

Actividades estadísticas para 4.º de la ESO utilizando datos reales

Neus Muñoz Capitán
Pablo Vicente Monserrat
Gabriel Mateu García
Fco. Javier Prado Bayarri
(Universitat Jaume I. España)

Fecha de recepción: 14 de marzo de 2019
Fecha de aceptación: 30 de octubre de 2019

Resumen

Una de las áreas de las Matemáticas en la que los alumnos de secundaria tienen un menor conocimiento y encuentran más dificultades para su aprendizaje es la estadística. En el presente artículo se propone mejorar el conocimiento de la estadística mediante la realización de actividades en las que el alumnado identifica su utilidad de forma práctica y sencilla utilizando datos extraídos de situaciones cotidianas. En las diversas actividades propuestas se trabajan aspectos tales como la toma de datos de varios tipos de variables estadísticas, la elaboración de sus respectivas tablas de frecuencias y la representación de los resultados. Además, se incluye el uso del R-Commander para la comprobación de los cálculos y su representación estadística, así como el uso de la técnica de aprendizaje cooperativo 1-2-4.

Palabras clave

Actividades, aprendizaje cooperativo, estadística, secundaria, R-Commander.

Title

Statistical activities for 4.º of ESO using actual data

Abstract

One of the areas of Mathematics in which high school students have less knowledge and find it more difficult to learn is statistics. This article proposes to improve the knowledge of statistics by carrying out activities in which students identify their usefulness in a practical and simple way using data extracted from everyday situations. In the various activities proposed, aspects such as the collection of data from various types of statistical variables, the elaboration of their respective frequency tables and the representation of the results are worked on. In addition, it includes the use of the R-Commander for checking the calculations and their statistical representation, as well as the use of the 1-2-4 cooperative learning technique.

Keywords

Activities, cooperative learning, statistics, high school, R-Commander.

1. Introducción

La estadística es una ciencia muy útil en el día a día y su conocimiento resulta esencial para entender algunas situaciones cotidianas. Además, se aplica en profesiones de ámbito científico, económico y social, entre otros.

Debido a su utilidad, la estadística se incluye en el temario de matemáticas durante toda la educación secundaria con la finalidad de dar al alumnado una formación básica en esta materia.



Una de las dificultades que se ha observado para su comprensión es que el alumnado en ocasiones no entiende ni su utilidad ni su razonamiento y, además, se encuentra con mucha simbología nueva. Asimismo, cabe destacar que habitualmente forma parte del último bloque de la programación temporal, por lo que en muchas ocasiones se omite por la falta de tiempo.

Por todo ello, el presente trabajo tratar de potenciar la comprensión de la estadística mediante la realización de actividades en las que el alumnado puede identificar su utilidad de forma muy sencilla con datos extraídos de situaciones cotidianas. La resolución de los ejercicios se plantea de dos maneras, tanto de forma tradicional como utilizando un software informático.

2. Descripción de la problemática

En primer lugar, cabe destacar que uno de los objetivos principales de la educación es formar a los ciudadanos para que tengan una perspectiva crítica —que se cuestionen las cosas y, en la medida de lo posible, que sean poco o nada manipulables— para lo cual la competencia matemática es muy útil y, principalmente, la estadística, puesto que ayuda a que en la sociedad de la información en la que vivimos el alumnado sea capaz de discernir si los datos que recibe están bien analizados, si las conclusiones sobre los mismos que le son transmitidas son veraces y si las inferencias o previsiones realizadas se pueden llevar a cabo. En este sentido, Batenero y Godino (2005) afirmaron que la estadística ha sido un elemento relevante en el progreso de la sociedad, ya que dota de herramientas para resolver problemas reales, tratar la información, diseñar óptimamente experimentos y estudios, poder tomar decisiones más adecuadamente, fomentar la capacidad de comunicación y el trabajo en equipo, etc. Asimismo, también señalan que su enseñanza se ha introducido cada vez en mayor medida en los centros docentes tanto por su valor instrumental como por la importancia que tiene en la sociedad de la información que está llena de situaciones de incertidumbre en las que hay que decidir entre varias opciones.

En general, las matemáticas para los estudiantes de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) resulta ser una asignatura difícil de comprender y muchos de ellos ya la comienzan con carencias en esta área, llegando incluso a 4.º de la ESO con deficiencias en algún estándar de aprendizaje. Habitualmente estas carencias se dan en los contenidos de las unidades didácticas programadas para impartir en los últimos meses del curso. En muchas ocasiones se omite la explicación de estas por falta de tiempo.

En cuanto a la estadística, se incluye dentro de los contenidos que el alumnado debe asimilar desde el primer curso hasta el cuarto curso de la ESO. Además, para aquellos estudiantes que después quieran cursar la asignatura de matemáticas en el Bachillerato, ya sea como optativa u obligatoria, también es importante que adquieran unos buenos conocimientos de este bloque. Dicha importancia se debe a que los conocimientos de estadística en este nivel educativo son bastante relevantes y requiere de una base consolidada de los estándares de aprendizaje. Tal y como se puede corroborar en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

Ahora bien, uno de los problemas que se observa en el aprendizaje de la estadística es que habitualmente cuando se organizan cronológicamente los estándares de aprendizaje a desarrollar con el alumnado, este se deja para impartirlo al final del curso y, en numerosas ocasiones, no se suele hacer por falta de tiempo o, en el caso en que se trabaje, se realiza de forma muy breve. Por lo tanto, muchos estudiantes llegan al 4.º curso de la ESO con pocos conocimientos de estadística y, obviamente, de su simbología —obstáculo didáctico—.

Al problema descrito en los párrafos anteriores se une también que generalmente al alumnado de la ESO le cuesta comprender determinados conceptos estadísticos —obstáculo epistemológico—, ya que no son capaces de vislumbrar su aplicación práctica en el momento en el que se les enseña estadística porque se suele realizar de manera muy abstracta, sobre todo en edades tempranas; tal y como señalaron Batanero, Godino, Green, Holmes y Vallecillos (1994).

Por otro lado, decir que el alumnado de secundaria, en la mayoría de los casos, no tienen claro la utilidad que podrá tener la estadística en su futuro académico, profesional o personal. Aunque conocerla, evidentemente, podría ser un elemento motivador en el aprendizaje de la misma. En ese sentido cabe mencionar Batanero, Díaz, Contreras y Roa (2005) indicaron que: “(...) la enseñanza actual transmite una estadística sin sentido para los estudiantes”. Además, Batanero (2000) expuso que es importante tratar que el alumnado llegue a comprender y valorar el método estadístico de manera que desarrolle una actitud favorable hacia su aprendizaje.

Finalmente, siguiendo a Batanero y Godino (2005), poner de relieve la importancia que tiene como metodología de enseñanza de la estadística la experimentación con fenómenos aleatorios (real o simuladamente). Aparte de ello, queremos indicar que usar el software estadístico R para el aprendizaje de la estadística puede ser un elemento motivador, a lo que hay que añadir que es un programa de código abierto y gratuito.

