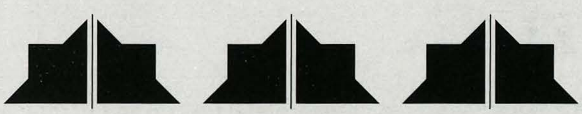
Otra forma de hacerlo, siempre que la tira de papel tenga el mismo color por los dos lados, es la siguiente: se pliega la tira de papel doblando cada cuadrado base sobre sí mismo; se recorta una figura no simétrica; se despliega la tira y se corta por las líneas de pliegue; por último se colocan las figuras una a continuación de la otra pero de forma que una esté al derecho y la otra al revés.





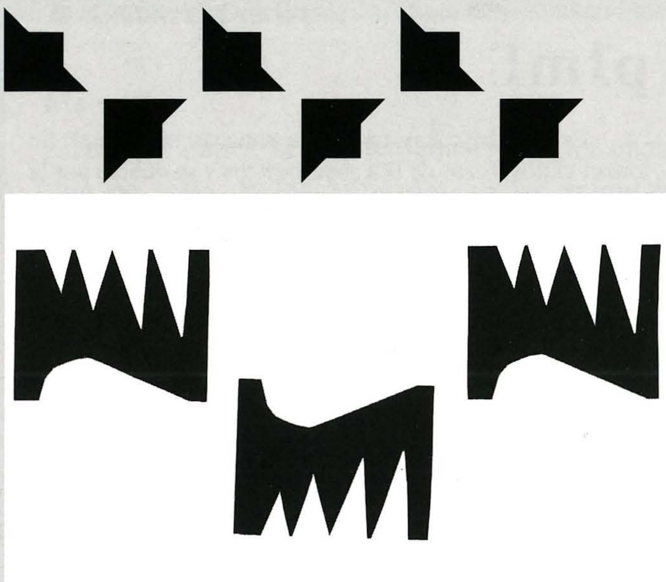
p1m1

En este friso hay un eje de simetría horizontal. Se toman varios trozos de tira superpuestos y se doblan por la mitad. La línea del doblez es el eje de simetría horizontal. Por tanto, al hacer el dibujo, que no debe ser simétrico, téngase en cuenta que al recortar aparece la otra mitad a lo largo del eje. También se puede realizar, como en el anterior, doblando la tira previamente en lugar de cortarla en módulos. Se dobla de nuevo por la mitad y se recorta la figura en torno al mismo. Una vez recortada la figura se separan las módulos y se colocan alternando uno del revés y otro del derecho.



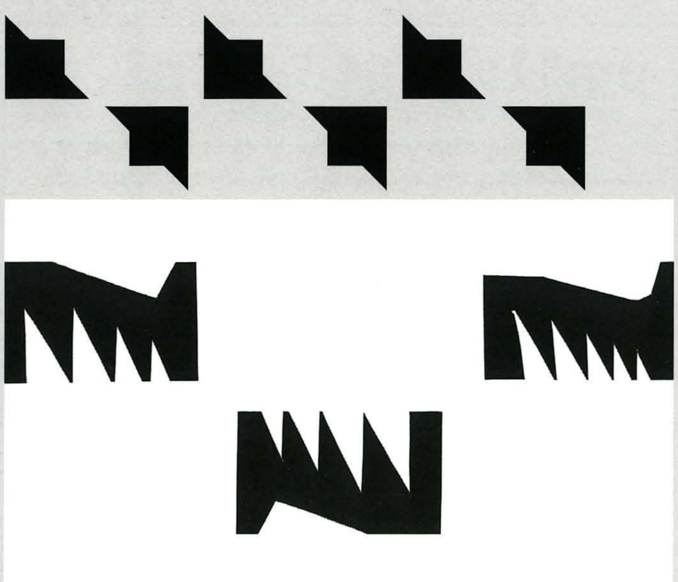
pm11

Posee simetría vertical. Se dobla la tira de papel el número de veces que se quiera. Como hay que recortar con tijera, tal vez no convenga pasar de tres o cuatro dobleces. La línea del doblez es el eje de simetría vertical y dos pedazos consecutivos forman el módulo que se va a repetir determinando así el friso.



