Poliedros en el aula

Oscar Sardella, Adriana Berio y Silvana Mastucci

Resumen

Este taller fue realizado para docentes que dictan clase en el último año de la escuela primaria,- EGB 3- y primeros años de la escuela media.

Se presentaron una serie de ejercicios, algunos lúdicos, relacionados con la aplicación de las características y propiedades de los poliedros regulares.

El estudio de los poliedros en general, pretendía lograr el reconocimiento de las propiedades de las formas bidimensionales y tridimensionales y su uso en la resolución de problemas y la aplicación de los conceptos de ubicación y transformación en el espacio.

Introducción

La Geometría es una de las ramas de la Matemática que, en las últimas décadas, fue perdiendo lugar en la enseñanza. Fue, en general, postergada para el final de los programas tanto en el nivel primario como medio. En el mejor de los casos sólo se trataban algunos conceptos de geometría plana y cálculo de áreas y volúmenes.

En los últimos años se puso más énfasis en su valor formativo y, a través de publicaciones y ponencias en congresos internacionales, se propuso una exhortación a la toma de conciencia de esta realidad por parte de los docentes de matemáticas.

"Sabemos que, desde los primeros momentos de nuestra infancia, experimentamos diariamente con las formas de los objetos tridimensionales y sus movimientos en el espacio. De este modo vamos tomando posesión del espacio que nos rodea a través de la orientación, el análisis de las formas, la búsqueda de relaciones, etc.

La Geometría ofrece la oportunidad de inferir y enunciar propiedades a partir de la observación y experiencia con objetos o dibujos, permitiendo luego, a través de demostraciones sencillas, aplicar con los alumnos el método deductivo. En Geometría se pueden plantear y resolver gran cantidad de ejercicios y problemas, algunos tradicionales, otros creados a partir de las definiciones y conceptos básicos o mediante la recreación de problemas clásicos."

Creemos que es importante controlar las relaciones con el espacio, representar y describir en forma racional el mundo que nos rodea y estudiar los entes geométricos como modelizadores de esa realidad. El uso de materiales concretos para la realización de las actividades debe ser el apoyo para la enseñanza de la geometría debido a que el fundamento del pensamiento geométrico son las imágenes. Los distintos materiales que se pueden utilizar ayudan a ver y a manipular los objetos geométricos para poder ir familiarizándose con ellos. Permiten, además, que el aprendizaje del tema propuesto parta de imágenes más directas y menos elaboradas, para ir reflexionando sobre imágenes mentales, analizándolas progresivamente y así obtener un mayor grado de profundidad.

Desarrollo del taller

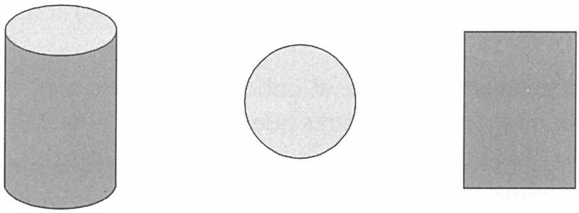
Después de esta introducción y, antes de comenzar con las actividades propias del taller, realizamos entre los docentes una encuesta escrita con el propósito de indagar qué temas de Geometría desarrollan y con qué niveles de profundización. En ella se preguntaba cuál era su percepción de la enseñanza de la Geometría en el nivel educativo donde desempeñaban sus tareas.

Algunas de las respuestas fueron las siguientes:

- A los alumnos les gusta y no les cuesta demasiado desarrollar las actividades que se proponen cuando se apoyan con *material concreto.*
- Demasiado trabajo algebraico y existencia de poco material concreto para experimentar.
- Primero trabajo en el plano y luego en el espacio. Trato de relacionar los conceptos con la naturaleza.
- Es difícil que los alumnos comprendan la idea de espacio.
- La matemática está demasiado algebrizada, hay que enseñar más geometría.
- Los docentes, en general, dejan la enseñanza de la geometría para el final y, si hay tiempo, se enseña.
- No trabajo contenidos de geometría en 4.º y 5.ºcursos.

Como primera actividad presentamos objetos de uso cotidiano, en este caso "velas" (de uso decorativo) con distintas formas poliédricas. Iniciamos un pequeño juego que consistió en la elección de una de las velas y relacionar las figuras geométricas que se observaban desde distintos puntos de vista, con tarjetas confeccionadas por nosotros con distintas figuras.

Por ejemplo, una vela con forma cilíndrica: mirándola desde arriba se observa un círculo, o de frente un rectángulo.