3. Objetivos del trabajo

Conocido el problema que presenta la estadística en la educación secundaria, el objetivo del trabajo es facilitar el aprendizaje teórico de la estadística para que entiendan su utilidad aplicando los conocimientos y conceptos vistos en clase mediante la realización de diversas actividades y ejercicios por el alumnado.

Para alcanzar el objetivo general del trabajo se deben desarrollar los objetivos específicos que se definen a continuación:

1. Acercar las matemáticas al entorno del alumnado.
2. Aprender estadística mediante la aplicación de la teoría a datos obtenidos por los alumnos.
3. Interpretar los resultados en gráficos estadísticos.
4. Comprender la manera en que funcionan los estudios estadísticos.
5. Aprender el manejo de un programa estadístico.
6. Comprobar los resultados estadísticos obtenidos mediante los cálculos realizados por los alumnos con los que se consiguen con un programa informático.
7. Ser capaces de extraer conclusiones e inferir los datos de un estudio estadístico.
8. Acercar a la vida cotidiana los conceptos teóricos que estudian en clase de matemáticas.
9. Fomentar la adquisición de hábitos de trabajo en equipo cooperativo.

4. Competencias

Las competencias didácticas están definidas como las capacidades humanas que constan de diferentes conocimientos, habilidades, pensamientos, carácter y valores de manera integral en las distintas interacciones que tienen las personas para la vida en los ámbitos personal, social y laboral.

Se identifican claramente siete competencias clave según la Ley 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativas (LOMCE).



4.1. Comunicación lingüística (CL).

Se refiere a la habilidad para utilizar la lengua, expresar ideas e interactuar con otras personas de manera oral o escrita.

4.2. Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT).

La primera alude a las capacidades para aplicar el razonamiento matemático para resolver cuestiones de la vida cotidiana; la competencia en ciencia se centra en las habilidades para utilizar los conocimientos y métodos científicos para explicar la realidad que nos rodea; y la competencia tecnológica, en cómo aplicar estos conocimiento y métodos para dar respuesta a los deseos y necesidades humanas.

4.3. Competencia digital (CDIG).

Implica el uso seguro y crítico de las TIC para obtener, analizar, producir e intercambiar información.

4.4. Competencias sociales y cívicas (CSC).

Hacen referencia a las capacidades para relacionarse con las personas y participar de manera activa, participativa y democrática en la vida social y cívica.

4.5. Conciencia y expresiones culturales (CEC).

Hace referencia a la capacidad para apreciar la importancia de la expresión a través de la música, las artes plásticas y escénicas o la literatura.

4.6. Aprender a aprender (AA).

Es una de las principales competencias, ya que implica que el alumno desarrolle su capacidad para iniciar el aprendizaje y persistir en él, organizar sus tareas y tiempo, y trabajar de manera individual o colaborativa para conseguir un objetivo.

4.7. Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (SIEE).

Implica las habilidades necesarias para convertir las ideas en actos, como la creatividad o las capacidades para asumir riesgos y planificar y gestionar proyectos.

4.8. Aplicación en las actividades descritas en el presente trabajo de las 7 competencias clave.

En las actividades que se describen en el presente trabajo se intenta desarrollar las 7 competencias clave como se muestra en la tabla siguiente:

Aplicación en las actividades descritas en el presente trabajo de las 7 competencias clave:	
Comunicación lingüística	Comunicación escrita. Utilizar la terminología estadística. Vocabulario.
Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología	Cálculos estadísticos. Interpretar resultados y gráficos Programa estadístico. Analizar y extraer conclusiones a partir de unos datos estadísticos.
Competencia digital	Ordenador. Calculadora. Fuentes de información.
Competencias sociales y cívicas	Códigos de conducta en clase. Dominar los conceptos como media para analizar críticamente la información recibida por la sociedad.

Conciencia y expresiones culturales	Manifestación artística. Imaginación y creatividad.
Aprender a aprender	Interés y motivación. Planteamiento de hipótesis. Conocimiento sobre lo que sabe. Evaluación del trabajo. Sentirse protagonista del proceso.
Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor	Recogida de datos. Tener iniciativa. Pensamiento crítico. Hacer evaluación y autoevaluación.

Tabla 1.

5. Destinatarios

Las actividades y ejercicios que se incluyen en el presente trabajo están destinada para el alumnado de 4.º de la ESO de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas.

Dicho alumnado ha superado los anteriores cursos de la ESO, por lo que se considera que tienen unas nociones mínimas de las diferentes asignaturas, entre ellas la de matemáticas, aunque puede ocurrir que algún alumno/a no haya superado las matemáticas de 3.º de la ESO. No obstante, en el caso de haber alumnado con la asignatura de matemáticas suspendida del curso anterior, las actividades se han diseñado para que puedan ser realizadas por todo el alumnado independientemente de las dificultades que puedan tener en matemáticas.

Adicionalmente a lo anterior, comentar que los resultados se comprobarán en un programa informático, por lo que es necesario que los alumnos posean unas nociones básicas en el manejo de ordenadores. Estas nociones seguramente hayan sido adquiridas en la asignatura de informática o por el propio alumnado fuera del centro educativo. En caso de que el alumnado no tenga adquiridas estas nociones básicas, se dedicará una sesión adicional para trabajarlas.

6. Actividades

En este apartado se describen las actividades, se concretan los objetivos, se planifica su temporalización y su evaluación.

Inicialmente, es necesario aclarar para el correcto desarrollo de las actividades, la necesidad del alumnado de poseer unas nociones mínimas sobre la estadística. Por ello, el profesorado explicará la unidad didáctica de estadística con anterioridad a la realización de las mismas y, asimismo, explicará el criterio de evaluación de este bloque temático.

La estadística tiene por objeto el desarrollo de técnicas para el conocimiento numérico de un conjunto de datos empíricos (recogidos mediante experimentos o encuestas). Según el colectivo a partir del cual se obtenga la información y el objetivo que se persiga a la hora de analizar esos datos, la estadística se llama descriptiva o inferencial.

La estadística descriptiva trata de describir y analizar algunos caracteres de los individuos de un grupo dado (población) sin extraer conclusiones para un grupo mayor.



Actividades estadísticas para 4.º de la ESO utilizando datos reales

N. Muñoz Capitán, P. Vicente Monserrat, G. Mateu García, F. J. Prado Bayarri

La estadística inferencial trabaja con muestras y pretende, a partir de ellas “inferir” características de toda la población. Es decir, pretende tomar como generales propiedades que solo se han verificado para casos particulares.

