NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 88, marzo de 2015, páginas 127-140

¿Y si el problema no tiene solución? Problemas Comentados XXXIX

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático[1])

Resumen: Soluciones a los ejercicios propuestos en el anterior *NÚMEROS*, con especial incidencia en la metodología de su resolución cuando no hay solución. Comentarios sobre problemas propuestos en Torneos y Olimpiadas matemáticos publicados en la revista valenciana de la Sociedad *"Al-Khwarizmi", Problemas Olímpicos.* También la solución del problema de números *reversos* junto al comentario enviado por el compañero Carlos Ueno a la solución dada en anterior artículo al problema de series numéricas. Y con uno de los problemas del Torneo de la Sociedad Canaria, se repasa, una vez más, el proceso de resolución de problemas, con sus consecutivas fases. Y, como no, se proponen a los lectores nuevos desafíos: un ejercicio aparecido en la revista portuguesa *"Educação e Matemática"* y otro de Olimpiada Internacional relacionado con la Matemagia.

Palabras clave Metodología de la Resolución de problemas; Problemas sin solución; Problemas de Olimpiadas matemáticas; Números reversos; Matemagia.

Abstract Solutions to the exercises in the previous NUMBERS, with special emphasis on the methodology of resolution when no solution. Comments on proposed problems in mathematical Olympiads tournaments and published in the Valencian Society journal *"Al-Khwarizmi"* Olympic Problems. Also solve the problem of *reverse* numbers next to the comment sent by comrade Carlos Ueno to the solution given in the previous article the problem of numerical series. And one of the problems Tournament Canaria Society, reviewed, once again, the process of solving problems with its consecutive phases. And, of course, readers will propose new challenges: an exercise appeared in the Portuguese magazine "Educação e Mathematics" and other of International Olympics related with Mathemagic.

Keywords Methodology Problem Solving; Unsolvable problems; Olympiads math problems; Reverse numbers; Mathemagic.

En nuestro anterior artículo presentamos dos problemas para ser resueltos por nuestros lectores.

Veamos el primero de ellos. Recordamos que lleva el título de **Triángulo numérico y** tiene su origen en NOMBRES EN TRIANGLES, de la revista Problemas Olímpicos Nº 71, octubre 2013, de la Sociedad de Educación Matemática de la Comunidad Valenciana "Al-Khwarizmi". Está clasificado dentro de los Problemas de Nivel A (Primer Ciclo de Secundaria), correspondiente a la Fase Autonómica – Prueba de Velocidad.

Con este primer problema vamos a reflexionar un poco sobre lo que sucede si proponemos a los alumnos un problema que no tiene solución. Y, claro está, la subsiguiente propuesta de adaptación que permita encontrar al menos una solución.

[1] **El Club Matemático** está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón** y **Manuel García Déniz**, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente. jaruperez@gmail.com / mgarciadeniz@gmail.com

P R O B L E M A S

Triángulo numérico

En los círculos de este triángulo coloca las nueve cifras del uno al nueve, sin repetirlas, de forma tal que la suma de cada lado sea 22.

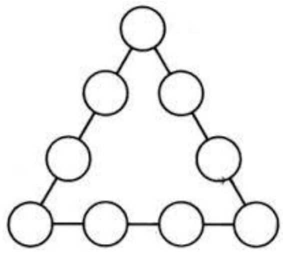


Figura 1

Proceso de Resolución

COMPRENDER

Datos: Un triángulo con nueve círculos sobre sus lados, cuatro en cada uno. Las cifras del 1 al 9 para colocar en los círculos. La suma de los cuatro números de cada lado debe ser 22.

Objetivo: Colocar los números en los círculos.

Relación: Hay tres números (los colocados en los vértices) que figuran en dos sumas.

Diagrama: El propio de la figura que ilustra el problema.

PENSAR

Estrategias: Ensayo y Error. Organizar la Información.

EJECUTAR

Es evidente que por Ensayo y Error se puede trabajar. Pero siempre es muy largo y complicado para este tipo de problemas; hay demasiadas combinaciones numéricas para garantizar que se prueban todas. Y, en este caso, imposible, ya que se parte del supuesto que hay solución.

Trabajemos organizando la información.

La suma de los números del 1 al 9 es 45: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.

El total de las tres sumas de los lados del triángulo es 66: 22 x 3 = 66.

La diferencia 66 – 45 = 21 ha de ser igual a la suma de los tres números situados en los vértices del triángulo, ya que cada uno de ellos interviene en dos sumas.