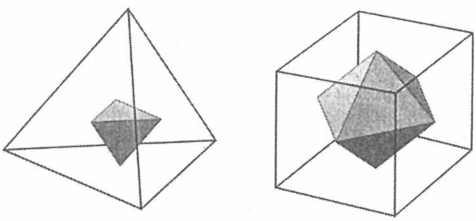


Vela Vista desde arriba Vista de frente

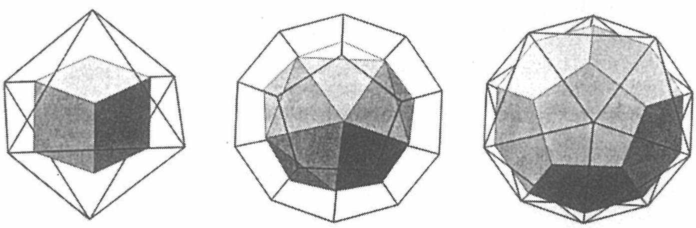
Luego invertimos la situación del juego, haciendo que eligiesen dos tarjetas y designando las velas que les corresponden.

Para finalizar con el uso del material concreto, pasamos al reconocimiento de los poliedros regulares, realizados con distintos materiales, aclarando que algunos de ellos fueron confeccionados por alumnos de 8.° año del tercer ciclo de EGB.

A continuación, entre todos los participantes se trabajó en la definición de poliedros regulares, para luego retomarla en el trabajo práctico y se hizo referencia a los poliedros duales.



Tetraedro y su dual Cubo y su dual



Octaedro y su dual Dodecaedro y su dual Icosaedro y su dual

Luego se presentó una breve introducción histórica del tema tal y como sigue.

No se sabe con exactitud de qué época data el conocimiento de los cinco poliedros regulares convexos. Se tiene constancia de que el objeto más antiguo hecho por el hombre con forma de dodecaedro es atribuido a tiempos *prepitagóricos* y hay una tradición que asigna el conocimiento de los cinco poliedros regulares a los *pitagóricos.*

Otros investigadores indican que el cubo, el tetraedro y el dodecaedro pertenecen a los *pitagóricos,* mientras que el octaedro y el icosaedro pertenecen a *Teeteto* (415-369 a C). Cabe suponer que, en épocas anteriores a los pitagóricos, estos poliedros ya se conocían de manera aislada como objetos físicos, que los pitagóricos conocían estos poliedros y sólo la construcción de tres de ellos (cubo, tetraedro y dodecaedro) y que Teeteto fue el primero en formular una teoría general, dando la construcción geométrica de los cinco cuerpos y demostrando que no pueden existir otros.

Su nombre alternativo, ***sólidos platónicos***, se le debe a Platón, filósofo griego del siglo IV a.C. que concebía el mundo como constituido por los cuatro principios básicos: tierra, fuego, aire y agua. Según Platón, la tierra correspondía al *cubo*, es decir la forma "más sólida y menos móvil", y el *fuego al tetraedro*, porque es el sólido que tiene la forma "más aguda y más móvil", el *aire* y el *agua* correspondían al *octaedro* y al *icosaedro*. El quinto y último sólido regular, el *dodecaedro*, fue considerado por Platón como símbolo del *universo*.

Sin duda, nos hallamos entre el misticismo y la ciencia propia de la época.

En cuanto a la figura de Platón, no parece haber contribuido mucho a las matemáticas por sí mismo, pero no cabe duda de que su influencia a través de la *Academia,* institución fundada por él en Atenas, les dio un gran prestigio. Es célebre la inscripción que figura en la entrada de la Academia: *"No entre aquí nadie que ignore la geometría"*.

Siglos más tarde, los poliedros regulares inspiraron a *Johannes Kepler*, astrónomo alemán del siglo XVII, en el estudio del movimiento de los seis planetas conocidos hasta entonces. Kepler concebía a Saturno, Júpiter, Marte, Venus y Mercurio como moviéndose en unas esferas separadas una de otra por el cubo, por el tetraedro, por el dodecaedro, por el octaedro y por el icosaedro. Todo debía ser regulado por las leyes matemáticas, porque *"no hay armonía si no hay matemáticas"*.

(Se presentó la ilustración del "Misterio Cósmico de Kepler")

... Y la historia de los poliedros continuó, su estudio se estancó durante largos períodos y se retomó de nuevo, se encontraron otros poliedros que ampliaron, afianzaron y resisaron la idea que se tenía sobre poliedros en general y, sobre todo, de *poliedro regular* en particular.

(Se pasó un vídeo del Cosmos sobre los poliedros regulares y la importancia de los mismos para los pitagóricos)

Trabajo práctico grupal

Finalmente se entregó a los asistentes una serie de actividades para realizarlas en el taller, con los siguientes objetivos:

- reconocer y utilizar los poliedros para interpretar y resolver problemas
- valorar el sentido espacial como una componente importante de la experiencia matemática
- valorar el trabajo en equipo en la resolución de problemas
- presentar ejercicios lúdicos para el desarrollo del tema
- relacionar la geometría con el álgebra
- enumerar las propiedades básicas de los poliedros regulares a partir de la práctica desarrollada.