En este trabajo se incluyen diferentes actividades que el alumnado debe realizar distribuidas en diferentes sesiones tal y como se muestra en la tabla siguiente:

Actividad	Número de sesiones
1. Toma de datos.	1
2. Análisis de datos.	2
3. Explicación y análisis de los datos mediante programa informático.	2
4. Técnica 1, 2, 4.	1
5. Evaluación final de la actividad.	2
TOTAL SESIONES	8

Tabla 2.

6.1. Actividad 1: Toma de datos

6.1.1. Descripción

Esta actividad consistirá en recoger muestras representativas. Se toman datos de diferentes variables. A continuación se detalla la manera de realizar la recogida de datos.

Variable cualitativa: El alumnado deberá de realizar una toma de datos de campo. Para ello todo el alumnado sale del aula. Si fuese posible tener acceso visual desde el patio del centro sobre el tráfico, se tomarán como datos el número de vehículos de cada color que pasen por una determinada calle durante un tiempo determinado. Si no fuese posible, el alumnado realizará una salida.

Variable cuantitativa continua y discreta: Para la toma de datos de este tipo de variable, será necesario realizar una salida del centro. El alumnado deberá medir la longitud de los bancos del pueblo. Luego deberán estimar el aforo del banco. También pondrán en común con el resto de sus compañeros el número de libros que han leído en el último mes. Con estos datos habrán de estimar si son aficionados a la lectura.

El alumnado, al final de la clase, comparará y comprobará que todos disponen de los mismos datos plasmándolos en la pizarra. De esta forma, podrán verificar entre ellos los resultados posteriormente.

6.1.2. Objetivos

Como objetivos de esta actividad cabe destacar:

- Motivar al alumnado utilizando situaciones reales y cercanas.
- Acercar y conocer la estadística.
- Interactuar con los compañeros.
- Fomentar la adquisición de hábitos de trabajo en equipo.

6.1.3. Planificación temporal

Esta actividad se realizará durante una sesión (55 minutos).

6.1.4. Evaluación

El profesorado se asegurará del correcto desarrollo de la actividad mediante observación. Prestará atención a la actitud y participación del alumnado.

6.2. Actividad 2: Análisis de datos

6.2.1. Descripción

En esta sesión el alumnado realizará una tabla de frecuencias con los datos recopilados en la sesión anterior, teniendo en cuenta los diferentes tipos de variables estadísticas. Además, se realizará una representación mediante gráficos estadísticos de los diferentes tipos de variables.

A continuación se muestran los tres ejercicios planteados con los datos obtenidos y su solución.

6.2.1.1. Ejercicio resuelto para variable cualitativa.

Enunciado

Una conocida marca de coches ha elaborado un nuevo modelo que va a poner a la venta durante el próximo año. Se requiere saber cuál es el color más demandado por la población para poder llegar al consumidor y ganar cuota de mercado. Por tanto, se habrá realizado un estudio de campo para determinar este dato (ver apartado 6.1), obteniéndose los siguientes datos:

Color	Amarillo	Azul	Blanco	Gris	Negro	Otros	Plata	Rojo
Coches	3	5	25	9	11	6	7	4

Tabla 3.

1. Elabora la tabla de frecuencias completa.
2. Calcula el porcentaje de cada color.
3. Di cuál es la moda.
4. Calcula la media y la varianza. Razona la respuesta.
5. Construye el diagrama de barras de frecuencias absolutas.
6. Construye el diagrama de sectores de frecuencias absolutas.

Solución:

x_i	n_i	f_i	N_i	F_i	%	Grados
Amarillo	3	0'043	3	0'043	4'3	15'5
Azul	5	0'071	8	0'114	7'1	25'56
Blanco	25	0'357	33	0'471	35'7	128'52
Gris	9	0'129	42	0'600	12'9	46'44
Negro	11	0'157	53	0'757	15'7	56'52
Otros	6	0'086	59	0'843	8'6	30'96
Plata	7	0'100	66	0'943	10'0	36
Rojo	4	0'057	70	1'00	5'7	20'52
TOTAL	70	1	-	-	100	360

Tabla 4.

- La moda es el color más repetido, por tanto, será el que mayor frecuencia absoluta tenga:

$$n_{i \text{ máx}} \rightarrow n_{\text{blanco}} = 25 \rightarrow M_o = \text{blanco}$$



- En este caso no se puede calcular la media y la varianza, ya que se trata de una variable cualitativa.

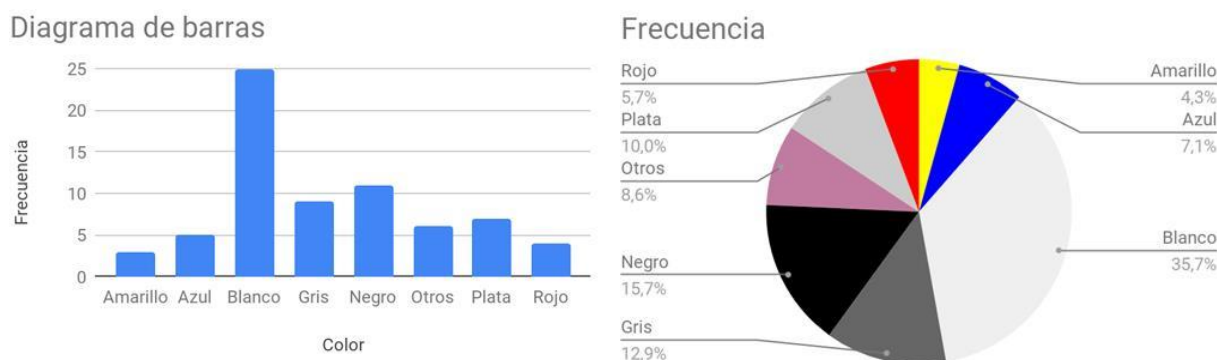


Figura 1.

6.2.1.2. Ejercicio resuelto para variable cuantitativa continua.

Enunciado

La alcaldesa de nuestro municipio ha lanzado una iniciativa en la cual se quiere instalar unos bancos nuevos para uso y disfrute de todo el pueblo. Para asegurarse que no malgastan el dinero en asientos nada útiles por su poco aforo, deciden realizar un estudio. En él se determinará la longitud de los bancos existentes y el aforo que estos tienen. Se obteniéndose los siguientes datos:

Longitud de los bancos de la localidad en cm:				
157	160	163	173	156
174	159	163	154	168
160	150	161	157	155
162	155	156	157	170
160	157	165	150	180

Tabla 5.

1. Elabora la tabla de frecuencias.
2. Añade a la tabla de frecuencias una columna en la que se indiquen los porcentajes.
3. Halla la media aritmética.
4. Calcula la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.
5. Construye el histograma de frecuencias absolutas.
6. Construye el diagrama de sectores de frecuencias absolutas.