Las únicas combinaciones posibles son 4 + 8 + 9 = 5 + 7 + 9 = 6 + 7 + 8 = 21, que aparecen representadas en las figuras 2, 3 y 4 respectivamente.

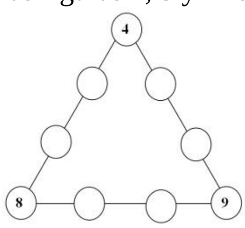


Figura 2

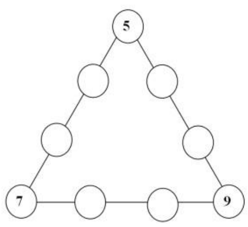


Figura 3

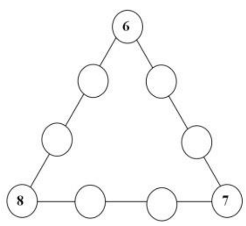


Figura 4

En el primer triángulo, en el lado inferior, la suma 8 + 9 = 17 se ha de completar necesariamente con suma 5, lo que sólo es posible con suma 2 + 3 o 1 + 4; tendrá que ser 2 + 3, ya que la combinación 1 + 4 no es posible por estar el 4 en el tercer vértice.

Nos quedan las cifras 1, 5, 6, 7 por colocar.

Al intentar completar la suma 8 + 4 = 12, del lado de la izquierda, se ha de hacer con suma 10, que sólo puede realizarse con 3 + 7, pero que también resulta imposible ya que el 3 se ha utilizado en la suma considerada en primer lugar. Estaba claro que con las cifras disponibles (1, 5, 6, 7) no se podía lograr.

En el segundo triángulo, procediendo de igual manera, la suma 7 + 9 = 16 sólo se puede completar con 2 + 4, y la suma 5 + 9 = 14, sólo con 2 + 6. Habría que repetir el 2. No es posible completar tampoco.

En el tercer triángulo el 9 no se puede colocar en ninguno de los tres lados, porque la suma del lado elegido excedería de 22.

Por consiguiente, este problema no tiene solución.

Solución: Es imposible, no tiene solución.

RESPONDER

Comprobación:

No es necesario comprobar nada. Sí es importante el razonamiento realizado en la Fase de Ejecutar. Sólo se puede afirmar que el problema es imposible cuando se ha probado fuera de toda duda.

Análisis:

Se trata de un problema sin solución. Algo que no suele plantearse a los alumnos.

Respuesta:

El problema es imposible de resolver en las condiciones indicadas en el mismo.

Este problema está bien diseñado, como tal problema irresoluble, para trabajar con niños de Secundaria Obligatoria. Si queremos plantearlo para Tercer Ciclo de Primaria tendríamos que simplificar el problema dando los vértices ya colocados. Ejemplo en la figura 5:

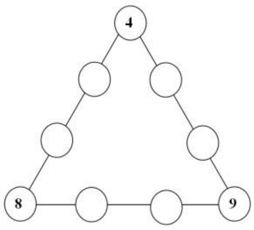


Figura 5

Es importante que los alumnos vean que hay problemas que no tienen solución. Y que en ese caso la respuesta consiste en justificar adecuadamente por qué estamos seguros de que no la tiene.

Nuestros alumnos están acostumbrados a encontrar toda la matemática hecha y todos los problemas con solución. Es muy educativo que ellos puedan "hacer" o "descubrir" una parte de la matemática que tienen que aprender; hacer pequeñas investigaciones en clase da mayor comprensión de las matemáticas y de su utilidad. Asimismo, pensar e intentar resolver problemas que no tienen solución da un mayor nivel al trabajo de resolución de problemas.

Pero hay una fase subsiguiente que debemos afrontar para que nuestros alumnos no queden frustrados al encontrarse con esa respuesta. ¿Cómo modificar el problema para que sí tenga solución?

La adaptación más simple es la de cambiar el valor de la suma de cada lado. En ese caso es posible encontrar varias soluciones.

