WEYL Y WEIL, UN JANO BIFRONTE DEL SIGLO XX

José Luis Fernández Pérez

1950, hechizo de las fechas de cifras rotundas que invita a la meditación y a la prospectiva; a mirar hacia atrás y reflexionar sobre lo que se ha hecho en todo un medio siglo; a consultar el oráculo y a otear el futuro previsible; y, ¡cómo no! a encuadrar dónde nos encontramos.

Hermann Weyl

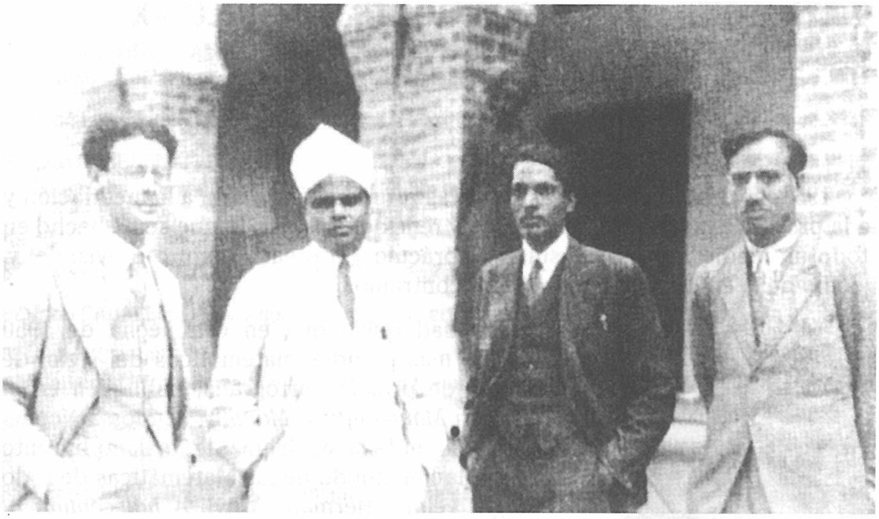
La casualidad quiso que en esta fecha de 1950 dos de los más grandes matemáticos del siglo, de apellidos de próxima ortografía, publiquen en el *American Mathematical Monthly*, sendos artículos en los que en feliz amalgama de un Jano bifronte escudriñan el mundo de las Matemáticas de todo el siglo veinte. Hermann Weyl, *A half-century of mathematics, (Medio siglo de matemáticas)* y André Weil, *The future of mathematics. (El futuro de las matemáticas).*

Alemán y francés, respectivamente, escriben desde los Estados Unidos en los que ambos han buscado refugio de los terribles tiempos que habían asolado Europa. Weyl ha abandonado su plaza de Catedrático de la Universidad de Gotinga en 1933, en los primeros días del nazismo; Weil, judío y pacifista, logra escapar a los Estados Unidos en 1941. Hermann Weyl escribe desde el *Institute for Advanced Study* que andando el tiempo también sería la casa de André Weil. Les une, además, su cultivada erudición, su amor por el mundo clásico y por las culturales orientales, por su verbo florido, rematado aquí y allá con referencias mitológicas, como la que da título a este artículo, y, sobre todo, su amor indisimulado por las matemáticas y su genio y relevancia indiscutibles.

La reflexión sobre sus miradas señeras nos incita a la comparación con la historia ya escrita de la Matemática del siglo, y con la prospectiva que este año 2000, más redondo todavía, está propiciando.

El siglo comienza con la espectacular osadía de David Hilbert de proponer en 1900, en el Congreso Mundial de París, sus celebérrimos veintitrés problemas como desafíos fundamentales de investigación. El éxito de la lista de Hilbert es asombroso. La solución sucesiva de (casi todos) sus problemas ha ido jalonando el avance de la Matemática a lo largo de todo el siglo.