Solución:

$L_{i-1} - L_i$	C_i	n_i	f_i	N_i	F_i	%	$C_i \cdot n_i$	$n_i \cdot C_i^2$	Grados
(150, 156]	153	5	0'20	5	0'20	20	765	117045	72
(156, 162]	159	11	0'44	16	0'64	44	1749	278091	158'4
(162, 168]	165	4	0'16	20	0'80	16	660	108900	57'6
(168, 174]	171	3	0'12	23	0'92	12	513	87723	43'2
(174, 180]	177	2	0'08	25	1'00	8	354	62658	28'8
Total	-	25	1'00	-	-	100	4041	654417	360

Tabla 6.

- Media aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i \times C_i}{n} = \frac{4041}{25} = 161,64$$

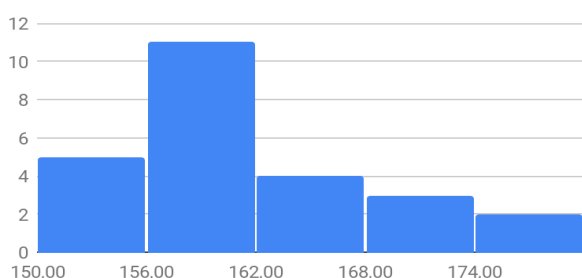
- Varianza:

$$Var = \frac{\sum_{i=1}^n n_i \times C_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{654417}{25} - 161,64^2 = 49,19$$

- Desviación típica: $\sigma = \sqrt{Var} = 7,01$

- Coeficiente de variación: $C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{7,01}{161,64} = 0,043$

Histograma



Frecuencia

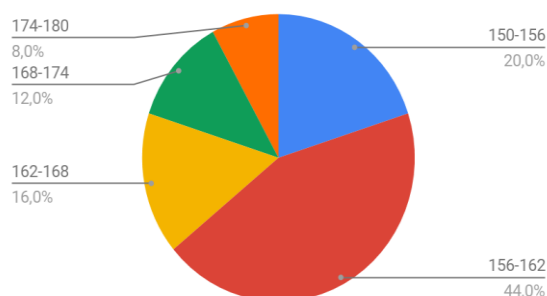


Figura 2.

6.2.1.3. Ejercicio resuelto para variable cuantitativa discreta.

Enunciado:

Actualmente las nuevas tecnologías ocupan buena parte de nuestro tiempo de ocio, desplazando a un segundo plano otras actividades más beneficiosas como puede ser la lectura. En el instituto se está debatiendo si aplicar un proyecto que fomente la lectura o no es necesario. Para ello, se realiza un estudio en una clase de 4º de Eso sobre la cantidad de libros leídos en el último mes:

Cantidad de libros leídos en el último mes por el alumnado de 4º de ESO:

4	3	3	4	4	3
2	4	3	4	3	3
5	4	4	5	3	6
2	4	4	4	3	4

Tabla 7.

1. Obtener la tabla de frecuencias completa.
2. ¿Qué porcentaje existe en la muestra?
3. Indica el porcentaje del alumnado cuya lectura ha sido inferior a 5 libros.
4. Calcula la mediana, la moda y la media.
5. Calcula la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.
6. Representa las frecuencias en un diagrama de barras.
7. Representa las frecuencias en un diagrama de sectores.



Solución:

x_i	n_i	f_i	N_i	F_i	%	$C_i \cdot n_i$	$n_i \cdot C_i^2$	Grados
2	2	0'08	2	0'08	8,3	4	8	30
3	8	0'33	10	0'41	33,33	24	72	120
4	11	0'46	21	0'87	45,83	44	176	165
5	2	0'08	23	0'95	8,3	10	50	30
6	1	0'04	24	0'99	4,16	6	36	15
Total	24	0'99	-	-	-	88	342	360

Tabla 8.

Diagrama de barras

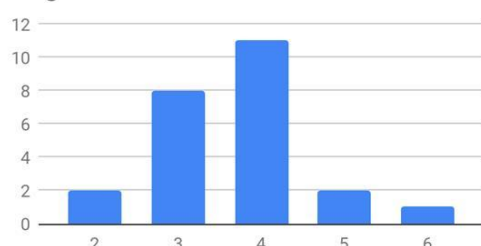


Diagrama de sectores

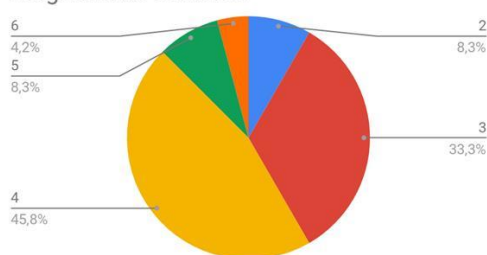


Figura 3.

- Porcentaje del alumnado cuya lectura ha sido inferior a 5 libros.

$$(f_1 + f_2 + f_3) \times 100 = 87\%$$

- Mediana

$$\frac{24}{2} = 12.$$

Buscamos el valor que ocupa la posición número 12 en la tabla de frecuencias

$$F_4 = 12 \rightarrow x_i = 4 \rightarrow M_e = 4$$

- Moda

Es el valor más repetido en el muestreo:

$$n_{i \text{ máx}} \rightarrow n_4 = 11 \rightarrow M_0 = 4$$

- Media

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i \times C_i}{n} = \frac{88}{24} = 3,67$$

- Varianza

$$Var = \frac{\sum_{i=1}^n n_i \times C_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{342}{24} - 3,67^2 = 0,81$$

- Desviación típica

$$\sigma = \sqrt{Var} = 0,9$$

- Coeficiente de variación C. V. = $\frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{0,9}{3,67} = 0,24$

6.2.2. Objetivos

Los objetivos para esta sesión son:

- Realizar un análisis estadístico.
- Aprender estadística mediante la aplicación de la teoría a datos obtenidos por los alumnos.
- Interpretar los resultados en gráficos estadísticos.
- Comprender de la manera en que funcionan los estudios estadísticos.
- Ser capaces de extraer conclusiones e inferir los datos de un estudio estadístico.
- Acercar conceptos teóricos que estudian en clase a la vida cotidiana.

6.2.3. Planificación temporal

Se utilizarán un total de dos sesiones para la realización de los diferentes estudios estadísticos de las variables. Se realizará íntegramente en clase. En caso de no terminar la actividad en las dos sesiones previstas el alumnado tendrá la opción de terminar o repasar la actividad en horario fuera de clase. En la siguiente sesión se dedicaría una parte a verificar que los resultados obtenidos son correctos.

6.2.4. Evaluación

En este caso no se realizará ninguna evaluación de los resultados. La evaluación realizada por parte del profesorado consistirá en observación directa.

6.3. Actividad 3: Análisis de datos mediante R-Commander

6.3.1. Descripción

En esta actividad se pretenden comparar los resultados obtenidos en los cálculos de la actividad anterior con los resultados que nos daría el programa R-Commander.

El programa R tiene una doble naturaleza: es un programa y también un lenguaje de programación. También es de los más utilizados en la investigación científica. R-Commander es una interfaz gráfica para la programación en R, especialmente utilizado en estadística.

