

Persiguiendo a los juegos de persecución

J. A. Rupérez Padrón y M. García Déniz
-Club Matemático¹-

Resumen	Juegos de Persecución: algunas respuestas. El Tablut. El juego de las manzanas.
Palabras clave	Juegos de persecución. Tablut. Solitario inglés: variante. Metodología en el uso de los juegos.

Abstract	Pursuit Games: some answers. The Tablut. The game of apples.
Keywords	Pursuit Games. Tablut. Peg solitaire English: variant Methodology in the use of games.

In memoriam

¿Cuántas veces hemos mencionado a Martin Gardner en nuestros artículos? Muchísimas. Ha sido inspirador y fuente inagotable de ideas sobre problemas y juegos. Desde que apareció aquel primer ejemplar de Investigación y Ciencia (Scientific American en español) en octubre de 1976 y leímos su artículo *Juegos matemáticos: La base combinatoria del “I Ching”, el libro chino de la adivinación y la sabiduría* quedamos enganchados a sus artículos publicados por más de veinticinco años en esta revista y luego recogidos en algunos de sus libros. Pocos de los lectores ignorarán que falleció el pasado 22 de mayo.



Su habilidad para conectar con los lectores, debida quizá a su experiencia como “mago”, haciendo fácil de entender muchos conceptos de difícil comprensión, ha generado multitud de seguidores de la matemática “recreativa”. Como popularizador de las matemáticas, interesó a millares de lectores, muchos de ellos investigadores matemáticos, y creó polémicas discusiones con sus inteligentes críticas e irónicos artículos.

Queremos que este recuerdo, por breve, no deje de ser sentido y profundo sentimiento de pérdida de una mente clara, un filósofo cabal, un hombre que nos deja un sentimiento de orfandad.

¹ El Club Matemático está formado por los profesores José Antonio Rupérez Padrón, del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna), y Manuel García Déniz, del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife).
jaruperez@gmail.com / mgarciadeniz@gmail.com



Un índice (en inglés) con glosario de lo publicado por Martin Gardner es posible encontrarlo en: <http://www.ms.uky.edu/~lee/ma502/gardner5/gardner5.html>

Y una interesante entrevista, donde aparecen otros matemáticos, magos y personajes relacionados con Martin Gardner, en: <http://vimeo.com/7176521>

Los Juegos de Persecución: Algunas respuestas

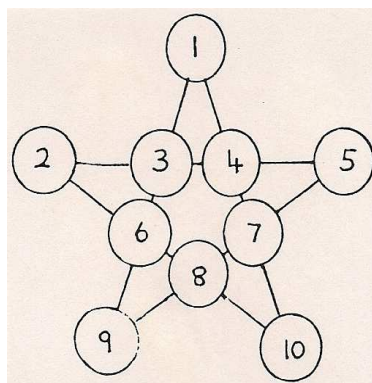
En nuestro anterior número presentamos la familia de los Juegos de Persecución y, como ejemplos sencillos dimos las reglas de juego de “El Lobo y los Corderos”, “El Asalto”, “Kaooa”, “El Juego Militar Francés” y “El General y los Rebeldes” con el objetivo de ver la amplia diversidad en reglas, piezas y tableros que presenta esta familia de juegos. También, en algunos de ellos, hicimos algunas preguntas acerca del desarrollo del juego. Hoy toca ver las respuestas a dichas preguntas.

Sobre KAOOA

Contesta, después de jugar varias veces, estas preguntas:

Pregunta 1

Los kaooas y el tigre han movido una vez. Los *kaooas* están en 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 10. El tigre está en 7. ¿Qué movimiento harían los *kaooas* para atrapar al tigre en dos o más de sus movimientos?



Respuesta

El movimiento es mover un kaooa desde la celdilla 6 a la 9. Los restantes kaooas en las celdillas 3 y 4 pueden entonces atrapar al tigre entre ellos moviendo alrededor del pentágono interior (celdillas 3, 4, 6, 7 y 8).

Pregunta 2

¿Qué celdillas del tablero intentarían ocupar los *kaooas* para asegurar una victoria cuando el tigre comienza en la celdilla 8? ¿Funciona esta estrategia cuando el tigre empieza en las celdillas 9 o 10? ¿Qué pasa si sólo tenemos seis *kaooas*?

Respuesta

Los kaooas intentarían llenar las celdillas 9 y 10. Esta estrategia funciona no importa cual sea la posición de partida del tigre. Si sólo hay seis kaooas no funcionará. Esto se debe a que habrá sólo un kaooa en el pentágono interno, insuficiente para atrapar al tigre.