Pero es claro que los problemas de Hilbert supusieron, fundamentalmente, todo un programa en el que el enfoque del método axiomático se enseñoreó de la investigación matemática. Los axiomas, de venir impuestos por la realidad física o por su percepción acordada, pasaron a ser elección libre sólo guia-



André Weil (a la izquierda) en 1931 en Aligarh (India) con Vijayaragharan y dos estudiantes.

da por la intuición estética constreñida por la necesidad de aportar estructura a los nuevos objetos y a las relaciones entre ellos que se van descubriendo y creando.

Tal ámbito de libertad fomenta la creatividad sin cortapisas y hace florecer, por doquier, nuevos campos de estudio matemático. Un proceso de divergencia de saberes, rico y vital, que Weyl describe "como si a un hombre se le sacara del entorno en que siempre ha vivido no por su gusto o porque le convenga sino de puro hábito o por prejuicios, y se le permitiera, en un clima de absoluta libertad, asociarse con quien se le antojase". Pero es también una dispersión de intereses que alarma y preocupa. En el Congreso Mundial de 1954, en Amsterdam, el propio Hermann Weyl avisa que cree que él será el último que se atreva a disertar en un Congreso Mundial sobre los logros de todos los galardonados con la Medalla Fields, y así fue. Antes que él, C. Carathéodory y H. Bohr, en los congresos de 1936 y 1950, sólo tuvieron que informar sobre avances en análisis clásico, *en el que cualquier matemático se encuentra como en su casa,* mientras que Weyl advierte a su audiencia de que se prepare a oír hablar de cohomología, de formas diferenciales, de haces, de variedades *Kählerianas*, y de fibrados complejos lineales.

Von Neumann, discípulo del último Hilbert, fue invitado al Congreso de Amsterdam para que desarrollara una conferencia sobre los nuevos problemas de las matemáticas. Era la persona ideal para emular a Hilbert en este medio siglo. Mortalmente enfermo no tuvo tiempo de entregar un manuscrito con el texto de su conferencia. Toma parte activa en la creación y desarrollo inicial de gran parte de estos nuevos campos; todo lo que toca tiene un halo de elegancia y de profundidad, casi de inevitabilidad, de un no podía ser de otro modo, y aunque consciente de los logros que suponen todas esa nuevas creaciones (teoría ergódica, anillos de operadores, teoría de juegos, fundamentos de mecánica cuántica, teoría de la computación, ordenadores) admoniza sobre el peligro de que:

> las Matemáticas se transformen en una búsqueda estetizante del arte por el arte. Lo que en sí mismo no es malo, si las Matemáticas no se alejan de campos correlacionados, con más profundas conexiones empíricas, o si evolucionan bajo la influencia de gente con un gusto excepcionalmente desarrollado. Pero hay un grave peligro de que se desarrolle a lo largo de la línea de menor resistencia, que el cauce, tan alejado de su fuente, se divida en una multitud de ramas insignificantes, y que se transforme en un amasijo amorfo de detalles y complejidades.

John von Neumann

Weyl, en la introducción de su libro *The classical groups (Los grupos clásicos)* en sintonía con las preocupaciones de Von Neumann, advierte que "los problemas particulares en toda su complejidad constituyen el núcleo de las matemáticas, y que dominarlos es el trabajo más difícil". Ese era el desafío al que los matemáticos de la segunda mitad de siglo debían enfrentarse: usar todo el bagaje de que ya disponía para resolver los grandes problemas, tradicionales y nuevos.

La perspectiva del tiempo nos dice que esa divergencia, ese afán de generalizar y de analizar por separado, ha sido guiado, en términos generales y en sus grandes líneas, por la intuición y el gusto que von Neumann exigía, y que ha dado como fruto un portentoso edificio de conocimiento matemático. Aunque a nadie se le oculte que un tal proceso ha estado plagado, como también von Neumann preconizaba, de caminos sin retorno, de generalizaciones sin contenido, de vías laterales y artificiales, en una suerte de "todo vale"; una proliferación a la que no ha sido ajena la presión del *publish or perish. (publicar o perecer)* (Ahlfors comentaba al respecto con gracia, en el momento de su jubilación: *now that I am not going to perish I do not have to publish*) *(Ahora que no voy a perecer, no tengo que publicar).*

Hermann Weyl se había mostrado, sin embargo, y desde el principio, optimista y ya atisbaba en 1950 que en el germen de la axiomatización se hallaba el fruto de la simplicidad y de la conjunción de saberes y que "la tendencia a coalescer" era ya entonces "un conspicuo aspecto del moderno desarrollo de nuestra ciencia".