Antes de resolver los casos propuestos, el profesorado utilizará una sesión para explicar el funcionamiento y las herramientas de R-Commander con la resolución de ejemplos sencillos.

A continuación, se muestran los ejercicios planteados y resueltos anteriormente —con alguna pequeña variación— con el programa R-Commander.

6.3.1.1. Ejercicio resuelto para variable cualitativa.

Enunciado:

Una conocida marca de coches ha elaborado un nuevo modelo que va a poner a la venta durante el próximo año. Se requiere saber cuál es el color más demandado por la población para poder llegar al consumidor y ganar cuota de mercado. Por tanto, se habrá realizado un estudio de campo para determinar este dato (ver apartado 6.1), obteniéndose los siguientes datos:

Color	Amarillo	Azul	Blanco	Gris	Negro	Otros	Plata	Rojo
Coches	3	5	25	9	11	6	7	4

Tabla 9.

1. Elabora la tabla de frecuencias completa.
2. Calcula el porcentaje de cada color.
3. Di cuál es la moda.



4. Calcula la media y la varianza. Razona la respuesta.
5. Construye el diagrama de barras de frecuencias absolutas.
6. Construye el diagrama de sectores de frecuencias absolutas.

Solución:

El primer dato que vamos a obtener es la tabla de frecuencias. En R-Commander se obtiene la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa multiplicada por cien.

```
counts:
COLOR
AMARILLO  AZUL  BLANCO  GRIS  NEGRO  OTROS  PLATA  ROJO
      3      5      25      9      11      6      7      4

percentages:
COLOR
AMARILLO  AZUL  BLANCO  GRIS  NEGRO  OTROS  PLATA  ROJO
    4.29   7.14   35.71  12.86  15.71   8.57  10.00   5.71
```

Figura 4.

Como el dato que nos da el programa es la frecuencia absoluta, de aquí podemos sacar la moda que es el color que más se repite. El color Blanco.

Variable	Amarillo	Azul	Blanco	Gris	Negro	Otros	Plata	Rojo
n_i	3	5	25	9	11	6	7	4

Tabla 10.

El programa nos da el dato del porcentaje. Para sacar la frecuencia relativa, dividiremos el dato obtenido en el programa entre 100. Así pues, obtenemos que las frecuencias relativas son:

Variable	Amarillo	Azul	Blanco	Gris	Negro	Otros	Plata	Rojo
%	4,29%	7,14%	35,71%	12,86%	15,71%	8,57 %	10%	5,71%
f_i	0,0429	0,0715	0,3571	0,1286	0,1571	0,0857	0,1	0,0571

Tabla 11.

Puesto que se trata de una variable cualitativa el programa no permite el cálculo de la media y la mediana ya que no tiene.

Por último elaboramos los gráficos:

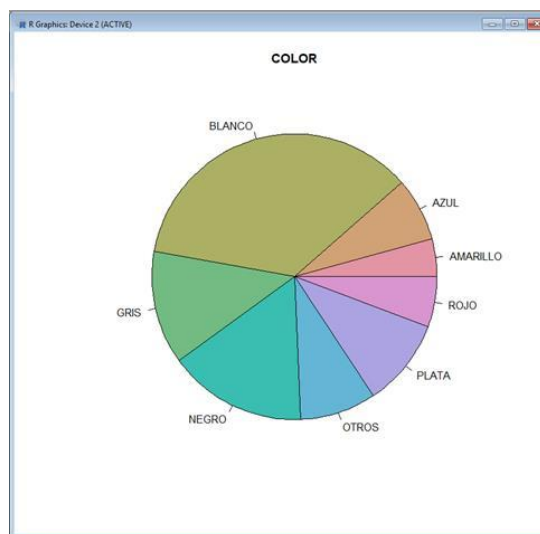
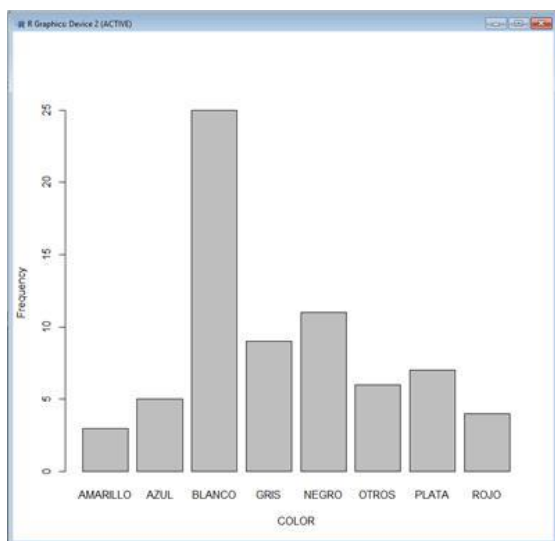


Figura 5.

6.3.1.2. Ejercicio resuelto para variable cuantitativa continua.

Enunciado

La alcaldesa de nuestro municipio ha lanzado una iniciativa en la cual se quiere instalar unos bancos nuevos para uso y disfrute de todo el pueblo. Para asegurarse que no malgastan el dinero en asientos nada útiles por su poco aforo, deciden realizar un estudio. En él se determinará la longitud de los bancos existentes y el aforo que estos tienen. Se obteniéndose los siguientes datos:

Longitud de los bancos de la localidad en cm:				
157	160	163	173	156
174	159	163	154	168
160	150	161	157	155
162	155	156	157	170
160	157	165	150	180

Tabla 12.

1. Elabora la tabla de frecuencias.
2. Añade a la tabla de frecuencias una columna en la que se indiquen los porcentajes.
3. Halla la media aritmética.
4. Calcula la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.
5. Construye el histograma de frecuencias absolutas.
6. Construye el diagrama de sectores de frecuencias absolutas.

Solución:

Obtenemos la tabla de frecuencias. R-Commander solo realiza tablas de frecuencias para datos cualitativos o categóricos. Puesto que en este caso se tratan de grupos numéricos, tenemos que agruparlos en intervalos. Hacemos cinco intervalos.

```
counts:
variable2
(150,156] (156,162] (162,168] (168,174] (174,180]
      5      11      4      3      2

percentages:
variable2
(150,156] (156,162] (162,168] (168,174] (174,180]
      20      44      16      12      8
```

Figura 6.

El dato que nos da el programa es la frecuencia absoluta, de aquí podemos sacar la moda que es la longitud que más se repite. El intervalo (156, 162].

Variable	(152 , 158]	(158 , 164]	(164 , 170]	(170 , 176]	(176 , 182]
n_i	5	11	4	3	2

Tabla 13.

La frecuencia relativa nos la da multiplicada por cien, por lo tanto la hallamos dividiendo los valores que nos da por 100. Obtenemos que las frecuencias relativas son:

Variable	(152 , 158]	(158 , 164]	(164 , 170]	(170 , 176]	(176 , 182]
%	20%	44%	16%	12%	8%
f_i	0,20	0,44	0,16	0,12	0,08

Tabla 14.