1) a) Define poliedro regular convexo.

b) Indica y define los elementos del poliedro regular.

c) Clasificación de los mismos:

Nombre del poliedro	*Número de caras*

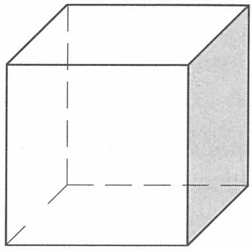
d) Encuentra contraejemplos que no cumplan con alguna de las condiciones.

La mejor manera de *conocer los* poliedros es construirlos y después observarlos, compararlos, transformarlos y modificarlos.

e) Construye los cinco poliedros regulares, con el material que creas conveniente.

2) Considera el poliedro formado por dos tetraedros regulares con una cara común y situados a ambos lados de dicha cara. ¿Es un hexaedro? ¿Es regular? ¿Por qué?

3) *Numerar los vértices del cubo del 1 al 8, sin repetir, tal que la suma de los vértices de cada cara sea 18.*



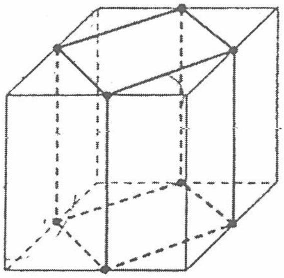
4) La superficie de un prisma rectangular es pintada de tal manera que no puede haber dos caras con una arista común que tengan el mismo color.

¿Cuántos colores diferentes, como mínimo, se necesitan para pintar el cuerpo?

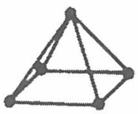
Con estos ejercicios se vio cómo, a través de un objeto tridimensional, se pueden resolver como una actividad lúdica. Se discutió con los asistentes que el taller se puede dar en todos los niveles de la enseñanza, en particular en el primer ciclo de la EGB para afianzar la adición y el reconocimiento de vértices y caras. Agregamos que en el segundo ejercicio tienen la necesidad de recurrir al material concreto para facilitar su realización. Se retomó también algún comentario que hemos rescatado de las encuestas acerca de que la enseñanza de la geometría es demasiado algebraica y poco experimental (no se utiliza material concreto)

5) En un cubo de 1 cm de arista, se inscribe un cuerpo A cuyos vértices tocan el punto medio de cada arista de sus bases *tal y*

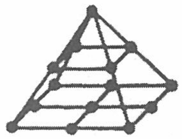
como muestra la figura. ¿Cómo son las aristas del cuerpo A? ¿Se trata de un cubo? ¿Por qué?



6) Encuentra la serie que permite formar los números **piramidales**:



(5=1+4)



(14=1+4+9)

7) Una abeja está encerrada en una caja cúbica de cristal de 1m de arista. Se ha posado en un vértice de la caja. En el vértice opuesto, hay una gota de miel.
   a) ¿Cuántos metros debe volar la abeja para llegar hasta la gota de miel?
   b) Si la abeja ahora no puede volar y debe trasladarse caminando por las paredes de la caja, ¿qué distancia mínima recorre para llegar a la gota de miel?

Con estos tres últimos ejercicios se relaciona más a la geometría con el álgebra , ya sea mediante la resolución de cálculos, la expresión de fórmulas, concepto de serie, etc. También se pone en juego la aplicación y el análisis de propiedades básicas de los poliedros.

Evaluación y reflexión final sobre el trabajo

Después de realizar las actividades del taller confiamos en que se hayan alcanzado los objetivos propuestos y que los docentes puedan:

- reconocer y usar, para la resolución de problemas, las propiedades de las formas bidimensionales y tridimensionales

- aplicar los conceptos de ubicación y transformación en el espacio, mediante la utilización de los poliedros

Para concluir con la actividad se leyó un fragmento de "el espacio de Einstein y el cielo de Van Gogh". Con esto se trató de analizar y reflexionar acerca de cómo interpretar el espacio tridimensional curvo pudiendo ser un gusano que tuviera el sentido de sólo una dimensión, un insecto chato capaz de distinguir dos dimensiones o un ser humano.

Bibliografía

García Arenas, J. ; Beltrán, C. (1998): *Geometría y experiencias.* Addison Wesley Longman, Madrid.

Guillén Soler, G. (1991): *Poliedros. Matemáticas: cultura y aprendizaje. N.°15.* Ed. Síntesis, Madrid.

L. LeShan- H. Margenau (1996): *El espacio de Einstein y el cielo de Van Gogh.* Editorial Gedisa, Barcelona.

Vilella, J. ; Crespo C. ; Ponteville, C. (1999): *Cuando la geometría es el tema de la reflexión matemática.* Universidad Nacional de General San Martín.

Contenidos Básicos Comunes. Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. Consejo Federal de Cultura y Educación. República Argentina. 1995.

Oscar Sardella, Adriana Berio y Silvana Mastucci son profesores del Instituto Superior del Profesorado "Joaquín V. González" y de la escuela de enseñanza media ECOS – Escuela Secundaria. Buenos Aires. República Argentina.
e-mail: oscarsardella@hotmail.com
aberio@ciudad.com.ar
smastucci@ciudad.com.ar