Pregunta 3

Si no permitimos al tigre ocupar todas las celdillas exteriores, ¿pueden los *kaooas* forzar aún una victoria?

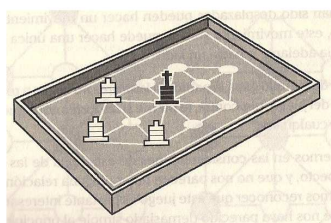
Respuesta

Lo más probable es que el tigre sería siempre capaz de forzar una posición ahogada (como en ajedrez). Pero no está demostrada la existencia de la estrategia ganadora.

Bell y Cornelius, en su libro “Juegos con tablero y fichas” de editorial Labor, presenta algunas variantes del Kaooa con el nombre de “Buitres y Cuervos”: los cuervos se van colocando de uno en uno; se coloca un primer cuervo y a continuación el buitre; ahora, cada vez que se coloca un nuevo cuervo, el buitre hace un movimiento. El resto de las reglas son las mismas.

Sobre El Juego Militar Francés

Contesta, después de jugar algunas veces, estas preguntas:



Pregunta 1

Si los ingleses no ocupan una celdilla en su primer movimiento (Figura 1), Napoleón sería capaz de ganar. ¿Dónde está esta celdilla y qué debería hacer Napoleón para ganar? (¡Cuidado! Esto no es obvio).

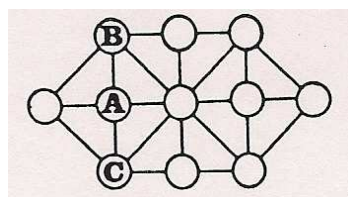


Figura 2

Respuesta

La celdilla es la designada por A en la figura 2. Napoleón no debe moverse a ella sino más bien a B o C (dependiendo de cual vacíen los ingleses en su movimiento).

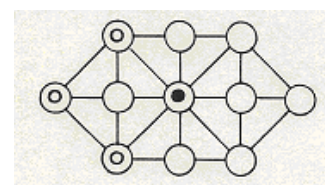


Figura 1

Pregunta 2

Después de los movimientos, los ingleses y Napoleón están colocados como muestra la figura 3. Es el turno de movimiento de los ingleses. ¿Hacia qué celdilla deben mover los ingleses para impedir la victoria de Napoleón?

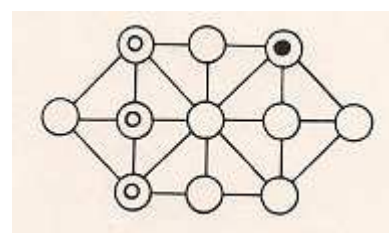


Figura 3

Respuesta

Los ingleses deben ocupar la celdilla D en la figura 4. Si no, Napoleón puede entonces mover hacia esta celdilla y, desde allí, hacia detrás de la línea inglesa.

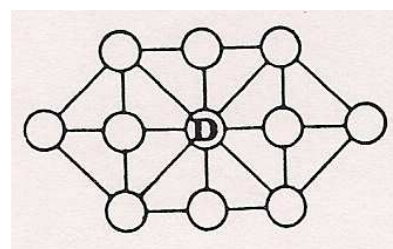


Figura 4



Pregunta 3

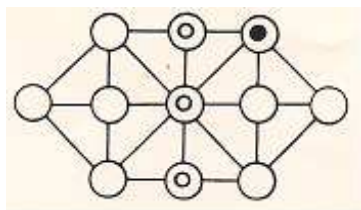


Figura 5

Más tarde, en la partida, los ingleses y Napoleón están como se indica en la figura 5. Es el turno de mover de los ingleses. ¿Cuál es su único movimiento? ¿Cuál es la respuesta de Napoleón y cómo permite esto escapar a Napoleón?

Respuesta

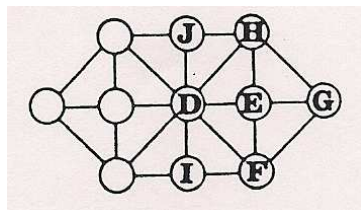


Figura 6

Los ingleses no deben dejar libre la celdilla D en la figura 6 (si no, Napoleón mueve a ella y ha ganado). Por lo tanto, su único movimiento es desde I a F. Si Napoleón mueve entonces desde H a E, perderá (ingleses a H, Napoleón a G, ingleses a E). Si, en cambio, mueve desde H a G, él tiene una oportunidad. Si, en este caso, los ingleses mueven desde J hasta H o desde D a E, Napoleón ganaría. Pero si los ingleses mueven desde D hasta H, seguido por J hasta D, acabarían con Napoleón.