Actividades estadísticas para 4.º de la ESO utilizando datos reales

N. Muñoz Capitán, P. Vicente Monserrat, G. Mateu García, F. J. Prado Bayarri

A continuación, calcularemos la media, la mediana y la desviación típica. Para ello debemos obtener un resumen de todos estos datos.

```
> numSummary(Altura2[, "Altura", drop=FALSE], statistics=c("mean", "sd", "IQR", "quantiles"),
+ quantiles=c(0, .25, .5, .75, 1))
  mean      sd IQR  0% 25% 50% 75% 100%  n
161.64 7.058212  8 150 157 160 165 180 25
```

Figura 7.

El valor denominado “mean” corresponde a la media aritmética:

$$\bar{x} = 161,64 \text{ cm}$$

Para calcular la mediana hay que fijarse en el percentil 50%, ya que este coincide con la mediana → Mediana = 160 cm

La desviación típica viene dada por sd →

$$\sigma = 7,05$$

Para sacar la varianza únicamente deberemos elevar al cuadrado la desviación típica:

$$\sigma^2 = 49,7025$$

Por último elaboramos los gráficos:

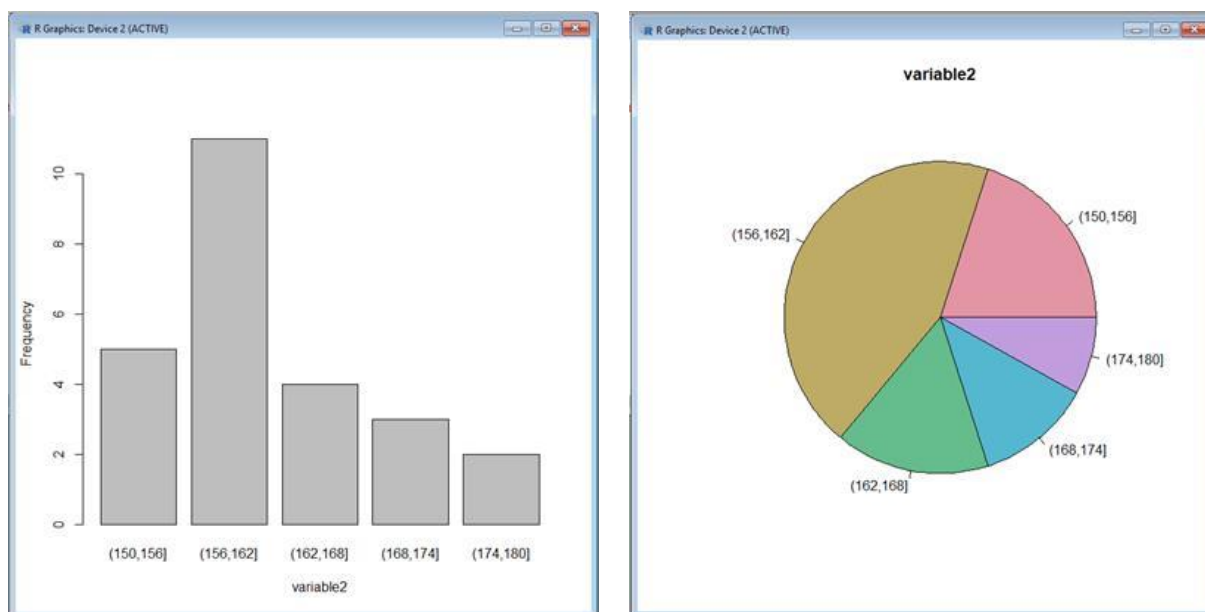


Figura 8.

6.3.1.3. Ejercicio resuelto para variable cuantitativa discreta.

Enunciado:

Actualmente las nuevas tecnologías ocupan buena parte de nuestro tiempo de ocio, desplazando a un segundo plano otras actividades más beneficiosas como puede ser la lectura. En el instituto se está debatiendo si aplicar un proyecto que fomente la lectura o no es necesario. Para ello, se realiza un estudio en una clase de 4º de Eso sobre la cantidad de libros leídos en el último mes:

Cantidad de libros leídos en el último mes por el alumnado de 4º de ESO:

4	3	3	4	4	3
2	4	3	4	3	3
5	4	4	5	3	6
2	4	4	4	3	4

Tabla 15.

1. Obtener la tabla de frecuencias completa.
2. ¿Qué porcentaje existe en la muestra?
3. Indica el porcentaje del alumnado cuya lectura ha sido inferior a 5 libros.
4. Calcula la mediana, la moda y la media.
5. Calcula la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.
6. Representa las frecuencias en un diagrama de barras.
7. Representa las frecuencias en un diagrama de sectores.

Resolución:

El primer dato que vamos a obtener es la tabla de frecuencias. R-Commander solo realiza tablas de frecuencias para datos cualitativos o categóricos. Puesto que en este caso se tratan de grupos numéricos, tenemos que definir los grupos. De hacemos cinco grupos, lectura de dos, tres, cuatro, cinco o seis libros. El programa, nos da la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa multiplicada por cien.

```
counts:
variable3
2 MIEMBROS 3 MIEMBROS 4 MIEMBROS 5 MIEMBROS 6 MIEMBROS
      2          8          11          2          1

percentages:
variable3
2 MIEMBROS 3 MIEMBROS 4 MIEMBROS 5 MIEMBROS 6 MIEMBROS
  8.33     33.33     45.83     8.33     4.17
```

Figura 9.

El dato que nos da el programa es la frecuencia absoluta, de aquí podemos sacar la moda que es número de libros leídos que más se repite. En este caso, la moda es que el alumnado lea cuatro libros.

Nº miembros	2	3	4	5	6
n_i	2	8	11	2	1

Tabla 16.

La frecuencia relativa nos la da multiplicada por cien, por lo tanto vale con dividirla para sacar el valor. Obtenemos que las frecuencias relativas son:

Nº miembros	2	3	4	5	6
%	8%	33%	46%	8%	4%
f_i	0,8	0,33	0,46	0,8	0,4

Tabla 17.

A continuación, calcularemos la media, la mediana y la desviación típica. Para ello debemos obtener un resumen de todos estos datos.



```
> numSummary(Familiares[, "FAMILIA", drop=FALSE], statistics=c("mean", "sd", "IQR", "quantiles"),
+   quantiles=c(0, .25, .5, .75, 1))
  mean      sd IQR 0% 25% 50% 75% 100%  n
3.666667 0.9168313  1  2  3  4  4  6 24
```

Figura 10.