Así que el gran éxito de la Matemática de la primera mitad de siglo es la creación o el desarrollo de áreas y teorías. Hermann Weyl, en su artículo, enumera:

> La teoría de cuerpos de clase; la teoría de representaciones de grupos finitos o continuos; la teoría espectral de operadores; la integral de Lebesgue, la teoría de la

medida y la teoría ergódica; la topología combinatoria y diferencial; la teoría de Hodge; la teoría de Nevanlinna; la geometría diferencial global, y, por supuesto, el avance en los fundamentos de las Matemáticas.

El artículo de André Weil fue escrito en 1947. Su reflexión sobre la situación de las Matemáticas está impregnada de meditaciones desesperanzadas sobre la naturaleza humana. La estulticia, la crueldad, la atrocidad de la guerra que ha vivido no le permite albergar esperanzas sobre el propio futuro del hombre. El alma de Weil busca refugio en las Matemáticas a las que ve como la más pura de las actividades intelectuales del hombre, en total sintonía con el adagio de Jacobi. Weil, con Hardy, cree que es la más pura porque es inútil. En una huida hacia adelante, de corte casi fundamentalista, llega a afirmar:

> El matemático seguirá su camino en la seguridad de que podrá saciar su sed en las mismas fuentes del conocimiento, convencido de que éstas no cesarán de fluir, puras y abundantes, mientras que los demás habrán de recurrir a las aguas cenagosas de una sórdida realidad. Si se le reprochase al matemático la soberbia de su actitud, si se le reclamase su colaboración, si se le demandase porque se recluye en los altos glaciares a los que nadie salvo los de su clase le puede seguir, él contestará, con Jacobi: Por el honor del espíritu humano.

Weil también está preocupado por la dispersión de saberes e insiste en la importancia de los problemas matemáticos. Y recuerda a Hilbert diciendo: “Las Matemáticas son un organismo para cuya vitalidad es indispensable la unidad de sus partes”, o también, “Cualquier rama de la ciencia está viva siempre que tenga problemas en abundancia, la carencia de problemas es un signo
1 de muerte”.

Como decía alguien, pronosticar el futuro es difícil, es más sencillo con el pasado. Weil, no anduvo descaminado en la selección de temas que él preveía de importancia. Todos los que están son:

> La teoría de cuerpos de clases y sus ramificaciones, los grupos discontinuos y las funciones automorfas mediante métodos aritméticos, la teoría de fibrados, las clases de Chern, la teoría de Hodge, las variedades Kählerianas, la teoría de de Rham, la connivencia de la geometría algebraica con la topología y la geometría diferencial, los grupos finitos, la teoría de homología, las distribuciones y su uso en ecuaciones en derivadas parciales, el análisis global y los sistemas dinámicos.

Pero, ¿cómo prever el ingente desarrollo del uso de la Matemática en multitud de actividades más allá de la investigación científica (que en cualquier caso, Weil despreciaba) o la asombrosa revolución del ordenador?

La segunda mitad del siglo está ya siendo considerada como una verdadera Edad de Oro de las matemáticas. A fe que los matemáticos de este medio siglo han estado a la altura del reto que lanzaba Weyl. Son tantos los problemas de larga tradición que se han resuelto recientemente, que hay una sensación de que los matemáticos todo lo pueden, que han desarrollado sus técnicas y sus métodos, su lenguaje y sus herramientas de análisis hasta extremos de eficacia insospechada: la conjetura de Bieberbach, la conjetura de Mordell, la conjetura de Kepler, el teorema de los cuatro colores, la conjetura de

Poincaré (para n>3), el problema de Burnside, y muchos otros, mayores y menores, además de, por supuesto, el último teorema de Fermat.