Pregunta 4

"Mantén tu línea recta" es una táctica defensiva de equipo en la liga de rugby. ¿Es éste un buen consejo para los ingleses?

Respuesta

"Mantener tu línea recta" ayuda a los ingleses si lo hace hasta la posición de la pregunta 3 de arriba, ¿pero entonces...?

Pregunta 5

¿Quién tiene la mayor posibilidad de ganar este juego, los ingleses o el francés? ¿Por qué y cómo? ¿Importa si permitimos que Napoleón empiece en otra celdilla (excepto A, en la figura 7, por supuesto)?

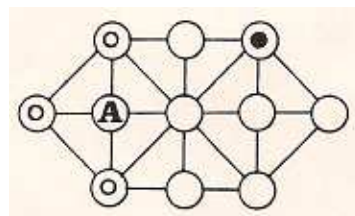


Figura 7

(Pista: Este juego era favorito entre las tropas francesas durante las guerras napoleónicas).

Respuesta

Napoleón podría ser capaz de impedir que los ingleses lo clavaran. Los ingleses tomarían y mantendrían la celdilla D (ver figura 6 de arriba). Napoleón se quedaría atrás y esperaría por un error. La posición mostrada en la figura 8 (con los ingleses por mover) parece ser una posición excelente para Napoleón (si se mantiene lejos de E).

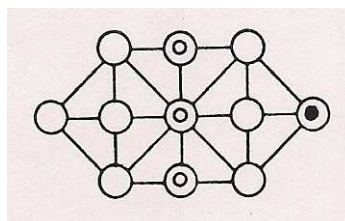


Figura 8

Pregunta 6

¿Importa si añadimos otra manera de que los ingleses ganen? Esta es que los ingleses ganan si pueden colocar sus tres fichas en las posiciones X, Y y Z (ver figura 9) antes de que Napoleón se mueva completamente detrás de la línea inglesa (ver figura 10 para un ejemplo donde los ingleses

ganarán en su siguiente movimiento).

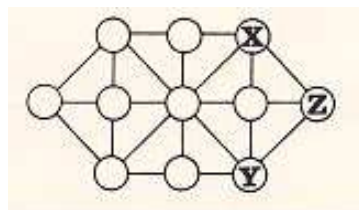


Figura 9

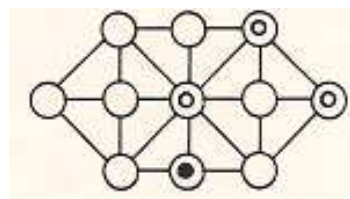


Figura 10

Respuesta

El nuevo final permite a los ingleses más opciones cuando cojan (por ejemplo), en su movimiento, en las posiciones que se muestran en las figuras 11 y 12 de abajo. Los ingleses pueden, en estos casos, mover ahora una ficha a G (ver figura 6 de arriba) y amenazar con la victoria colocando fichas en las posiciones F, G y H, antes de que Napoleón pueda hacer un movimiento que lo lleve completamente detrás de la línea inglesa. Los ingleses ahora ganarían.

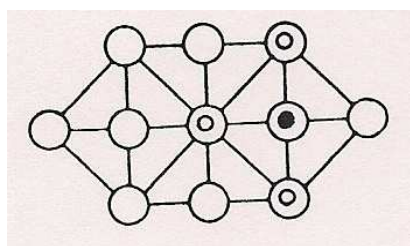


Figura 11

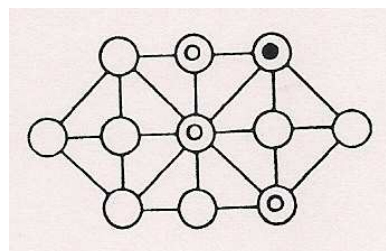


Figura 12

El Tablut

También prometimos presentar algún otro juego de esta familia tan interesante: los Juegos de Persecución. Lo haremos hoy con el Tablut, juego danés del siglo IV o V probablemente, perteneciente a la familia del Talf.

El tablut es originario de Laponia, en el norte de Escandinavia.

