



## Modelización matemática de los mecanismos de orientación de los cetáceos, familia *ziphidae* (\*)

Carmelo Militello Militello

Departamento de Física Fundamental y Experimental, Electrónica y Sistemas

Universidad de La Laguna

e-mail: [cmilite@ull.es](mailto:cmilite@ull.es)

*Pinche sobre una fórmula para ampliarla. Vuelva a pinchar sobre ella para reducirla, o pinche manteniendo pulsada la tecla [shift] para reducir todas las que permanezcan ampliadas.*

### Introducción

El objetivo de este trabajo es mostrar cómo un problema de investigación que podría plantearse inicialmente como un problema estrictamente de biología o zoología ha llevado a planteamientos que van desde el modelado físico e instrumentación hasta el modelado numérico. Más aún, la deficiencia en los modelos numéricos existentes ha conducido a la generación de nuevas aproximaciones basadas en el método de los elementos finitos. Intentaremos, en forma breve, mostrar la evolución de estos trabajos.

### El varamiento de zifios en las playas de Lanzarote y Fuerteventura del año 2002

En el año 2002, las maniobras militares conjuntas entre la Armada Española y la OTAN en Lanzarote y Fuerteventura dejaron como saldo negativo la aparición en las costas de estas dos islas de 12 cetáceos muertos. Curiosamente todos ellos pertenecían a la misma familia, la *ziphidae*. Una imagen de los cuerpos durante la maniobra de recolección puede verse en la [Figura 1](#).



**Figura 1.** Zifios varados en Fuerteventura. Foto cedida por Vidal Martín Martel (SECAC).

Ante este hecho surgen varias preguntas: ¿Sucedió antes? Sí, en Bahamas en el año 2000, y anteriormente en Grecia en el año 1996. ¿Hubo otras especies implicadas? No. ¿Qué grado de desarrollo tenían los especímenes encontrados? No había crías pequeñas. ¿Había características comunes en las tres maniobras? Sí, la utilización, además de otros, de un sonar cuya frecuencia central de emisión se encuentra entre los 2400 a 3500Hz. Este es el único presente en los tres casos.

¿Qué nivel de presión produce daños parciales o dolor en el animal?

La armada estadounidense propone como límites de exposición, válidos para operaciones NATO, los siguientes valores, debiendo entenderse que exposiciones menores o niveles menores no producen daños relevantes:

1 segundo a 204 dB  
1 minuto a 186 dB  
20 minutos a 172 dB  
8 horas continuas a 160 dB referidos a 1  $\mu$ Pa

Estos valores se basan en extrapolación de resultados para humanos o para especies en las que se han podido determinar molestias.

El ping de máxima duración es de 1 minuto para el LFA (*Low Frequency Array*), sonar de baja frecuencia de la armada estadounidense. Se toma como nivel de seguridad para este sonar el de 180 dB. De cualquier manera, parece que éste no estuvo presente durante las maniobras.

Por otro lado, las autopsias muestran hemorragias en oídos, hígado y otros órganos.

En el momento en que nos integramos en la comisión de investigación se contaba, además, con los siguientes resultados:

Vidal Martín Martel (SECAC), a través de los estudios del estado de los contenidos estomacales y de las especies contenidas en las mismas, determina que en el momento del suceso los animales estaban comiendo a 900m de profundidad.

El Laboratorio de Histología y Anatomía Patológica del Instituto Universitario de Sanidad Animal de la Facultad de Veterinaria de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, dirigido por el Prof. Antonio Fernández, determina que la causa de la muerte es la descompresión brusca (embolia grasa) [1]. Esto justifica que no hayan muerto infantiles, que maman y no se sumergen a cazar.

Especie poco estudiada. Tímida. Se la conocía en 2002 por haber encontrado cadáveres. Investigaciones recientes determinan gran abundancia en El Hierro.

Existen pocos trabajos respecto de los hábitos de esta especie.

Para fijar la terminología realizamos ahora (Figura 2) una descripción sucinta del sistema auditivo del zifio (familia *ziphidae*). Una visualización completa, incluyendo una tomografía computerizada, puede encontrarse en [2]. Debemos tener en cuenta que:

No poseen oído externo (está atrofiado).