Ejemplos:

Si queremos que la suma de cada lado sea 17 (figura 6)

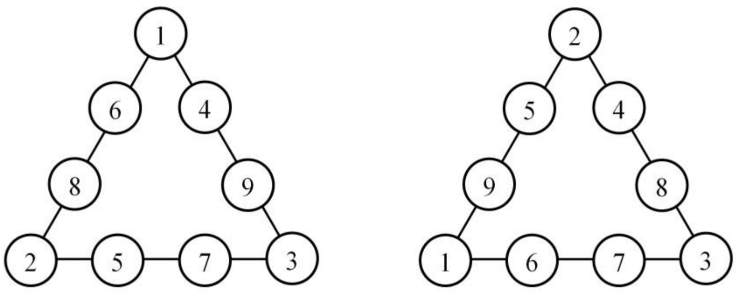


Figura 6

Si queremos que la suma de cada lado sea 20:

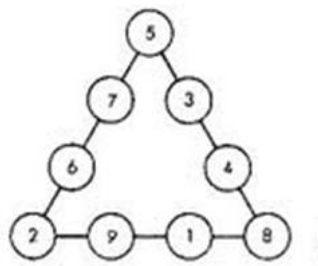


Figura 7

¿Habrá más soluciones? ¿Y para otras sumas?

Veamos, ahora, el segundo de los problemas propuestos. Viene a cuento de los números reversos, vistos en el problema propuesto por Luis Blanco en un artículo anterior, y que está adaptado de Math Tricks, 134.

Números reversos

Hallar los números de tres cifras tales que la suma de sus cifras multiplicada por 11, es igual a la diferencia entre dicho número y su "reverso".

La solución del problema puede llegar con un planteamiento empírico o uno algebraico, pero también por una combinación de ambos.

Hagamos primero la búsqueda de una solución usando el álgebra.

Sea *abc* el número buscado, y por tanto es *cba* su reverso. Conforme al enunciado, se debe cumplir que:

$100a + 10b + c + 11(a + b + c) = 100c + 10b + a$, de donde: $10a + b - 8c = 0$

Así pues, $b = 8c - 10a$, con a, b y c naturales, por lo que $c > 1$, pues de lo contrario b podría ser negativo y $c \neq a$ para evitar los números capicúas, reversos triviales. Y además $a < c$.

Veamos primero cuando $c - a = 1$

c	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1	2	3	4	5	6	7	8
b	6	4	2	0	<0	>10	>10	<0
abc	**162**	**243**	**324**	**405**	**--**	**--**	**--**	**--**

Y ahora cuando $c - a = 2$

c	3	4	5	6	7	8	9
a	1	2	3	4	5	6	7
b	>10	>10	10	8	6	4	2
abc	**--**	**--**	**--**	**486**	**567**	**648**	**729**

Para $c - a = 3$, podemos comprobar que, lógicamente, no hay valores que cumplan:

c	4	5	6	7	8	9
a	1	2	3	4	5	6
b	>10	>10	>10	>10	>10	>10
abc	--	--	--	--	--	--

Existen ocho números de tres cifras que cumplen con las condiciones:

162, 243, 324, 405, 486, 567, 648 y 729

Vamos a comprobarlo con el primero de ellos.

261 – 162 = 99 = 11*9 = 11* (1 + 6 + 2), cifras de 162

Y con el último.

927 – 729 = 198 = 11*18 = 11 * (7 + 2 + 9)

Las sumas de las cifras son, en todos ellos, un múltiplo de 9.

Podemos darnos cuenta desde un principio, fijándonos en los números reversos, que se diferenciarán en 99 o 198, por lo que esta sería otra vía para encontrarlos.

Supongamos que buscamos una generalización del problema y planteamos este otro enunciado:

PROBLEMAS

Hallar los números de tres cifras tales que la suma de sus cifras multiplicada por **5**, es igual a la diferencia entre dicho número y su “reverso”.

Planteamos una ecuación similar a la del caso anterior:

100a + 10b + c + 5(a + b + c) = 100c + 10b + a.

Y operando llegamos a la expresión: b = 5c – 6a, con c > 1 y c ≠ a.

Tabulemos los distintos valores posibles.

c	2	3	3	4	4	4	5	Etc.
a	1	2	1	3	2	1	4	
b	4	3	9	2	8	>10	1	
abc	**142**	**233**	**193**	**324**	**284**	**--**	**415**	

Vamos a comprobarlo:

