Rev.Acad.Canar.Cienc., V (Núm. 1), 167-186 (1993)

UNAS ARTES LLAMADAS MATEMATICAS

JOSE JAVIER ETAYO

Departamento de Topología y Geometría. Facultad de Ciencias Matemáticas.
Universidad Complutense. 28040 - Madrid.

ABSTRACT

This paper is a lecture on the actual regard of the mathematics as heiress of some so called "liberal arts" in the Middle Ages.

RESUMEN

En septiembre de 1990, la Universidad de Murcia programó, entre los Cursos de Verano del Mar Menor, uno sobre Revisión de las Artes Liberales, dedicado a la interpretación que hoy se podría dar de aquellos estudios. Y, así, fueron pasando por aquella tribuna visiones actuales de la astronomía, la música, la filología, etc. Al autor de este trabajo se le encomendó una descripción de las matemáticas, miradas como herederas actuales de la aritmética y de la geometría, que formaban parte de aquellas artes. Este es el texto de su conferencia.

Hará cuatro o cinco años que, en ocasión de tener que preparar un trabajo sobre el álgebra del siglo XVI, me acerqué a una de las bibliotecas de nuestra Universidad para solicitar un libro de Cardano titulado *Ars Magna* : sabía que estaba allí, aunque desconocía su referencia. La encargada anduvo rebuscando infructuosamente por algunas estanterías hasta que, rindiéndose, vino a darme cuenta de su fracaso: "Porque es un libro de arte, ¿verdad?". "Como usted quiera: en realidad es de matemáticas". Santa palabra: marchó a otro lugar y al momento me lo traía con ademán triunfante.

Y es que por aquellos tiempos, empezando ya en Luca Pacioli y llegando a Vieta, es verdad que se llamaba "Arte mayor", o "regla de la cosa" o, en un árabe más o menos fiel, "álgebra y almucabala", a las técnicas para la resolución de ecuaciones de primero y segundo grado y, en seguida, de tercero. Arte vendría a tener aquí la acepción de habilidad, destreza para hacer algo o, mejor, conjunto de reglas y conocimientos -"de regulis algebraicis", se dice en el *Ars Magna* - relativos a una materia, las maneras como se hace o debe hacerse una cosa. No obstante, cuando hablamos de arte, de expresiones o manifestaciones artísticas, parece que nos estamos ya refiriendo a otro significado: a alguna o algunas de las llamadas Bellas Artes.

Comprensible es, pues, la confusión de la bibliotecaria y no habría aludido a ella si no fuera porque, al conocer algunos de mis colegas mi participación en un curso como éste, titulado "Revisión de las artes liberales", no me hayan preguntado sorprendidos: "¿Y qué vas a contar tú de eso?" Quiere decirse que ni los matemáticos consideramos de un modo espontáneo que nuestra ciencia sea un arte. Y si las *artes liberales, honestae, ingenuae,* son las Bellas Artes, el pensamiento se nos va hacia la música, la pintura,... ¡pero ¿las matemáticas?!

Y, sin embargo, ahí están. En el Museo de Arte Románico de Barcelona, sin ir más lejos -y en tantos otros lugares-, tienen ustedes la representación de las siete Artes liberales, y entre ellas la Aritmética y la Geometría, acompañadas, respectivamente, por Euclides y Pitágoras, sus egregios representantes. Así era entonces. Dice Edgar de Bruyne[1]: "Todas las definiciones medievales del arte se reducen al mismo tipo: el arte es un saber hacer. Así la arquitectura es el arte gracias al cual el arquitecto <u>sabe</u> cómo debe construir, la poesía es el arte por el cual el poeta <u>sabe</u> lo que debe hacer cuando quiera realizar un bello poema, la aritmética es el arte cuya posesión permite al matemático <u>saber</u> cómo ha de resolver tal o cual problema. Entre los autores, unos insisten en el <u>saber</u>, otros en el <u>hacer</u>."

Siquiera algún reflejo artístico debería en cualquier caso admitirse en el matemático creador, que cumple la prescripción de Alain: "El artista no inventa de antemano, sino mientras hace. Este inventar mientras se hace, durante la obra, es lo que distingue al artista del artesano". En el extremo opuesto se coloca nuestro Jardiel Poncela: "La comedia perfecta ha de carecer de tesis en absoluto. Tesis significa demostración y en arte no se debe intentar demostrar nada. Eso queda para el álgebra o para otra materia igualmente siniestra".