Se considera que utilizan la mandíbula inferior como receptor de sonido, pero no está caracterizado.

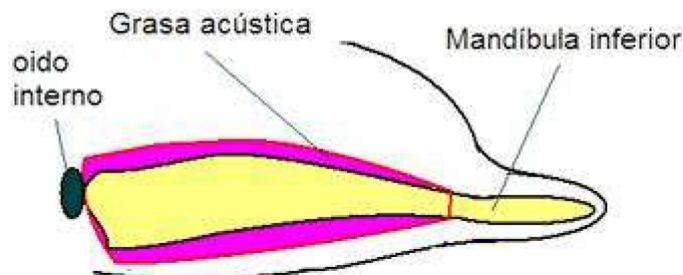


Figura 2. Esquema de la mandíbula inferior y de la cavidad acústica, llena de grasa líquida a la temperatura corporal de 36°C. El oído interno se localiza cercano a estas estructuras. El oído externo se ha ido atrofiando durante el proceso evolutivo.

## Objetivos del trabajo

Nos proponemos investigar las propiedades en frecuencia del conjunto compuesto por la mandíbula inferior acoplada con la cavidad acústica de grasa líquida, y determinar si existen efectos de amplificación dentro de la cavidad o un comportamiento diferencial del conjunto en las frecuencias de emisión de los sonares.

Para obtener resultados se exploran dos vías, el modelado numérico y la simulación física. La simulación numérica presenta como ventaja fundamental la facilidad para probar distintas condiciones de carga y visualizar resultados. Su desventaja es intentar estudiar un problema de interacción fluido-estructura en una propagación de onda acústica, que de por sí no es una tarea sencilla.

La simulación física tiene como ventaja, si el modelo físico es representativo del problema, que sus resultados parecen más creíbles por no depender de aproximaciones numéricas. El tiempo de realización se puede acotar. La desventaja

es que no podemos contar con el animal, ni siquiera muerto. Debemos construir un modelo híbrido de componentes óseos y materia no orgánica, e instrumentarlo.

## Obtención de las muestras

Tanto para el modelo numérico como para el físico es importante contar con los componentes, a fin de determinar su geometría y las propiedades físicas de los distintos elementos. La mandíbula inferior es muy difícil de conseguir entera, debida a su fragilidad. Si el animal vara se rompe por efecto de las olas; si se lo encuentra muerto o a la deriva, se rompe al izarlo.

Obtuvimos un cráneo y las dos mandíbulas inferiores (una rajada) de un zifio de Cuvier, cedidas por el Departamento de Biología Marina de la Universidad de La Laguna (Figura 3).

El Laboratorio de Histología y Anatomía Patológica del Instituto Universitario de Sanidad Animal de la Facultad de Veterinaria de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, dirigido por el Prof. Antonio Fernández, facilitó la observación y medida *in situ* de uno de estos animales.

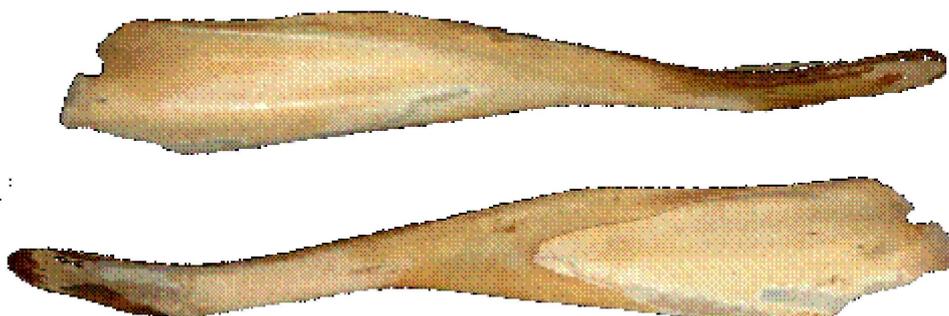


Figura 3. Vista anterior y posterior del maxilar inferior derecho.