La primera descripción de este juego se debe a Carolus Linnaeus, botánico sueco célebre por su sistema de clasificación de los animales y las plantas. Con ocasión de un viaje de seis meses por Laponia, en 1732, escribió un diario incluyendo descripciones de la fauna y de la flora laponas, pero también numerosas notas sobre los autóctonos y su modo de vida, entre las cuales figuran esta descripción del juego y el dibujo de un tablero hecho con piel de reno adornada. Linnaeus era aún un joven estudiante desconocido en la época en que emprendió este peligroso viaje, y nadie se preocupó de publicar su relato. No fue hasta el siglo XIX, mucho después de su muerte, cuando por fin se publicó este documento apasionante.



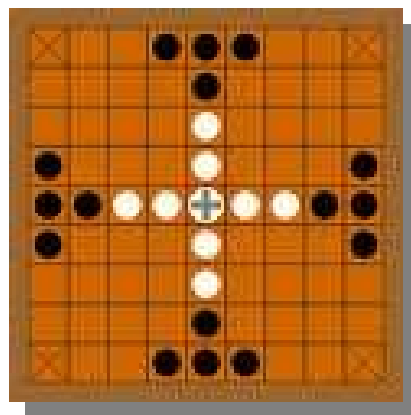
Este juego tiene una estrecha vinculación con el grupo de juegos Talf originados en el norte de Europa y que son representaciones de batallas entre dos fuerzas desiguales. La fuerza menor tiene una o más fichas con poderes especiales y la fuerza mayor trata de encerrarlas; a la vez la fuerza menor intenta romper el cerco o destruir a la mayor.

Uno de los mejores de entre los muchos juegos medievales de tablero es un juego que parece que se jugó por primera vez en los países escandinavos tan temprano como en los siglos IV o V, cuando se llamaba *tafl*. En siglos posteriores era conocido como *hnefatafl*. Los nórdicos lo introdujeron en Inglaterra, donde fue el único juego de tablero conocido por los primitivos sajones hasta que empezó a ser sustituido por el ajedrez en los siglos XI y XII. H. J. R. Murray, en su "History of Board-Games Other than Chess", aporta razones para pensar que éste es esencialmente el mismo juego que se seguía jugando en Gales durante el siglo XVI, bajo el nombre de *tawlbwrdd*, y en Laponia durante el siglo XVIII bajo el nombre de *tablut*.

Fue Murray quien descubrió que Carlos Linneo, el gran botánico sueco, incluyó una descripción completa del *tablut* en un exhaustivo diario que escribió durante su exploración de Laponia de 1732. Una traducción inglesa del diario, debida a Sir James Edward Smith, fue publicada en Londres con el título "Lachesis Lapponica: or a Tour of Lapland" y en ella se muestra una reproducción del tablero del *tablut* similar al que utilizamos aquí.

Para jugar se utiliza un tablero de 9x9 casillas, algunas de las cuales llevan marcas (ver esquema).

La casilla central se distingue de las otras; representa el konakis (o trono), que sólo puede ser ocupado por el rey de Suecia. Parece ser que los tableros se realizaban sobre seda o sobre piel de reno, donde estaban bordados el Konakis y algunas otras casillas. Un jugador tiene 9 fichas: ocho soldados rubios (suecos) y su monarca. El otro tiene 16 soldados morenos (moscovitas). La ilustración indica la posición inicial: las fichas blancas son los suecos (con el rey en el centro) y las negras son los moscovitas.



Cada pieza blanca y cada pieza negra, incluyendo el rey, se mueven como la torre del ajedrez, esto es, una distancia ilimitada sobre casillas vacías en una línea recta paralela a un lado del tablero.

El *tablut* es un juego fascinante y muy bien equilibrado, que exige un análisis reflexivo y cuidadoso por parte de los dos jugadores.

El juego se inicia con el rey sueco ocupando el cuadrado del centro, el *konakis*. Sólo el rey puede permanecer en ese cuadrado, aunque las demás piezas pueden atravesarlo cuando está vacío. Alrededor del rey se sitúan sus ocho guerreros, en los ocho cuadrados sombreados. Los moscovitas ocupan los dieciséis cuadrados decorados en los cuatro lados del tablero.

Alternativamente cada jugador, empezando por el sueco, mueve una de sus fichas.

Todas las fichas (el rey incluido) se mueven igual: pueden recorrer cualquier número de casillas

vacías en dirección horizontal o vertical (como mueve la torre en ajedrez). Ninguna ficha, excepto el rey, puede ocupar el konakis o trono, aunque cualquiera puede pasar en su desplazamiento por esta casilla central.