Quisiera, a lo largo de esta modesta charla, ver cómo la matemática ha venido heredando de aquellas primeras artes liberales estas sus dos condiciones, la de arte, por ser creativa, y, si ustedes no se me soliviantan demasiado, también la de un cierto asomo de belleza. Aunque he de reconocer que esto último me será muy difícil comunicarlo: "El concepto de belleza en matemática -piensa, algo abruptamente,

---

1 *Estudios de arte medieval,* Madrid, 1958.

Bonsall- no puede apreciarse si no se conoce la matemática. Son, por tanto, inútiles todos los comentarios peyorativos que pueda hacer el profano".

La creatividad, en cambio, sí que nos es más fácil de interpretar y por cierto que suele sorprender a veces a los no matemáticos, que sólo aciertan a ver una colección de fórmulas y de cálculos para obtener determinados resultados. La geometría sería, por ejemplo, el estudio de nuestro espacio y, una vez conocido, después de tantos siglos, sería una ciencia cerrada y acabada que cada nueva generación volvería a estudiar para no olvidar lo conseguido y operar con ello pero sin aportar nada nuevo. Por el contrario, Hermann Weyl se atreve a insinuar: "Tal vez pueda decirse que el matematizar sea una actividad creativa del hombre, como la música o el arte, cuyas decisiones históricas desafían completamente una racionalización objetiva".

Y es que "la actividad de un cerebro creador nunca ha tenido una explicación racional, ni en matemáticas ni en cualquier otro campo. Lo único que se sabe es que requiere... tentativas infructuosas seguidas de iluminaciones repentinas y de una formalización de lo que han revelado... La razón principal que empuja a un matemático a investigar es la curiosidad intelectual, la atracción por los enigmas, la necesidad de conocer la verdad."

He aquí, pues, un primer apunte de lo que serían los estímulos que mueven a los matemáticos, como a cualquier otro tipo de investigador: la curiosidad y la verdad. La curiosidad hace aparecer como estudiable cualquier fenómeno que provoque la atención de un matemático y al que encuentre aplicables algunas de las técnicas ya existentes o le induzca a construir para ello otras nuevas. No es, como se piensa a veces, el resolver problemas que las otras ciencias le plantean, aunque mucho de esto hay en la matemática aplicada. Pero el matemático puro, o simplemente el matemático, no se ve urgido en general por este tipo de acicates. No hay, por ello, cosa que más le irrite que la pregunta: ¿y esto para qué sirve? Como si el saber, el mero hecho de conocer, no se justificase por sí mismo.

Incluso algunas aplicaciones de la matemática, por ejemplo a la astronomía, "al igual que la mecánica celeste de Newton y sus sucesores del siglo XVIII, se refieren a una ciencia fundamental, que no ha tenido ninguna utilidad inmediata hasta la invención de los satélites artificiales. La admiración universal que a pesar de todo siempre ha despertado es un ejemplo que forma parte de una tradición ininterrumpida a partir de los griegos, del valor atribuido a 'las que no se preocupan de la utilidad o del provecho', como dice Aristóteles". ¿No es acaso ésta la característica de las artes liberales?

En cuanto a la verdad, ¿qué es verdad en matemáticas? Iremos viendo a lo largo de mi exposición cómo los objetos matemáticos, que en un principio -números y figuras- se apoyaban en imágenes sensibles, han sufrido una total transformación, pasando a grados cada vez más altos de abstracción. La verdad de un resultado matemático ya no se mide, pues, por su adecuación a la realidad observable sino por la ausencia de errores en un proceso lógico que permite deducirlo de proposiciones aceptadas como verdaderas. En este sentido, todos los resultados en matemáticas son verdaderos siempre que hayan sido demostrados según las reglas lógicas admitidas.

La verdad no es, pues, un criterio para evaluar un trabajo matemático: no podemos decir, como en las ciencias aplicadas o en las históricas, por ejemplo, que un trabajo es bueno si es verdadero y malo si no lo es, puesto que esto último está desechado. ¿Podría ser la belleza? "Es un hecho que los matemáticos discuten a menudo acerca de la mayor o menor belleza que atribuyen a un teorema", en analogía a las polémicas suscitadas por las obras de arte, y lo que resulta claro es que para decidir la bondad de un trabajo se requieren criterios "que no pueden ser sino subjetivos, lo cual hace decir a algunos que las matemáticas son más un arte que una ciencia."