Nótese la existencia de una parte delgada y compacta, cuyo espesor no supera los 2.0, y una parte gruesa porosa en el otro extremo. Llamamos *material 1* al compacto y delgado y *material 2* al poroso. Las propiedades elásticas se obtienen a partir de mediciones ultrasónicas en el espesor. Para el material poroso las propiedades se ponderan con la fracción de aire. Nótese que el material 1 presenta una relación resistencia/masa que es un tercio de la del acero (Tabla 1).

Material	Módulo elástico $E$ (Nw/m <sup>2</sup> )	Módulo de Poisson	Densidad $\rho$ (kg/dm <sup>3</sup> )	Vel. sonido (m/s)	$E/\rho$	Módulo de Poisson
material 1	2,10e10	0,25	1,92	3307	1,09e10	0,25
material 2	1,25e10	0,25	1,14	3311	1,09e10	0,25
acero	2,10e11	0,30	7,80	5188	2,70e10	0,30

Tabla 1. Propiedades de los materiales que componen el maxilar inferior.

La velocidad de propagación del sonido en la grasa acústica (*spermaceti oil*) se asume: 1450m/s [3].

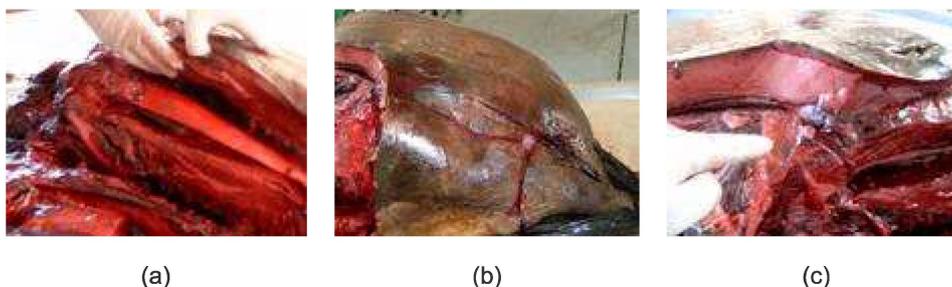
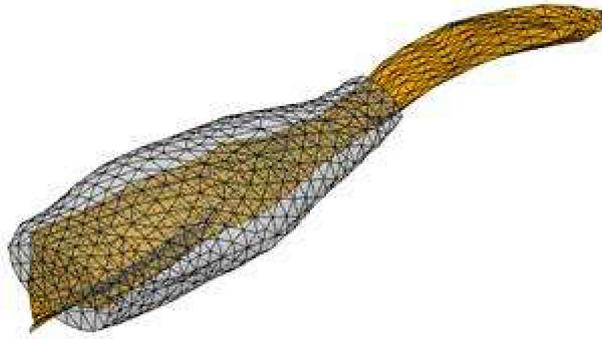


Figura 4. Detalle de la configuración de la cabeza. En (a), nótese la capa de grasa; en (b), el tamaño de la cavidad acústica que rodea la mandíbula inferior; en (c), el oído externo atrofiado (señalado por el dedo), la cercanía del oído interno a la mandíbula y la cavidad de grasa acústica.

## Modelo numérico de la mandíbula

En la **Figura 5** mostramos el modelo numérico realizado para ambos componentes. Para el hueso se han combinado elementos sólidos elásticos tetraédricos y elementos de cáscara triangulares y cuadriláteros. Las incógnitas en los nodos son los desplazamientos de los mismos [4].

Para la grasa se han utilizado elementos tetraédricos que modelan el comportamiento de un fluido acústico. Las incógnitas en los nodos son la presión del fluido para cada nodo.