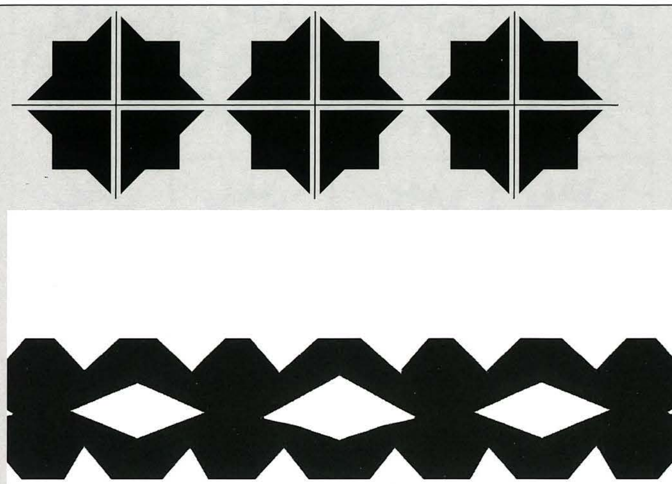
p1a1

Se trata de una simetría (horizontal) con deslizamiento. Una vez doblado el papel tres o cuatro veces, hay que dibujar en la cara superior para recortar después y conseguir el friso. La línea horizontal que atraviesa el cuadrado por la mitad pertenece al eje horizontal del friso, pero como tiene desplazamiento hay que pintar motivos iguales pero invertidos a ambos lados de la pieza doblada.



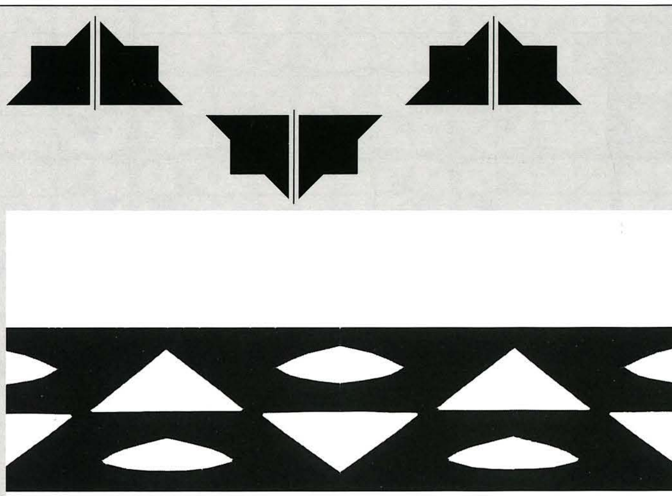
p112

No hay simetrías de eje horizontal o vertical. Se trata de girar el módulo 180° (rotacional de orden 2) por lo que no se pueden hacer pliegues para luego recortar sino que se deben preparar trozos de la tira, se superponen y se dibuja una figura no simétrica. Una vez recortadas, se sitúan sobre un eje girando la segunda 180° con relación a la primera. Otra manera de hacerlo es como sigue: se dobla una tira por la mitad a todo lo largo. Sobre ella se dibuja un friso p111 y se recorta. Se corta la tira por el doblez y se colocan las dos mitades invirtiendo la posición de una de ellas y trasladándola respecto de la otra.



pmm2

Es el friso más completo en el sentido de que tiene los dos ejes de simetría. Para hacerlo recortando la tira de papel, una vez doblada dos o tres veces hay que doblar de nuevo por la parte central pues ése será el eje de simetría horizontal. El dibujo que se haga, al recortarlo dará lugar a una imagen simétrica tanto respecto al eje horizontal como al vertical. También puede conseguirlo haciendo un doblez a lo largo de la tira y plegando a continuación.