Para el primero, 241 – 142 = 99 = 11*9, que no es múltiplo de 5. Luego no cumple la condición del enunciado. ¿Lo hacen el resto de valores? En la siguiente hoja de cálculo hemos resumido los resultados y vemos que no, no cumplen con la ecuación:

c	2	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5
a	1	1	2	1	2	3	4	1	2	3	4	5
b	4	9	3	14	8	2	-4	19	13	7	1	-5
abc	**142**	**193**	**233**	**1144**	**284**	**324**	**4-44**	**1195**	**2135**	**375**	**415**	**5-55**
cba	241	391	332		482	423				573	514	
cba-abc	**99**	**198**	**99**		**198**	**99**				**198**	**99**	

c	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	8	8
a	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2
b	24	18	12	6	0	-6	29	23	17	11	5	-1	34	28
abc	**1246**	**2186**	**3126**	**466**	**506**	**6-66**	**1297**	**2237**	**3177**	**4117**	**557**	**6-17**	**1348**	**2288**
cba				664	605						755			
cba-abc				**198**	**99**						**198**			

c	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	9	9	9
a	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	22	16	10	4	-2	39	33	27	21	15	9	3	-3	-9
abc	**3228**	**4168**	**5108**	**648**	**7-28**	**1399**	**2339**	**3279**	**4219**	**5159**	**699**	**739**	**8-39**	**9-99**
cba				846							996	937		
cba-abc				**198**							**297**	**198**		

No tiene solución. Y de nuevo comprobamos que los reversos de tres cifras se diferencian en 99 o 198.

Hemos recibido un correo de uno de nuestros lectores. Se trata de Carlos Ueno, socio de la Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas, en Gran Canaria, y uno de los más activos en nuestra Sociedad.

Lo reproducimos como imágenes, respetando así totalmente el original, e intercalando nuestros comentarios. Nos dice:

Sobre el Problema 2, Series de números, Vol 87.

Buenos días, soy Carlos Ueno. Sólo quería añadir algunas comentarios al Problema n. 2 sobre series de números que se publicó recientemente, que me ha entretenido mucho. La última redacción publicada del problema es la siguiente:

> **Problema:** *Encuentra n números naturales diferentes $a_1 < a_2 < \cdots < a_n$, tales que la suma de los números sea igual al producto del primero y el último: $a_1 \cdot a_n$. Generaliza las soluciones.*

i) Si los números que buscamos deben ser naturales, en mi opinión no procede estudiar el caso de los números enteros negativos.

ii) Me gustaría felicitar a Luis Ángel Blanco (y a vosotros), por su análisis del problema. En particular, el estudio de cuándo la expresión $2n(n-1)+1$ es un cuadrado perfecto está relacionado con las ecuaciones de Pell. Como hecho curioso relacionado con este asunto, si observáis la tabla de EXCEL que Luis adjunta a su solución, veréis en la columna C la secuencia de números 5, 29, 169, 985,.... ¿Cuál es el siguiente número de la lista? Pista:

$$\begin{aligned}
(1+\sqrt{2})^1 &= 1+\sqrt{2}\\
(1+\sqrt{2})^3 &= 7+5\sqrt{2}\\
(1+\sqrt{2})^5 &= 41+29\sqrt{2}\\
(1+\sqrt{2})^7 &= 239+169\sqrt{2}\\
(1+\sqrt{2})^9 &= 1393+985\sqrt{2}\\
(1+\sqrt{2})^{11} &= 8119+5741\sqrt{2}
\end{aligned}$$

iii) Como en el problema solicitáis generalizar soluciones al problema, yo también quiero aportar mi granito de arena. Como otra aproximación distinta, me he planteado lo siguiente:

Variante del Problema: Supongamos que el número n está fijado, así como los números a_1 y a_n. ¿De cuántas formas posibles se pueden encontrar números $a_2, \ldots, a_{n-1}$ de modo que se satisfagan las condiciones del problema?

1

P R O B L E M A S

Tal y como expone nuestro lector, elevando unos cuantos escalones el nivel de las respuestas, la solución está relacionada con las ecuaciones diofánticas, y en particular con la ecuación de Pell, como soluciones enteras positivas de la ecuación $x^2 - dy^2 = 1$.

Las soluciones son pares de números enteros (x_n, y_n) que se relacionan así:

$$x_n + y_n\sqrt{d} = (x_1 + y_1\sqrt{d})^n.$$

Partimos de que conocemos el valor de a_1, a_n (y por tanto del producto $a_1 \cdot a_n$) y n ($a_1 < a_n$). Vamos a escribir los números a_i de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} a_1 &= b_1 \\ a_2 &= a_1 + b_2 \\ a_3 &= a_2 + b_3 \\ &\vdots \\ a_n &= a_{n-1} + b_n \end{aligned}$$

Los b_i son todos números naturales (distintos de cero), porque asumimos que los a_i son distintos y van aumentando a medida que i crece. Observamos que para $k = 1, \ldots, n$ tenemos $a_k = b_1 + \cdots + b_k$. Vamos a calcular la suma $a_1 + \cdots + a_n$:

$$\begin{aligned} a_1 + \cdots + a_n &= b_1 + (b_1 + b_2) + \cdots + (b_1 + \cdots + b_n) \\ &= nb_1 + (n-1)b_2 + \cdots + b_n. \end{aligned}$$