Una ficha es capturada y sacada fuera del tablero cuando dos fichas enemigas la encierran, ocupando ambas casillas adyacentes en línea horizontal o vertical. El rey puede participar en una captura. Una ficha puede ponerse de manera voluntaria sin riesgo entre dos fichas enemigas y también pasar entre ellas. En estos casos no puede ser capturada.

En una misma movida se pueden llegar a capturar dos o tres fichas enemigas.

La captura del rey es un caso especial: sólo es capturado si queda rodeado por los cuatro lados, o si queda rodeado de fichas enemigas por tres lados y en el cuarto está el Konakis. Cuando el rey es capturado termina el juego con el triunfo de los moscovitas.

Los suecos ganan si el rey alcanza cualquiera de las 34 casillas del borde del tablero. Si el rey tiene un camino abierto que le permite llegar al borde del tablero en su próxima jugada, debe advertírsele al adversario diciendo “¡Raichi!”. Si hay dos caminos abiertos, debe anunciarse el “¡Tuichi!”. Esto es el equivalente al “jaque mate”, ya que es imposible que el adversario tape ambos caminos de una vez.

Los dos bandos no tienen una posición equilibrada. La estrategia moscovita, que consiste en rodear poco a poco a los suecos en el centro del tablero sin permitirles escapar de este círculo envolvente, es mucho más difícil que la de los suecos, pendientes únicamente de incordiar al contrario con tentativas de escapada por uno u otro lado, sin temor a que algunas piezas –no muchas, claro– sean capturadas, si con ello consiguen abrir brechas en el cinturón moscovita.

El desequilibrio en la lucha se evidencia desde el principio, ya que los suecos pueden forzar la victoria si les correspondiese hacer el primer movimiento, por lo cual la salida deberá corresponder siempre a las fichas negras.

Este desequilibrio no debe ser visto como un defecto, sino simplemente como una curiosa característica que permite jugar partidas francamente interesantes entre dos jugadores de distinta capacidad, por ejemplo entre adultos y niños. Por otro lado, si ambos contendientes son del mismo nivel, se puede corregir la desigualdad existente jugando a un número total de partidas predeterminado, alternando en cada una de ellas el bando y siendo el ganador quien más victorias consiga.

Bel y Cornelius hacen el siguiente comentario: “Se trata de un juego que se mostró muy entretenido para jugarlo, pero a menudo resultó difícil obtener ninguna “investigación” detallada de los alumnos. Los intentos de alterar el número de piezas de cada bando llevaron a enfrentamientos demasiado desiguales, y los juegos sobre tableros más pequeños solían resultar triviales. Se inventaron diversas notaciones para ir registrando la marcha del juego, de las que la más sencilla y eficaz fue la que consistía en un sistema de coordenadas con los cuadros numerados del 1 al 9 por un lado, y designados por letras de la R a la Z por el otro. Así una partida dio lugar a los siguientes movimientos:



Moscovitas	Suecos
U9-S9	V4-X4
S5-S1	V5-V4
S9-S2	V4-W4
V2-Y2	W4-S4
V9-S9	S4-S8
R6-R8	V7-R7
V8-T8	S8-S7
Z6-Z7	X5-X9
W9-W7	S7-V7
S9-V9	V7-V8
Y5-Y8	V8-V7
T8-W8	X9-X7
S2-S9	V7-S7
Y2-Y7	V3-R3
U1-U2	S7-S2

Y los suecos ganaron, dado que su rey alcanzó el borde del tablero.”

También aportan las siguientes preguntas para aquellos que están interesados en investigar el uso didáctico del juego:

¿Cuántos posibles movimientos de apertura hay para: (i) los suecos, y (ii) los moscovitas?
¿Hay algún movimiento de apertura “óptimo” para cada uno?

¿Cuál será el mínimo número de movimientos en que cada jugador pueda ganar? (¡Aquí tienes que suponer, en cada caso, que uno de los jugadores es imbécil!)

Estudia el efecto de cambiar el número de las dos fuerzas. (¡En el caso extremo de que el rey no tenga soldados que lo defiendan ni que lo bloqueen, gana!)