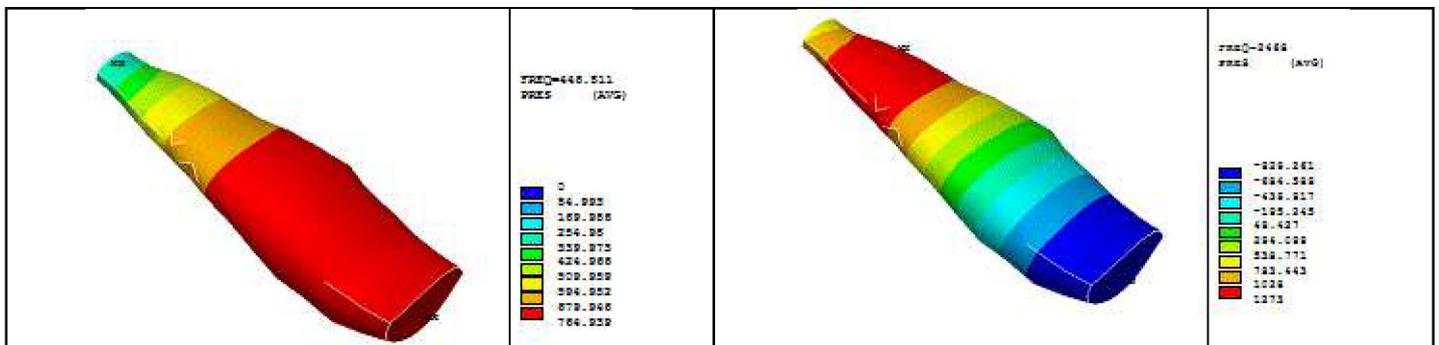


**Figura 5.** Superposición gráfica de los modelos de la mandíbula inferior y de la cavidad de grasa acústica. Debemos enfatizar que en el modelo actual, la interacción entre ambos no ha sido modelada.

El análisis de los primeros modos acústicos en la cavidad dan los resultados de la **Figura 6** y la **Tabla 2**. Como puede verse estos modos de vibración son longitudinales, y los dos primeros muestran un máximo relativo en la zona del oído del animal.

Modos	Frecuencia (Hz)
Primer modo	446.81
Segundo modo	2467.8
Tercer modo	4026.5

**Tabla 2.** Frecuencias de resonancia acústica de la cavidad.



**Figura 6.** Distribución de presión acústica en los dos primeros modos.

Para el hueso se asume como condición de contorno el soporte de la apófisis en la quijada y la condición de simetría impuesta por la otra mandíbula, que no se modela ni representa. Como veremos más adelante esta condición de contorno es irrelevante, ya que para las frecuencias de interés el modo de vibración es local. Es decir, la vibración relevante se presenta en las placas delgadas y es independiente de las condiciones de apoyo antes mencionadas. En la **Figura 7** vemos los modos de vibración de la mandíbula inferior para las frecuencias de 3054 y 3100Hz. Para este nivel de frecuencias el hueso presenta una alta densidad espectral, con saltos inferiores a los 50Hz.

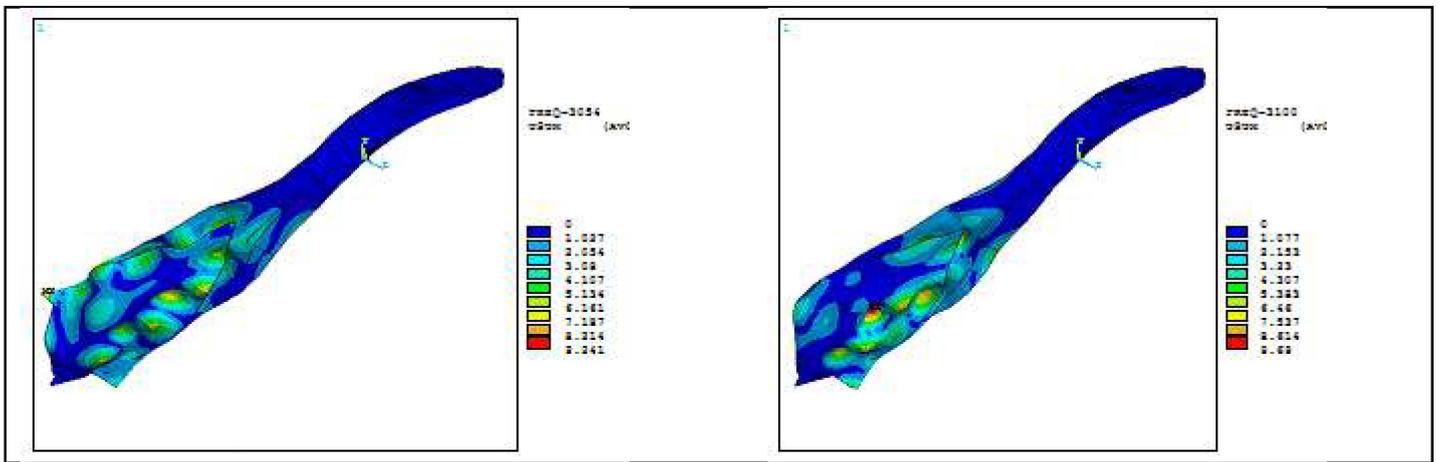


Figura 7. Modos de vibración del hueso para las frecuencias de 3054 y 3100Hz.