Como queremos $a_1 + \cdots + a_n = a_1 \cdot a_n$, debe cumplirse la igualdad

$$nb_1 + (n-1)b_2 + \cdots + b_n = b_1 \cdot (b_1 + \cdots + b_n),$$

que puede reescribirse de la siguiente manera:

$$(n-2)b_2 + (n-3)b_3 + \cdots + b_{n-1} = b_1(b_1 + \cdots + b_n) - (n-1)b_1 - (b_1 + \cdots + b_n).$$

Es importante hacer notar que en esta igualdad el miembro derecho se puede escribir como $a_1 \cdot a_n - (n-1)a_1 - a_n$, y por tanto esta cantidad sólo depende de a_1, a_n y n, y podemos considerarla fija. Llamémosla S. Nos queda entonces la relación

$$(n-2)b_2 + (n-3)b_3 + \cdots + b_{n-1} = S. \tag{1}$$

donde las $b_2, \ldots, b_n$ pueden considerarse variables que toman valores enteros positivos. Pero debemos tener también

$$b_2 + b_3 + \cdots + b_{n-1} + b_n = a_n - a_1. \tag{2}$$

En realidad, *cada solución $a_1, \ldots, a_n$ se corresponde con una secuencia $b_1 = a_1$, b_2, $\cdots$, b_n que satisface (1) y (2).*
Y ahora viene la pregunta: ¿De cuántas formas se pueden elegir estos b_i's de modo que las ecuaciones (1) y (2) se cumplan?

2

PROBLEMAS

Carlos hace ahora hincapié en los polinomios, sean simétricos o no, para calcular el número de soluciones posibles.

Para resolver esta cuestión podemos recurrir a... los polinomios! La idea, brevemente descrita, es la siguiente: Consideramos primero las posibles soluciones $(b_2, \dots, b_n)$ de (2). En realidad, un tiempo de reflexión nos hará ver que *cada solución se corresponde con un monomio del polinomio*

$$P(x_2, \dots, x_n) = x_2 \cdots x_n \left(\sum_{\alpha_2+\cdots+\alpha_n = a_n - a_1 - n + 1} x_2^{\alpha_2} \cdots x_n^{\alpha_n} \right)$$

Una forma de ver este polinomio es como coeficiente de una serie de potencias, de modo que *el polinomio $P(x_1, \dots, x_n)$ es el coeficiente del término de grado $a_n - a_1$ en el desarrollo en serie formal de potencias de la función* (http://en.wikipedia.org/wiki/Complete_homogeneous_symmetric_polynomial)

$$\phi(t) = \prod_{i=2}^{n} \frac{x_i t}{1 - x_i t},$$

donde los x_i se consideran parámetros de la serie.
Ahora debemos quedarnos, de entre todos los monomios de $P(x_2, \dots, x_n)$, con aquellos que se corresponden con soluciones de (1). Y para ello hacemos lo siguiente: Consideramos el polinomio

$$Q(y_2, \cdots, y_{n-1}) = P(y_2^{n-2}, y_3^{n-3}, \dots, y_{n-1}, 1).$$

Pues bien, ahora afirmamos que *los monomios de grado S de este nuevo polinomio se corresponden precisamente con las soluciones de (1).*
Si tan solo queremos contar el número de diferentes soluciones, basta considerar el coeficiente del polinomio de una variable

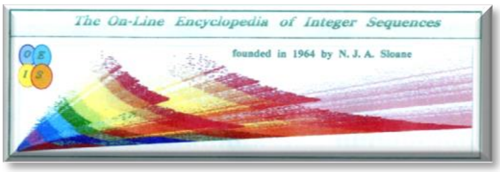
$$R(y) = Q(y, \cdots, y),$$

que nos dará el número que buscamos[1]. Resumiendo, *el número de secuencias que pueden formarse dados a_1, a_n y n viene dado por el coeficiente del monomio con parte literal $y^S t^{a_n - a_1}$ en el desarrollo en serie formal de potencias de la función*

$$\psi(y, t) = \frac{y^{n-2} t}{1 - y^{n-2} t} \cdot \frac{y^{n-3} t}{1 - y^{n-3} t} \cdots \frac{yt}{1 - yt} \cdot \frac{t}{1 - t}.$$

[1] Estas técnicas de recuento aparecen a veces en problemas de olimpiadas matemáticas, sin recurrir a series de potencias y trabajando con polinomios de grado suficientemente alto.