He venido entretejiendo en los últimos párrafos una serie de citas, entrecomilladas, que tomo de un libro reciente del profesor Dieudonné, que parecería, salvo por su tamaño, expresamente escrito para pronunciar esta lección: no excluyo, pues, poder apoyarme en él en alguno de los comentarios posteriores. Por lo mismo, me atrevería también a recomendarlo a quien de entre ustedes desease un conocimiento o una mayor profundización en estos temas, bien porque haya sido capaz de interesarle en ellos o, más probablemente, por no haber sido capaz de hacerme entender.

El libro lleva un subtítulo muy propio para esta ocasión: *Las matemáticas hoy.* Y un título mucho más sorprendente y atractivo: *En honor del espíritu humano*[2]. Este enunciado, que puede parecer chocante, no lo es para los matemáticos, que lo conocemos bien y lo repetimos mucho: aparece en una carta de Jacobi a Legendre y le sirve también al libro de portadilla: "Es verdad que M. Fourier opinaba que la finalidad primordial de las matemáticas era la utilidad pública y la explicación de los fenómenos naturales; pero un filósosfo como él debería haber sabido que la finalidad única de la ciencia es el honor del espíritu humano y que, por ello, una cuestión sobre números vale tanto como una cuestión sobre el sistema del mundo".

[2] Alianza Editorial, Madrid, 1989.

He aquí, pues, resumidas las dos finalidades de la matemática, la utilitaria, la de las aplicaciones, y la especulativa, la de la matemática pura o fundamental. La primera se apoya ciertamente en ésta que, a su vez, puede encontrar en aquélla los motivos para elaborar sus teorías. No siempre es así, como algunos creían, y muchas veces la matemática pura encuentra en sí misma los resortes para su propio crecimiento, sin tomarlos del exterior; lo que sí es cierto es que están estrechamente y a veces curiosamente relacionadas. Pero ya se desprende, por la propia índole de este curso, que de la que voy a ocuparme es de la matemática pura, de la que no tiene que dar cuenta del valor práctico de sus resultados, de la que se ve solamente movida por la hermosa inutilidad de las cosas bellas, de aquélla, en fin, que se hace ¡por honor del hombre!

En el principio eran la aritmética y la geometría. Podríamos pensarlas como una pequeña matemática utilitaria: la aplicable a cómputos de rebaños o modestos intercambios comerciales, por un lado, y a mediciones de tierras por el otro. El primer ascenso hacia una matemática más organizada, menos empírica, distinta de una simple colección de recetas, lo protagonizan los griegos. "En Grecia -son palabras de Sixto Ríos- nos encontramos con una sociedad mercantil y esclavista, a la cabeza de la cual figura una democracia aristocrática de ciudadanos. No interesaba en esta sociedad mejorar, por perfeccionamientos técnicos, el rendimiento del trabajo de los esclavos, que era suficiente para que la aristocracia llevara una vida confortable. Esta estructura social del ocio organizado permitió el alejamiento de la realidad material y la despreocupación por las aplicaciones". Comienza a elaborarse la matemática propiamente dicha, la que llena el vacío entre el conocimiento experimental y fragmentario y la concepción sistemática y científica. "Los griegos cultivaron las matemáticas por el puro placer intelectual y por el deseo de conocer la Naturaleza, no por su utilidad."

El paso más importante dado por los griegos para crear así una ciencia, a partir de aquellos conocimientos suficientes para calcular y medir, fue su insistencia en que la matemática debía ocuparse de conceptos abstractos, es decir, de ideas. El matemático trabajará desde entonces en un universo de puras ideas que él va creando por sucesivas abstracciones, cada vez de mayor nivel, y que comenzaron por la abstracción primera y próxima de objetos del mundo físico. De un modo contundente, muy propio de él, explica Dieudonné esta escala inicial de la abstracción que los griegos comprendieron perfectamente: "nuestros sentidos nunca percibirán un número o un plano, pero sí un montón de manzanas o una pared". A la vista de este salto se siente uno tentado a interpretar en sentido opuesto el pensamiento de conde de Planten: "La vejez pesa y mide, la juventud dice: 'Es así'."

Discurramos un poco cómo pudo empezar a hacerse ciencia abstracta una ciencia experimental, porque nos servirá de modelo para sucesivas abstracciones. Y vamos a tomar como ejemplo el más característico y perdurable de la ciencia griega: la geometría. La geometría primitiva no pasaba de ser una ciencia natural, puesto que consistía en simples generalizaciones de la experiencia misma: si cada vez que hacemos una cosa, por ejemplo, medir los ángulos de un triángulo, obtenemos siempre el mismo resultado, dos rectos, ¿cómo va a ser ello fruto de la casualidad? Admitamos, pues, que esto ocurre siempre. Un niño opera de ese modo pero una mente madura ha de preguntarse por qué las cosas tienen que ser siempre así. En ese momento nace la demostración: empezamos a hacer ciencia verdadera.