Martin Gardner nos indica algunas curiosidades sobre el *Tablut*: “Sidney Sackson, un ingeniero de Nueva York aficionado a coleccionar juegos de tablero, sólo conoce una ocasión en la que se construyó y se vendió el *tablut* en su país. En 1863 se editó como un juego de la guerra civil denominado “Freedom’s Contest”, o “La batalla de la Unión”. Este juego es idéntico al *tablut*, excepto que el rey se llama “el Jefe Rebelde” y las piezas son soldados rebeldes y de la Unión. El Jefe Rebelde está limitado a un movimiento máximo de cuatro casillas. El juego tradicional parece favorecer a los blancos, de manera que quizá esta restricción se introdujo para corregir esta tendencia. (El *Breakthru*, publicado por la Minnesota Mining and Manufacturing, está basado en el *tablut*.)”

Como alguno de nuestros lectores se interesará por este juego les indicamos algunos textos y sitios Web donde averiguar algo más sobre el mismo:

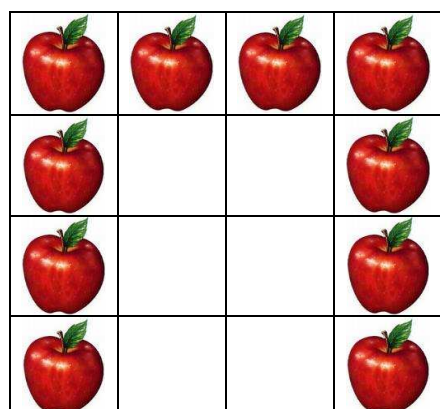
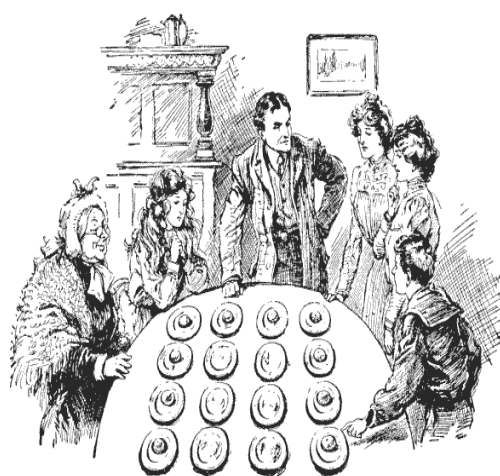
- Bell y Cornelius, “Juegos con tablero y fichas”, Labor
- Botermans y otros, “El libro de los juegos”, Plaza & Janés
- Revista *Cacumen*, nº 41, Zugarto

- Martin Gardner, “Comunicación extraterrestre y otros pasatiempos matemáticos”, capítulo 5: Cuatro raros juegos de tablero, Cátedra
- Caps i Mans, Suplementos del diario “El País”
- <http://www.juegodesalon.com/historia-de-los-juegos-hnefatafl.php>
- <http://www.ludoteka.com/tablut.html>

Pero además vamos a presentar un pequeño juego de Henry Dudeney. Se trata de “The Ten Apples” de la familia de los solitarios, a los que hemos dedicado un par de artículos anteriormente. Esta vez se trata concretamente de los solitarios cuadrados a los que dimos algo menos de atención que al resto.

Las Diez Manzanas

La familia representada en la ilustración se divierten con este pequeño puzzle, que no es muy difícil pero sí muy interesante. Se verá, que han puesto dieciséis platos sobre la mesa, formando un cuadrado, y ponen una manzana en cada uno de diez de esos platos. Quieren encontrar la manera de eliminar todas las manzanas, excepto una, saltando una por encima de la otra hasta el próximo plato vacío, como en las damas, o, mejor, como en el solitario, puesto que no se permite hacer ningún movimiento en diagonal, sólo movimientos paralelos a los lados del cuadrado. Es evidente que tal como están situadas las manzanas no se puede hacer, pero se permite trasladar cualquier manzana a un plato vacío antes de comenzar. Todos los movimientos deben ser saltos, quitándose las manzanas por encima de las cuales se haya saltado.



¿Quieren intentarlo nuestros lectores? Ya saben, primero han de cambiar de sitio una sola de las diez manzanas. Luego, con las reglas del Solitario, eliminar todas las manzanas menos una. Fabriquense un tablero sobre un trozo de cartón y utilicen fichas de cualquier juego como piezas en sustitución de las manzanas.

Y esto es todo por el momento. Estamos pensando qué les vamos a ofrecer en los próximos artículos. Ya veremos. Todo dependerá de las respuestas y comentarios, o peticiones, que recibamos de nuestros lectores.

Hasta el próximo



pues. Un saludo.

Club Matemático



Sociedad Canaria Isaac Newton
de Profesores de Matemáticas

Vol. 74 ▶ julio de 2010 | 115