3



Se puede encontrar más información sobre series de números enteros en la Enciclopedia On-line de Secuencias de Números Enteros (OEIS.org).

Desconozco si existe una forma más cerrada para expresar este número, mediante una fórmula combinatoria o algo así. Si la encontráis os agradecería que me la comentárais.

Tal vez no me he explicado con mucho detalle, pero no quería alargarme demasiado. Supongo también que en alguna parte está explicado todo lo que digo aquí de manera más clara y mejor.

Ejemplo 1. Supongamos que $n = 4$, $a_1 = 2$, $a_4 = 10$. Entonces $S = a_1a_n - (n-1)a_1 - a_n = 4$, $a_n - a_1 = 8$, y tenemos

$$\psi(y,t) = \frac{y^2t}{1-y^2t} \cdot \frac{yt}{1-yt} \cdot \frac{t}{1-t}.$$

Con un software de cálculo simbólico podemos calcular la serie formal de potencias y obtenemos

$\psi(y,t) = y^3t^3 + (y^5+y^4+y^3)t^4 + (y^7+y^6+2y^5+y^4+y^3)t^5 + (y^9+y^8+2y^7+2y^6+2y^5+y^4+y^3)t^6 + (y^{11}+y^{10}+2y^9+2y^8+3y^7+2y^6+2y^5+y^4+y^3)t^7 + (y^{13}+y^{12}+2y^{11}+2y^{10}+3y^9+3y^8+3y^7+2y^6+2y^5+y^4+y^3)t^8+\cdots$

Y el coeficiente de y^4t^8 es 1. Por tanto sólo hay una secuencia posible, a saber, $\{2,3,5,10\}$.

Ejemplo 2. Supongamos que $n = 5$, $a_1 = 3$ y $a_5 = 12$ (último caso considerado en vuestras tablas). Tenemos entonces $S = 12$, $a_n - a_1 = 9$. Ahora la función ψ es

$$\psi(y,t) = \frac{y^3t}{1-y^3t} \cdot \frac{y^2t}{1-y^2t} \cdot \frac{yt}{1-yt} \cdot \frac{t}{1-t},$$

y el coeficiente de $y^{12}t^9$ en su serie de potencias es... 6, como bien mostráis en vuestras tablas.
Si, por ejemplo, pasamos de $a_5 = 12$ a $a_5 = 20$, entonces $a_5 - a_1 = 20 - 3 = 17$ y $S = 28$, y (a ver si el ordenador no se bloquea)... salen 27 formas distintas!

Moraleja: Los polinomios son útiles para muchas cosas. A veces oigo comentarios entre los compañeros (incluyendo profesores de matemáticas e inspectores) del tipo "¿Para qué sirven los polinomios?" Pues, entre otras cosas, para contar bien :)

Saludos,
Carlos Ueno

Ahora vamos a recordar el proceso de resolución, paso a paso, con este bonito y sencillo problema aparecido en el último Torneo de la Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas.

La servilleta

Jugando al dominó, teníamos colocadas ya sobre la mesa nueve fichas distintas con esta disposición en forma de cruz, cuando se cayó una servilleta, (representada por el rectángulo) que cubrió parte de la cruz. Las fichas están colocadas según las reglas del juego, es decir, 1 es adyacente al 1, 2 es adyacente al 2, etc.

¿Es posible determinar cuántos puntos hay en la casilla negra?, y si fuere posible, ¿cuántos puntos hay?

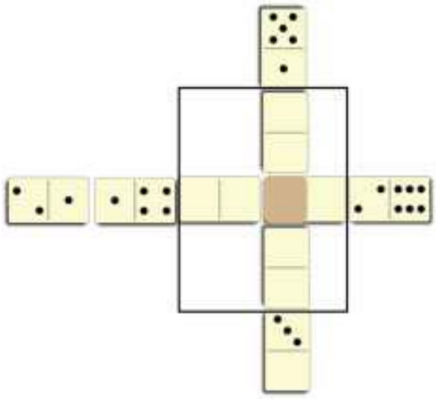


Figura 8

Proceso de Resolución

COMPRENDER

Datos

Cinco fichas conocidas: 5-1, 6-2, 3-0, 4-1 y 2-1.

Objetivo

Determinar los puntos del cuadradito negro central.

Relación

Las fichas están colocadas según las reglas de juego del dominó (garrafiña o garrafina): cuadraditos adyacentes tienen el mismo valor.