Si bien tenemos frecuencias para ambos componentes en el rango de emisión del radar, todavía debemos verificar cuál será el efecto de ambos sistemas acoplados.

## El problema de interacción fluido-estructura

Los modelos numéricos de simulación de componentes estructurales utilizan como incógnita los desplazamientos de las partículas de continuo. Los modelos de comportamiento acústico de fluidos utilizan como incógnita la presión en los puntos del mismo. La bibliografía sobre este problema es extensa, y el lector interesado puede consultar las referencias [4], [5], [6]. Existe la posibilidad de modelar el fluido acústico a partir del campo de desplazamientos y esto permitiría una conexión directa entre ambos modelos, es decir, el fluido acústico aparecería como un elemento estructural, gobernado por ecuaciones diferenciales similares a las de la estructura, con propiedades físicas diferenciadas. El problema de esta formulación es que el campo de desplazamientos propuesto dentro de cada elemento no es irrotacional, como requiere la teoría acústica, y aparecen en la solución de los problemas típicos modos rotacionales, de baja frecuencia, que contaminan la solución. Esta contaminación no es real, en el sentido que el sistema numérico resuelve lo que hemos formulado, pero nosotros deseamos eliminar este comportamiento espurio.

Se han implementado varios procedimientos para mejorar el comportamiento de estos elementos. El método de penalidad en las rotaciones, desarrollado por Hamdi et al. [5], arroja buenos resultados en los problemas presentados en la referencia. Luego, Olson y Bathe [7] y posteriormente Wang y Bathe [8] afirman que el elemento de Hamdi no puede resolver lo que ellos denominan los tres paradigmas de la interacción fluido-estructura, debido, entre otras, a las restricciones de irrotacionalidad e incompresibilidad. Una desventaja adicional de este elemento es que el factor de penalidad queda indeterminado, debiendo ser seleccionado por el usuario.

Otros elementos en desplazamientos son los formulados por Bermúdez y Rodríguez [9], basados en polinomios de Raviart-Thomas, que no presentan modos espurios de rotación. Lamentablemente, la utilización de grados de libertad en la mitad de los lados, en lugar de los nodos, los hace inapropiados para ser acoplados con elementos estructurales comunes.

El elemento que nosotros hemos propuesto es un elemento plano de tres nodos, formulado con la técnica de los principios variacionales parametrizados de Felippa et al. [10], que, particularmente en la formulación libre de Bergan y Hanssen [11], plantea una energía de alto orden que se encarga de mantener la irrotacionalidad del fluido. Esta energía de alto orden es afectada por un factor de estabilización, el cual depende del tamaño del elemento y para cuyo cálculo hemos establecido un criterio.

## Ecuaciones básicas

Se considera que el fluido es no viscoso, isentrópico y las vibraciones son de tan baja amplitud que no modifican apreciablemente la densidad del mismo. La ecuación de momento y la ecuación constitutiva del fluido son:

$$\rho \dot{v} + \nabla p = 0, \quad \beta \nabla \cdot v + \dot{p} = 0,$$

donde  $v$  es el vector velocidad,  $p$  es la presión,  $\rho$  es la densidad de masa y  $\beta$  el módulo de compresibilidad, que se define en términos de la velocidad del sonido como  $\beta = \rho c^2$ . Bajo condiciones de casi incompresibilidad, donde  $\beta$  es mucho mayor que  $p$ , se obtiene la ecuación de Euler

$$\beta \nabla (\nabla \cdot u) - \rho \ddot{u} = 0,$$

cuyo funcional es

$$\Pi = \int_{V_f} \left\{ \frac{\beta}{2} (\nabla \cdot u)^2 - f^B \cdot u \right\} dV + \int_{S_f} \tilde{p} u_n^S dS$$

donde  $u_n^S$  es el desplazamiento normal a la superficie  $S_f$ . Sin profundizar en los aspectos matemáticos, digamos que este funcional se utiliza para la discretización por elementos finitos de fluidos acústicos basados en desplazamientos, y que, como mencionamos anteriormente, se han desarrollado varias formulaciones con el fin de mantener la condición de irrotacionalidad del fluido. Nuestra propuesta parte de una formulación de alto rendimiento basada en un Principio Variacional Parametrizado (PVP) desarrollado en el marco de la elasticidad lineal.