El valor denominado “mean” corresponde a la media aritmética:

$$\bar{x} = 3,67$$

Para calcular la mediana hay que fijarse en el percentil 50%, ya que este coincide con la mediana → Mediana = 4

La desviación típica viene dada por sd →

$$\sigma = 0,91$$

Para sacar la varianza únicamente deberemos elevar al cuadrado la desviación típica:

$$\sigma^2 = 0,8281$$

Por último elaboramos los gráficos:

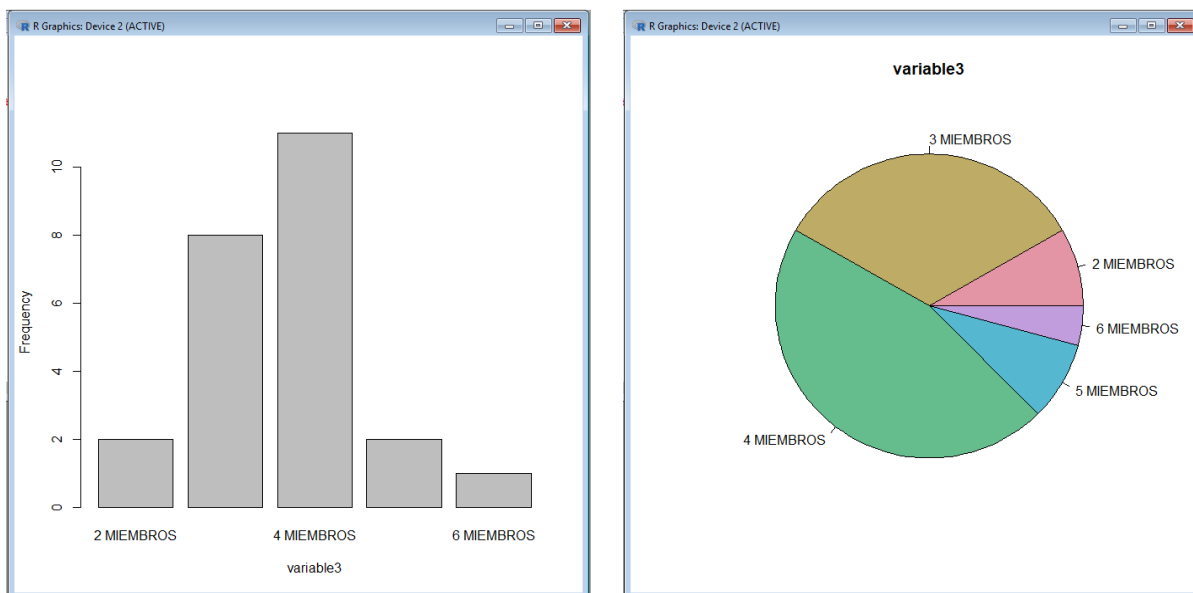


Figura 11.

6.3.2. Objetivos

Los objetivos para las actividades propuestas son:

- Interpretar los resultados en gráficos estadísticos.
- Comprender de la manera en que funcionan los estudios estadísticos.
- Aprender el manejo de un programa estadístico.
- Comprobar los resultados estadísticos obtenidos mediante los cálculos realizados por los alumnos con los que se consiguen con un programa informático.
- Ser capaces de extraer conclusiones e inferir los datos de un estudio estadístico.
- Acercar conceptos teóricos que estudian en clase a la vida cotidiana.

6.3.3. Planificación temporal

Se utilizarán un total de 3 sesiones (55 minutos por sesión), incluyendo una sesión para que el alumnado conozca la programación en R.

6.3.4. Evaluación

La evaluación del correcto funcionamiento de la actividad será realizada por el propio alumnado mediante la comparación de los resultados obtenidos en las actividades 2 y 3. Posteriormente, también se realiza esta evaluación a través de los diferentes grupos cooperativos con la técnica 1-2-4.

6.4. Actividad 4: Técnica 1, 2, 4

6.4.1. Descripción

Una vez comparados los resultados de las dos actividades anteriores individualmente. El alumnado trabajará en equipo cooperativamente de la forma 1-2-4 para contrastar los resultados obtenidos entre los compañeros.

La técnica de aprendizaje cooperativo 1-2-4 es aconsejable a la hora de proyectar un trabajo práctico realizado en el aula. En primer lugar, un alumno trabaja de forma individual hasta alcanzar la solución. En segundo lugar, se colocan en grupo de dos. Estos dos alumnos intercambian sus respuestas y comentan las diferencias entre ellos hasta alcanzar un acuerdo y resolver las posibles dudas aparecidas entre ellos. Finalmente, en tercer lugar se forma un equipo de cuatro alumnos, es decir, la unión de un grupo de dos con otro grupo de dos, que comentan los resultados entre ellos hasta consensuar los resultados a los ejercicios propuestos.

A esta actividad dedicaremos 10 minutos de las sesiones anteriores con la intención que el alumnado lleve a cabo un aprendizaje cooperativo desde la primera sesión y pueda debatir los resultados a medida que los va obteniendo.

6.4.2. Objetivos

Los objetivos para esta actividad son:

- Fomentar la adquisición de hábitos de trabajo en equipo.
- Trabajar de forma cooperativa y tomar decisiones conjuntas.

6.4.3. Planificación temporal

Se utilizará parte de las sesiones destinadas a elaborar las actividades anteriores (10 minutos) para poner en práctica esta técnica.

6.4.4. Evaluación

La evaluación del correcto funcionamiento de la actividad será realizada por el propio alumnado mediante la comparación de los resultados obtenidos en las actividades 2 y 3, a su vez el profesorado observará el funcionamiento de cada uno de los grupos.

6.5. Actividad 5: Prueba final

6.5.1. Descripción

Se realizará una prueba final individual al alumnado en el que se evaluarán las destrezas adquiridas durante el proyecto. Para la prueba final el alumnado dispondrá de todo tipo de material que considere necesario (libros, apuntes, calculadoras, etc.). El profesorado distribuirá al alumnado en el aula de forma individual para la realización de la prueba que deberán entregar al final de la sesión con los ejercicios resueltos.

A continuación se muestran los ejercicios propuestos para la prueba final:

Ejercicio 1



Actividades estadísticas para 4.º de la ESO utilizando datos reales

N. Muñoz Capitán, P. Vicente Monserrat, G. Mateu García, F. J. Prado Bayarri

Los alumnos de 3.º ESO quieren participar en un concurso en el cual pueden ganar un viaje de fin de curso. El concurso está propuesto por una conocida marca de material escolar y los alumnos participantes deberán diseñar un nuevo modelo de mochila.

Para establecer el color predominante de la mochila han realizado una encuesta en su instituto entre los alumnos de su mismo nivel académico. En ella se les preguntaba el color de su mochila, obteniéndose los siguientes datos:

Color	Verde	Azul	Marrón	Gris	Negro	Otros	Granate	Rojo
Coches	5	21	19	8	15	6	4	7

Tabla 18.