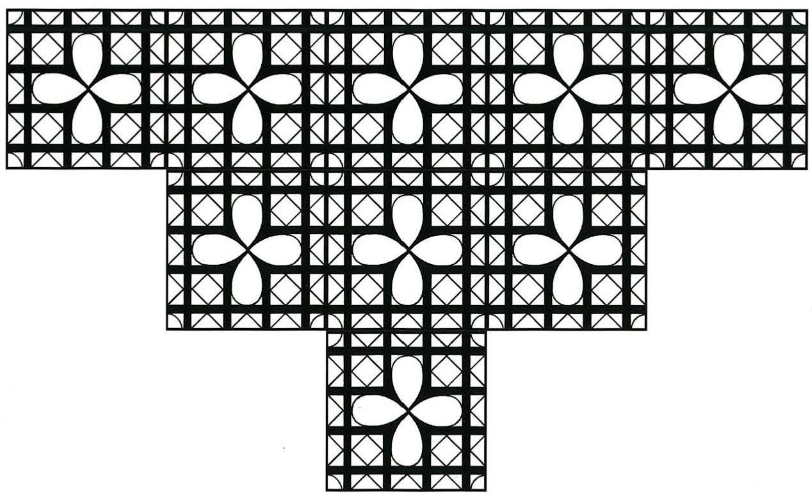


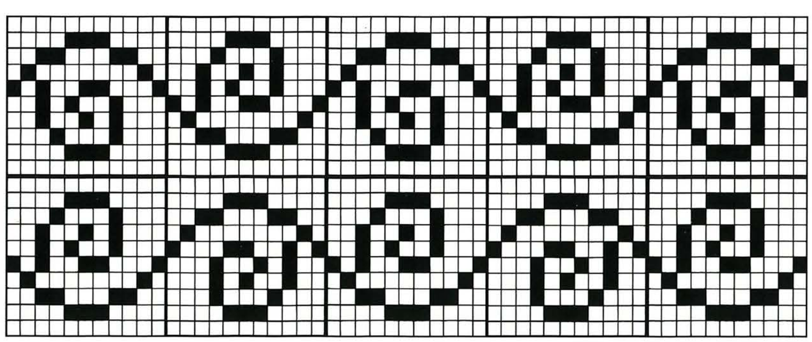
pma2

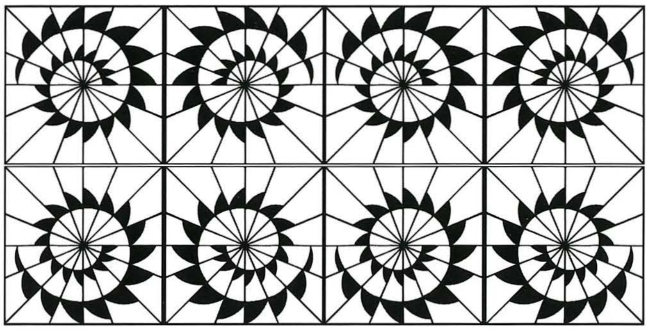
En este friso el módulo, con simetría vertical, se gira 180º. Un giro se puede obtener mediante dos simetrías por lo que, una vez plegado el papel, se dibuja un motivo junto a la última linea de plegado y su girado (doble simetría) sobre la linea de plegado anterior.