Este fascinante éxito ha sucedido a la par que, y en gran medida como consecuencia de, dos tendencias, en apariencia opuestas, dentro de la investigación. Por un lado, una promiscua connivencia de saberes en la que se han roto compartimentos estancos de conocimiento. Y por otra, una impresionante extensión de la aplicabilidad de las matemáticas, no sólo en los campos científicos tradicionales sino en numerosos ámbitos de la empresa, la administración, la ingeniería o la tecnología:

> la aritmética de los números primos y la geometría algebraica en la criptografía y la codificación; la teoría de nudos y la mecánica cuántica o la genética, las superficies de Riemann y las supercuerdas, los proceso estocásticos y las finanzas, las redes de telecomunicaciones y las representaciones infinito-dimensionales de grupos, las curvas elípticas y las formas modulares en la resolución del último teorema de Fermat; el análisis matemático y la geometría algebraica en los solitones, la modelización matemática de la epidemiología y el desarrollo del virus del sida...

André y Simone Weil en las vacaciones de 1922.

Schouten, presidente del Congreso de Amsterdam de 1954 que antes hemos mencionado, es consciente ya de esa presencia cada vez más general de las matemáticas, y en su discurso de apertura afirma: "Es ahora claro que prácticamente todos los ámbitos de las sociedades modernas, en guerra y en paz, necesitan matemáticas de todo tipo". La observación de Schouten venía en gran parte motivada, por la importancia que la teoría de juegos y la investigación operativa, por ejemplo, habían tenido durante la segunda guerra mundial.

Las matemáticas son herramienta indispensable para organizar información, para tomar decisiones y extraer conclusiones. Y ese papel no ha hecho sino crecer con el advenimiento y el uso generalizado de los ordenadores y de las modernas redes de información y comunicación.

Los ordenadores están suponiendo ya cambios profundos en la forma de entender las matemáticas. La enorme potencia de cálculo y de simulación hace de los ordenadores verdaderos laboratorios virtuales (es decir, matemáticos; hay quien describe a las matemáticas como la ciencia de los objetos virtuales). La pregunta no es sólo si existe tal solución, sino cómo hallarla y en cuánto tiempo, en una situación real. Problemas como P y NP, la cuestión de la Teoría de la Computación, es también un reto fundamental de la Matemática actual, como ha destacado la Fundación Clay. La modelización matemática es ahora extraordinariamente fina y ambiciosa, lo que exige nueva matemática para modelizar, para organizar los datos y para ser capaces de distinguir lo espurio de lo legítimo.

El ordenador, la computación, la inteligencia artificial, nos hacen ver ahora que una cuestión como ¿cuáles son los límites de la inteligencia natural o artificial?, que Smale propone, pueda ser un problema matemático, o que entender el proceso de la visión por ordenador o de los procesos de aprendizaje le induzca a Mumford a proponer una revisión radical de la estructura axiomática, silogística, de toda la Matemática.

Atiyah, en la introducción del reciente libro de la Unión Matemática Internacional, *Mathematics: Frontiers and perspectives,(Matemáticas: fronteras y perspectivas)* comenta:

1

> Cuando observamos los cambios que se han producido en Matemáticas [en el siglo XX] y los cambios aún mayores que debemos esperar, uno podría sentirse pesimista: ¿pueden las Matemáticas continuar su avance a este ritmo frenético y seguir siendo esa disciplina que amamos? Yo, personalmente, soy optimista y por dos razones. La primera es su larga e incesante historia. [...] La segunda razón para el optimismo es que las Matemáticas han mostrado una consistente capacidad para renovarse a sí mismas mediante la síntesis de los trabajos precedentes y la infusión de nuevas ideas, algunas de las cuales procedían del mundo real. Sólo de esta manera podrán los jóvenes matemáticos seguir haciendo avanzar nuestra ciencia.