## Modelo físico

Para realizar el análisis experimental se construyó un modelo físico de la cavidad. En la **Figura 8** puede verse la evolución de esta construcción. El modelo se basa en la hipótesis de que las paredes de la cavidad serán rígidas.

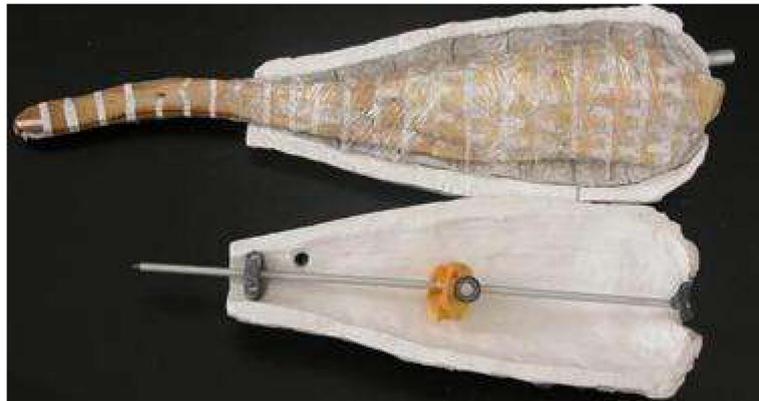


Figura 8. Modelo de la cavidad acústica.

Primeramente hemos instalado un pequeño altavoz dentro de la cavidad, intentando simular el efecto de una porción del hueso que vibrara dentro de la misma. Hemos colocado este altavoz a dos distancias del extremo delgado: 21.5cm y 35cm. Para tener en cuenta el efecto de las longitudes de onda en agua y aire utilizamos frecuencias que son un cuarto de las frecuencias en agua. Tomamos medidas simultáneas en los extremos delgado, A, y ancho, B, de la cavidad. La diferencia de niveles para los dos puntos se presenta en la gráfica de la **Figura 9**. Puede observarse que en el rango de frecuencias entre 800 y 960Hz (equivalentes en el agua a 2400 y 3840Hz) la intensidad en el extremo A es predominante, produciéndose una inversión drástica después de la frecuencia de 1000Hz (4000Hz en agua).

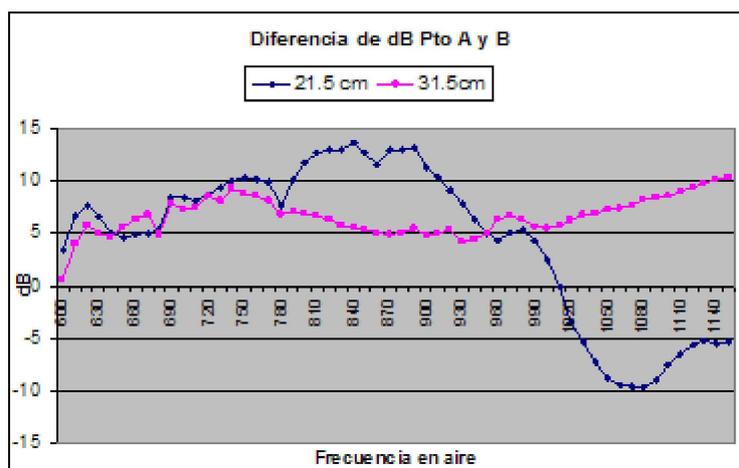


Figura 9. Diferencia de intensidades acústicas en ambos extremos de la cavidad para excitaciones en distintos puntos.

Por último, hemos instalado en el hueso dos acelerómetros, colocado un hidrófono en la región donde debería encontrarse el oído del animal y sumergido el sistema en agua (ver **Figura 10**). Dentro del recipiente se instala un altavoz subacuático.