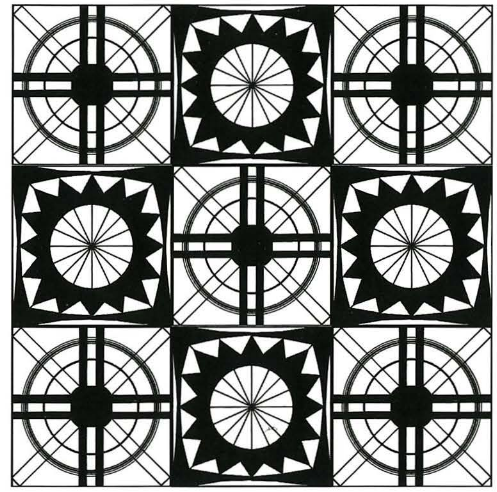
Diseña tu calado

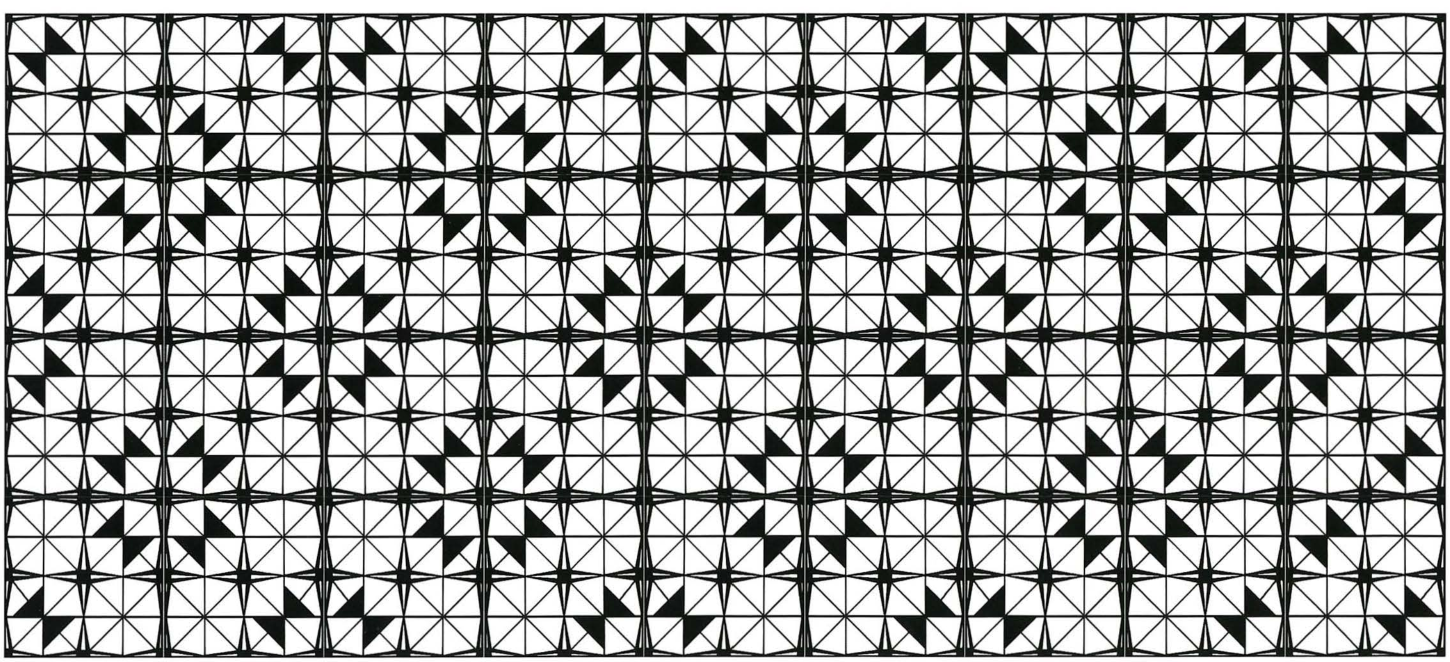
Se dispone de un conjunto de módulos de calados. Con ellos se pueden construir calados uniendo las piezas en la forma que dicta la imaginación y la creatividad de cada uno.











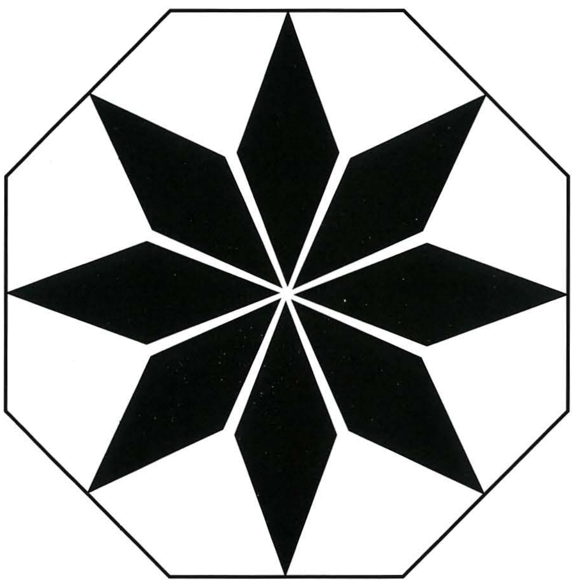
Dibuja tu rosetón

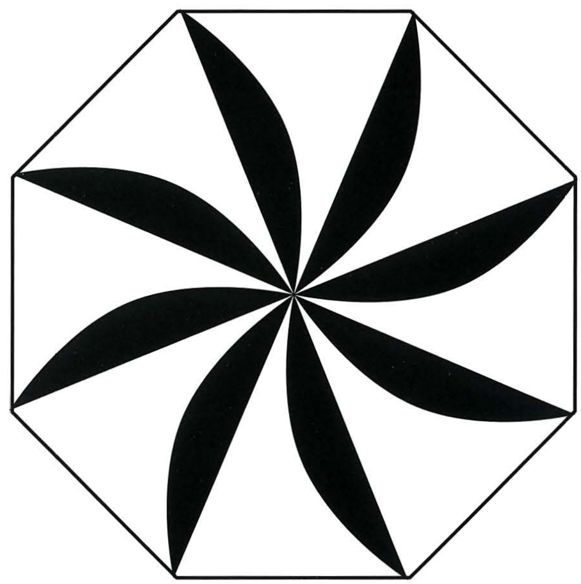
Material:

- Trozos cuadrados de papel de diferentes tamaños.
- Regla y compás.
- Imaginación.