Diagrama

El de la figura que ilustra el problema.

PENSAR

Estrategia

Organizar la Información.

EJECUTAR

Bastará con buscar primero las fichas de las que sabemos su valor, debido a las reglas del dominó. Son las fichas adyacentes a las que vemos.

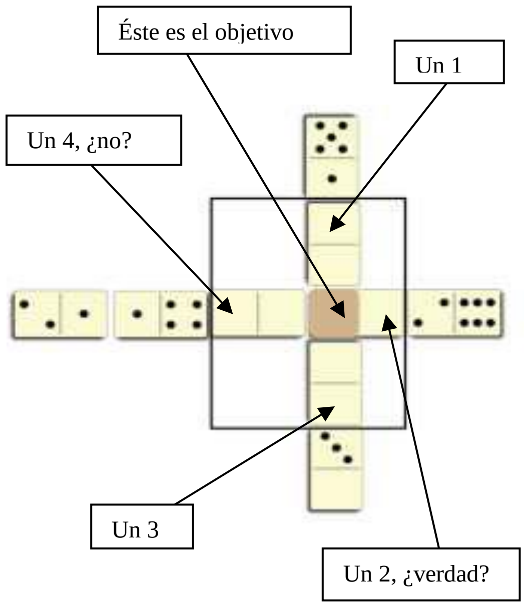


Figura 9

Y ahora, trataremos de pensar que valores irán en las tres caras (dejamos aparte la cara objetivo para el último razonamiento) desconocidas que completan las fichas de arriba, de abajo y de la izquierda

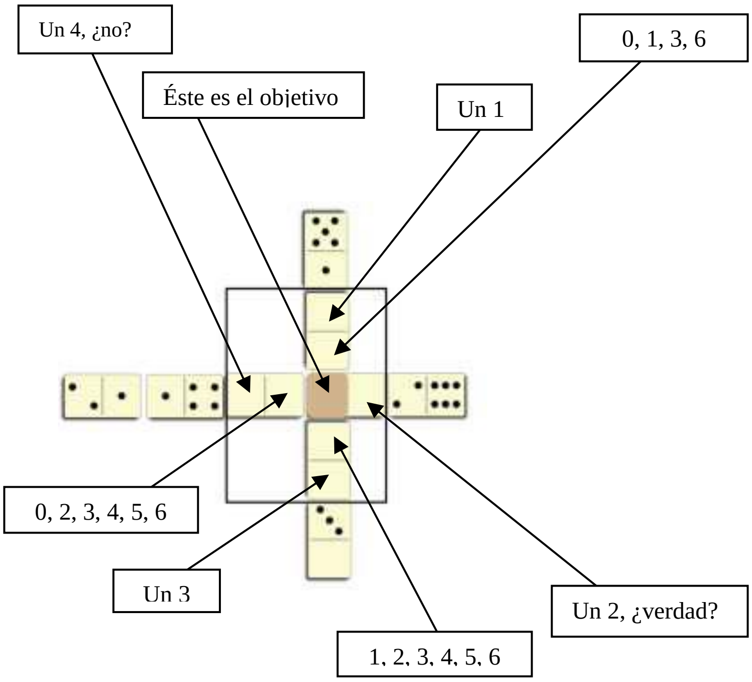


Figura 10

Veamos primero la ficha de arriba. No vale el 2 porque la 1-2 ya está colocada; no vale el 4 porque la 1-4 ya está colocada; no vale el 5 porque la 1-5 ya está colocada.

De la misma forma para la ficha de abajo. No vale el 0 porque la 0-3 ya está colocada.

E igualmente para la ficha de la izquierda. No vale el 1 porque la 1-4 ya está colocada.

Si observamos ahora esos número podemos pensar en que la cara central objetivo debe ser única, es decir, el número que vaya en ella debe estar en las tres series analizadas.

En conclusión, debe ser el 3 o el 6.

Evidentemente, el 6 no puede ser porque la 6-2 ya está colocada.

Nos queda solamente un valor posible para la cara de la ficha central: el 3.