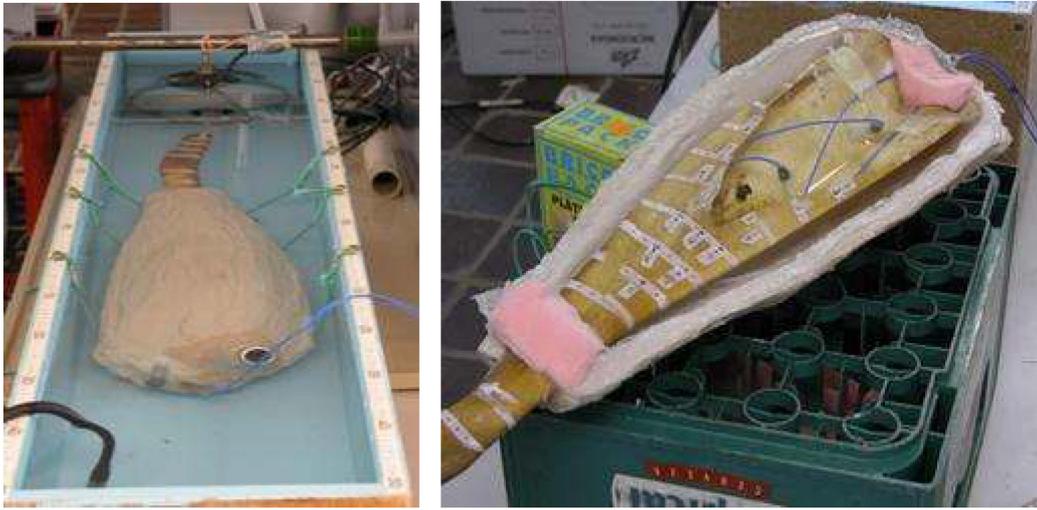


Figura 10. Dispositivo experimental para excitar el hueso y la cavidad acústica. Nótese la posición de los acelerómetros dentro del hueso.

En la Figura 11 podemos ver la respuesta del acelerómetro montado en el hueso ante una excitación del altavoz de 3600Hz. Puede verse claramente cómo esta excitación genera un pico con un alto factor de calidad, no excitándose ninguna frecuencia cercana.

Para estas mediciones se utilizaron las herramientas de análisis de señal generadas por el presente grupo investigador. El software desarrollado para la medición se diferencia en cinco bloques, constituidos por: un generador de señales de pseudo-ruido; un emisor que conecta la salida de la tarjeta de audio a un amplificador de potencia y a un transductor electro-mecánico; un receptor que realiza la adquisición de la señal emitida a un ritmo máximo de muestreo de 250000mps y el procesado a una frecuencia de 44105.30mps; un sistema inversor que permite obtener la respuesta impulsiva del medio; y un visualizador que se encarga de representar la respuesta impulsiva en una interfaz gráfica de usuario. El sistema de medición se ha implementado sobre un núcleo de Linux 2.4.18 recompilado para el soporte de las tarjetas de adquisición, y se ha hecho uso de las herramientas de GNU. El escritorio sobre el que se ha trabajado es KDE 3.0 y KDE 3.1, que son las versiones soportadas en la distribución de paquetes Debian/Woody.

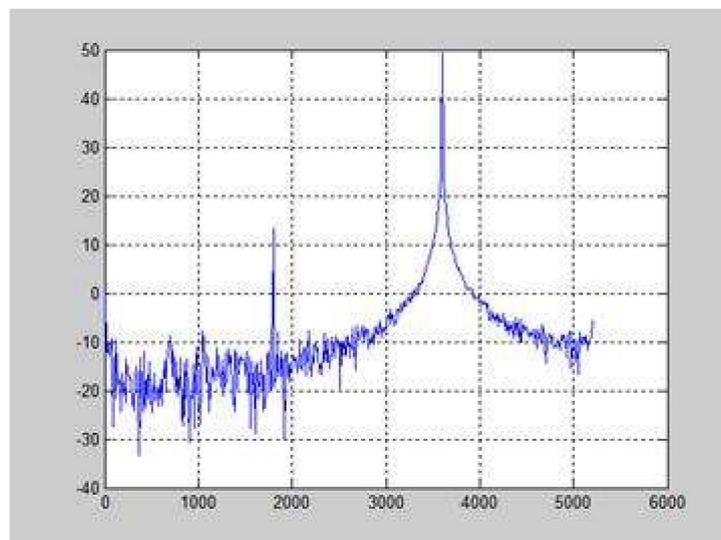


Figura 11. Respuesta del acelerómetro montado en el hueso ante una excitación del altavoz de 3600Hz.