1. Elabora la tabla de frecuencias completa.
2. Añade a la tabla de frecuencias una columna en la que se indiquen los porcentajes de cada color.
3. Di cuál es la moda.
4. Construye el diagrama de barras de frecuencias absolutas.
5. Construye el diagrama de sectores de frecuencias absolutas.
6. Atendiendo a los cálculos realizados, ¿qué color será el elegido como predominante?

Ejercicio 2

Se ha preguntado los pesos propios al alumnado de un curso de 4.º de la ESO, siendo estos los que figuran en la siguiente tabla en kilogramos:

Peso del alumnado en Kg de un curso de 4º de ESO:				
59	65	52	57	58
64	61	65	60	55
52	53	63	59	64
53	57	58	59	72
62	51	67	62	75

Tabla 19.

1. Elabora la tabla de frecuencias, incluyendo la marca de clase y el porcentaje para cada intervalo.
2. Calcula la media aritmética.
3. Halla la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.
4. Construye el histograma de frecuencias absolutas.
5. Construye el diagrama de sectores de frecuencias absolutas.

Ejercicio 3

En la jornada de la liga de fútbol del pasado fin de semana en primera y segunda división se han marcado en cada uno de los partidos los goles que se reflejan en la siguiente tabla:

Goles de los partidos de primera y segunda división						
2	4	3	3	1	1	3
2	2	1	1	1	2	1
2	3	3	2	2	3	4

Tabla 20.

1. Elabora la tabla de frecuencias, incluyendo la marca de clase y el porcentaje para cada intervalo.
2. Indica el porcentaje de partidos en los que se metieron 2 goles.
3. Di el porcentaje de partidos en los que se metieron 3 o menos goles.
4. Calcula la media aritmética.
5. Halla la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.
6. Construye el histograma de frecuencias absolutas.
7. Construye el diagrama de sectores de frecuencias absolutas.

6.5.2. Objetivos

Los objetivos para esta sesión son:

- Comprobar que el alumno ha comprendido el funcionamiento de los análisis estadísticos.
- Determinar la capacidad del alumnado de utilizar el conocimiento y aplicar procedimientos.
- Trabajar de forma individual.

6.5.3. Planificación temporal

Se realizará la prueba durante 1 sesión (55 minutos).

6.5.4. Evaluación

El profesor corregirá y calificará de 0 a 10 la prueba final y se asignará esta nota obtenida al tema de estadística del curso académico.

7. Evaluación de las actividades

La evaluación de todo el conjunto de actividades propuestas consistirá en una evaluación inicial que se llevará a cabo por observación durante las sesiones previas a las actividades. Durante estas sesiones, el profesorado verá el nivel del alumnado antes de realizar las actividades descritas en el presente trabajo. Estos conocimientos iniciales, se compararán con una prueba final. Con su evaluación se determinará el grado de aprovechamiento de las actividades.

También se evaluará mediante una evaluación formativa la progresión de los estudiantes. Para la realización de la evaluación formativa, el profesorado observará el trabajo del alumnado para ver cómo toma los datos y realiza los cálculos, a la vez que evalúa su comportamiento y participación en la tarea.

De ambas evaluaciones se obtendrá una nota final, será la correspondiente a la unidad didáctica y mediará con las demás notas obtenidas de las unidades didácticas desarrolladas en la tercera evaluación.

Además se evaluará internamente el conjunto de actividades con un cuestionario al alumnado participante con el fin de saber sus impresiones y su grado de satisfacción (Anexo 1).

Bibliografía

- Batanero, C. (2000). *¿Hacia dónde va la educación estadística?* *Blaix*, 15(2), 13.
- Batanero C., Díaz C., Contreras J. M., Roa R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 83, pp. 7-12.
- Batanero, C. y Godino, J. D. (2005). Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. En R. Luengo (Ed.). *Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas* (pp. 203-226). Badajoz: Universidad de Extremadura.



Actividades estadísticas para 4.º de la ESO utilizando datos reales

N. Muñoz Capitán, P. Vicente Monserrat, G. Mateu García, F. J. Prado Bayarri

- Batanero, C., Godino, J. D., Green, D. R., Holmes, P., & Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Fragueiro Barreiro, M., Muñoz Prieto, M., & Soto Fernández, J. (2013). «1-2-4». Una técnica de aprendizaje cooperativo sencilla aplicada al área de Conocimiento del medio natural, social y cultural. *Innovación educativa*, 0(22).
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejor de la calidad educativa (LOMCE) (de 10 de diciembre). *Boletín oficial del estado*. Núm. 295 (97585-97924). Madrid.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE) (de 4 de mayo). *Boletín oficial del estado*. Núm. 103. (17158-17207). Madrid.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (de 3 de enero de 2015). *Boletín Oficial del Estado*. Núm. 3 (169-546). Madrid.

Anexo 1

CUESTIONARIO / ENCUESTA ALUMNADO					
ACTIVIDADES ESTADÍSTICAS PARA 4.º ESO UTILIZANDO DATOS REALES					
Por favor, indica el grado de acuerdo con cada una de las preguntas.					
1 (Totalmente en desacuerdo) – 2 – 3 – 4 – 5 (Totalmente de acuerdo)					
AFIRMACIONES	1	2	3	4	5
Las actividades realizadas me han servido para consolidar los conocimientos de estadística.					
Comprobar/ Resolver los ejercicios a través del R-Commander me ha resultado interesante.					
Gracias a la realización de las actividades me he dado cuenta de que la estadística tiene importantes aplicaciones prácticas en la vida real.					
Considero que los conocimientos adquiridos de estadística y R-Commander me pueden ser de utilidad en un futuro (estudios, vida profesional, etc.).					
El profesor ha resuelto mis dudas para poder finalizar las actividades adecuadamente.					
Pienso que trabajar en equipo ha sido útil para que la tarea se haya llevado a cabo adecuadamente.					
Me siento satisfecho de las relaciones con mis compañeros durante la realización de las actividades.					
En general, me ha gustado realizar las actividades.					

Tabla 21.

Neus Muñoz Capitán. Nacida el 15/06/1990 en Valencia. Grado en Arquitectura Técnica. Máster Universitario en Eficiencia Energética y Sostenibilidad por la Universidad Jaume I. Email: neuscapi@gmail.com

Pablo Vicente Monserrat. Nacido el 28/03/1991 en Castellón. Ingeniero Industrial por la Universidad Jaume I. Email: pvicentemon@gmail.com

Gabriel Mateu García. Nacido el 08/06/1984 en la Vall d'Uixó (Castellón). Licenciado en Ingeniería Industrial (Universidad Jaume I). En la actualidad es director y profesor en AcadèmiaTecniciència en la Vall d'Uixó. Email: academiatecniciencia@gmail.com

Fco. Javier Prado Bayarri. Ingeniero Técnico Industrial (Especialidad: Mecánica) e Ingeniero Industrial (Bloque intensificación: Medio Ambiente) por la Universidad Politécnica de Valencia.