Solución: Figura 11

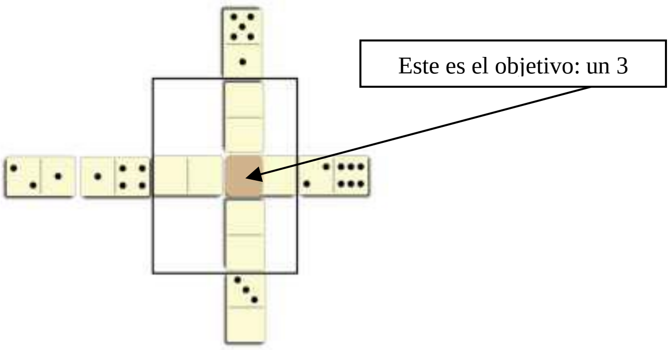


Figura 11

RESPONDER

Comprobación

Ver que, al colocar el 3 en la cara central del diagrama y los valores del resto de las fichas desconocidas, se cumplen las reglas del dominó.

Análisis

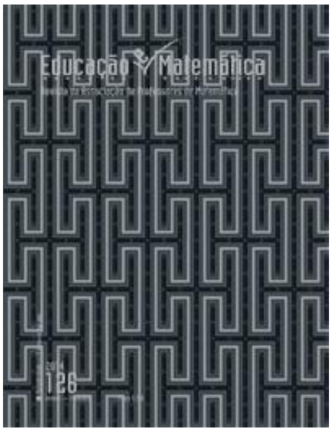
La solución es única.

Hay una versión interactiva del problema en el Blog de las familias del Proyecto Newton:

http://www.eltanquematematico.es/proyectoNEWTON/laservilleta/laservilleta_p.html

Respuesta

Ha sido perfectamente posible determinar el valor de la casilla oculta y dicho valor es 3



Y ahora nos corresponde hacer la propuesta de problemas para pensar en el interludio entre número y número de la revista.

El primero de ellos sale, como en otras ocasiones de la sección O PROBLEMA DESTE NÚMERO, a cargo de **JOSÉ PAULO VIANA**, en la revista portuguesa "Educação e Matemática", Nº 126, correspondiente a Enero/Febrero de 2014.

Las edades de las vecinas

Padre: — «Acabo de encontrar a nuestras nuevas vecinas, una señora y sus dos hijas. Voy a proponerte un problema para descubrir que edades tienen ellas.»

Hijo: — «¡Bravo! Ya sabes que me gustan los desafíos.»

Padre: — «El producto de sus edades es 2450.»

¿Les recuerda algo?

Hijo: — «Eso por sí solo no es suficiente.»

Padre: — «La suma de las tres edades es el cuádruplo de la tuya.»

Hijo (después de pensar un momento): — «Todavía no puedo.»

Padre: — «Soy más joven que la madre de las niñas.»

Hijo (que sabe la edad del padre): — «¡Ah, entonces ya lo sé!»

¿Qué edades tienen los cinco personajes de esta historia?

El truco de las tarjetas numeradas repartidas en tres cajas

Un mago tiene cien tarjetas numeradas, del 1 al 100. Las coloca en tres cajas, una blanca, una roja y una azul, de tal manera que cada caja contiene por lo menos una tarjeta. Un espectador selecciona dos de las tres cajas, extrae una tarjeta de cada una y anuncia a la audiencia la suma de los números de las dos tarjetas elegidas. Al conocer esta suma, el mago identifica la caja de la cual **no** se ha elegido ninguna tarjeta.

¿De cuántas maneras se pueden distribuir todas las tarjetas en las cajas de modo que este truco siempre funcione?

Propón y estudia otras variantes del problema.

Propuesto por Hungría en la 41ª Olimpiada Matemática Internacional, celebrada en Taejon (Corea del Sur) en Julio de 2000 y citado por el profesor Pedro Alegría en su "La Matemagia desvelada".

Referencia de las Olimpiadas Internacionales, con los problemas propuestos se pueden ver en http://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=245&zw=211834

Y ya está bien. Habrá un próximo artículo donde veremos la respuesta a estos últimos problemas y plantearemos algunos nuevos, además de dedicar nuestra atención a las comunicaciones suyas que nos lleguen. ¿Han visto las últimas de Carlos y Luis? Pues esperamos la de todos ustedes.

Insistimos: resuelvan los problemas, singulares y alejados de los cotidianos; utilícenlos con los alumnos y, sobre todo, aporten sus comentarios a la revista, sus soluciones e, incluso, nuevas propuestas. O, simplemente, cuéntennos lo sucedido en el transcurso de la clase en que probaron el problema. Queremos pensar que nuestras propuestas tienen uso en el aula. Eso nos alegraría mucho y también al resto de lectores. Vamos, anímense…

Como siempre, aguardamos sus noticias a la espera de la próxima edición de la revista

NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas

Un saludo afectuoso del **Club Matemático.**