## Conclusiones

Si bien los resultados son todavía provisionales, ya que es necesario agregar instrumentación al modelo físico y generar el modelo numérico de interacción fluido-estructura, es evidente que la estructura anatómica compuesta por la cavidad de grasa acústica y el maxilar inferior del zifio de Cuvier son especialmente sensibles al rango de frecuencias de emisión de los sonares de frecuencia media. La relación entre este fenómeno y la muerte de los mismos todavía debe ser investigada.

Por otro lado, es interesante ver cómo el estudio de un problema, podríamos decir medioambiental, genera la necesidad de construir nuevas herramientas de análisis numérico y combinarlas.

## Reconocimientos

Este trabajo es fruto de una investigación conjunta con S. Correa Vélez, S. Rodríguez Buenafuente, V. Guadalupe Suárez, I. Martín Mateos y F. Rosa González.

## Referencias

- [1] *Conclusiones del estudio anatomo-patológico de la Unidad de Anatomía Patológica de la Facultad de Veterinaria de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria sobre el varamiento masivo de zifios en Fuerteventura y Lanzarote entre el 24 y el 27 de septiembre de 2002.*
- [2] *Joint interim report, Bahamas marine mammal stranding event of 15-16 March 2000.* U.S. Department of Commerce, December 2001.
- [3] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor: *The finite element method*, Vol. I. McGraw Hill, 1989.
- [4] M.A. Hamdi et al.: A displacement method for the analysis of vibrations of coupled fluid-structure systems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 13 (1978), 139-150.
- [5] T.B. Belytschko, J.M Kennedy: A fluid-structure finite element method for the analysis of reactor safety problems. *Nuclear Engineering Design* 38 (1976), 71-81.
- [6] G.C. Everstine: A symmetric potential formulation for fluid-structure interaction. *Journal of Sound and Vibration* 79 (1981), 157-160.
- [7] L.G. Olson, K.J. Bathe: Analysis of fluid-structure interactions. A direct symmetric coupled formulation based on the fluid velocity potential. *Computers & Structures* 21 (1985), 21-32.
- [8] X. Wang, K.J Bathe: Displacement/pressure based finite element formulations for acoustic fluid-structure interactions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 40 (1997), 2011-2017.
- [9] A. Bermúdez, R. Rodríguez: Finite element computation of the vibration modes of a fluid-soil system. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 119 (1994), 355-370.
- [10] C.A. Felippa, C. Militello: Variational formulation of high performance finite elements: Parametrized variational principles. *Computers & Structures* 36 (1990), 1-11.
- [11] P.G. Bergan, L. Hanssen: *A new approach for deriving "good" finite elements.* En *The Mathematics of the Finite Elements, Vol. II - MAFELAP II Conference* (J.R. Whiteman, ed.), Academic Press, 1976, pp. 483-497.



### Sobre el autor

**Carmelo Militello Militello** es ingeniero superior por la Universidad Nacional de Rosario (Argentina), doctor en Ingeniería por la University of Colorado at Boulder (EEUU) y catedrático de Física Aplicada de la Universidad de La Laguna, donde ha desempeñado el cargo de director de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Civil e Industrial. Especialista en acústica y vibraciones, es autor de numerosas publicaciones en revistas de investigación de prestigio internacional en las áreas de Ingeniería y Modelos Numéricos.



**matematicalia**

revista digital de divulgación matemática

(\*) Este artículo está motivado por la conferencia del mismo título impartida por su autor en el Curso Interuniversitario *Sociedad, Ciencia, Tecnología y Matemáticas 2005* de las Universidades de La Laguna (Tenerife, España) y Las Palmas de Gran Canaria (Gran Canaria, España).