Se dibujan polígonos de distinto número de lados siguiendo las pautas para hacerlo con regla y compás.

A continuación cada uno dibuja un rosetón.





Buscando isomorfismos

Cada alumno estudiará y anotará los isomorfismos que encuentre en los módulos utilizados para construir el dominó y el memory.

A continuación comparará los resultados con los de sus compañeros para analizar y discutir las diferencias que se obtengan.

Fin de una experiencia ¿o punto de partida?

Los autores de este libro hemos pretendido hacer llegar al lector algunas ideas matemáticas que le puedan servir para tener una visión más amplia de los calados canarios. Una visión que vaya más allá de los aspectos estéticos o de las técnicas de elaboración. Los datos que hemos aportado no cierran el tema, ya que somos conscientes de la existencia de muchas cuestiones aún por estudiar, más bien tratan de ponerle sobre la pista de cuáles son las regularidades que utilizan las caladoras cuando hacen estas labores, obviamente a nivel de usuarias, sin conocer su fundamentación matemática. Por eso cuando se afirma que las Matemáticas están presentes en nuestra vida cotidiana, situaciones como ésta vienen a corroborarlo. En la práctica suele ocurrir que, en general, las personas usan esos conceptos y solo son capaces de distinguirlos cuando tienen algún nivel de conocimiento, o bien reciben la correspondiente explicación. Es cierto que la Matemática escolar, que es la que recibe y conoce la mayoría de la población, ha estado un tanto alejada de este tipo de cuestiones. Las espirales, por ejemplo, a pesar de ser un elemento presente y reconocido en nuestro entorno, no están incluidas en los currículos de las Matemáticas básicas. Esta tendencia, afortunadamente, está siendo corregida y esperamos que en el futuro se aprecien mejor, no solo los calados, sino otros muchos elementos matemáticos que nos acompañan todos los días.

Entendemos, además, que con esta aportación ambas partes quedan beneficiadas. Las Matemáticas, porque las hemos puesto al descubierto en algo tan cotidiano como esta labor en la que centramos el estudio, y los calados porque, en contra de esa tendencia a pensar que las artesanías están alejadas de cualquier aspecto cercano a la ciencia y ver en ellas sólo el virtuosismo y habilidad de los artesanos, intentamos transmitir que son algo más, lo que les eleva la categoría y el aprecio.

Obviamente no nos ha sido posible relatar y recoger en esta obra todos los aspectos humanos que hemos visto detrás de las manos creadoras de esas telas caladas que tanto apreciamos. Quedan en nuestros corazones e invitamos a todos a que se acerquen a esas personas y que sepan recoger lo que nosotros hemos tenido el privilegio de disfrutar.

Queda claro, por tanto, que esta experiencia es solo un punto de partida para otras venideras.

Índice

Luis Balbuena es catedrático de Matemáticas y un incansable observador e investigador del entorno. Interpreta la realidad desde la perspectiva de su disciplina y encuentra múltiples aplicaciones para transmitir con pasión a sus alumnos, a pie de tiza, lo que sólo un ojo matemático es capaz de descubrir. Divulgador de esta ciencia a través de cuantos medios tiene a su alcance.

Lola de la Coba es profesora de Matemáticas y una entusiasta en hacer llegar, siempre que le es posible, su materia a los alumnos a través de juegos con trasfondo matemático y materiales manipulativos, para que también puedan adquirir conceptos matemáticos de una forma lúdica y divertida.

Ambos ejercen la docencia en el IES Viera y Clavijo de La Laguna y han trabajado conjuntamente en numerosos proyectos de investigación e innovación educativa que les ha supuesto el reconocimiento a nivel regional y nacional. Algunos de estos proyectos han terminado en publicaciones como: *La Matemática recreativa vista por los alumnos* de Proyecto Sur Ediciones y *Palillos, aceitunas y refrescos matemáticos* de Editorial Rubes, este último con Luis Cutillas.

Esta *Geometría de los calados canarios* esta basada en el trabajo *Lecciones de Geometría* que fue premiado con el "Giner de los Ríos" el año 2000, Año Mundial de las Matemáticas.

GEOMETRÍA DE LOS CALADOS CANARIOS
de Luis Balbuena y Lola de la Coba, acabó de imprimirse
el día 30 de enero de 2003 en los talleres
de Gráficas Sabater, S.L.,
El Rosario (Tenerife),
Islas Canarias.

CajaCanarias
OBRA SOCIAL Y CULTURAL