Me gustaría, llegados a este punto, hacer un a pequeña observación, dado el paralelismo entre las edades del hombre y las de la ciencia que, un poco, ha quedado señalado. Y es que, muchas veces, la demostración de una propiedad resulta mucho más difícil y, en conjunto, menos intuitiva y evidente que la propiedad misma, y a muchos se les ocurre que a qué viene esa manía de querer siempre demostrar complicadamente lo que tan fácil es de ver. Así lo presenta Unamuno en *Amor y pedagogía* cuando el padre de Apolodoro se empeña en que demuestre formalmente algo que el chico ve con absoluta claridad -que, en un triángulo, a mayor lado se opone mayor ángulo-: ¿para qué necesita la demostración de lo evidente? Hago este inciso preguntándome si acaso no caeremos a veces en este error didáctico de pretender que los niños demuestren cosas antes de haber adquirido conciencia de la necesidad de esa demostración para dar a lo demostrado carácter universal. Y con esto quiero referirme sólo a esta anticipación, que, por lo demás, bien extendido está el defecto contrario.

La introducción de la demostración matemática, que podríamos personificar, como es frecuente, en Thales, arrastraría un proceso semejante al siguiente. Por comprobación experimental -fijémonos bien en esto- podremos conocer unas cuantas proposiciones geométricas, pero habrá otras, no tan evidentes, que pueden deducirse de aquéllas por un ejercicio puramente lógico. "Demostrar consiste en encontrar que una proposición, la conclusión, se sigue de otra u otras llamadas hipótesis o premisas. La credibilidad reconocida a la conclusión no puede ser mayor que la reconocida a la premisa más dudosa... La verdad de la conclusión depende, pues, sólo de la de las premisas. ¿Qué podemos hacer con éstas? Podemos tomarlas como seguras o podemos demostrarlas a partir de otras premisas. Pero es evidente que, por lejos que llevemos nuestro razonamiento, tendrá que haber algo aceptado sin demostración y tomado como punto de partida."[3]

Ya tenemos proyectado el edificio de lo que sería una ciencia axiomática; en este caso, la geometría. Hay un conjunto de proposiciones, llamadas axiomas, que no proceden por demostración de otras, dada la evidencia con que al parecer se nos presentan. A partir de ellos vamos obteniendo por deducción nuevas proposiciones que a su vez servirán de premisas para otras. Y el conjunto de todas las obtenibles sería nuestra geometría, la que nos legó Euclides, el modelo de toda ciencia hipotético-deductiva, la que se conservó casi intacta hasta el siglo XIX.

La verdad de una de esas proposiciones consiste en que se siga mediante un proceso lógico irreprochable de los axiomas iniciales. ¿Y la de estos axiomas? Decíamos que eran obvios, evidentes, representaciones abstractas de hechos físicamente comprobables: por dos puntos se puede trazar una recta, por ejemplo. Entonces, si los axiomas son verdaderos respecto del mundo físico, todos los teoremas de la geometría, válidamente demostrados, establecerían relaciones y propiedades del mismo mundo físico que serían verdaderas sin necesidad de comprobación, por una operación de pura inferencia lógica. La geometría sería, pues, una ciencia natural pero con metodología rigurosamente racional. Este panorama, que hubo de resultar esplendente para una mente griega, no es extraño que fuese tomado como dechado al que debe tender cualquier ciencia.

Se tardaría muchos siglos en romper el hechizo: duró en realidad hasta el siglo pasado. Veámoslo brevemente. La verdad de las proposiciones geométricas es, decimos, de dos tipos: en los axiomas reside en su adecuación al mundo material y, en las restantes proposiciones, en su correcta deducción en el proceso lógico que nos lleva a ellas. Esta última es, pues, la verdad como coherencia del sistema construido mientras que aquélla no es ya una prueba racional sino experimental, es la que une a la geometría al mundo natural. ¿Y son verificables experimentalmente aquellos axiomas? Decíamos incluso que eran evidentes. Pero si uno de ellos, por ejemplo, nos dice que se puede prolongar indefinidamente una recta, estamos sin duda manejando la abstracción de una recta material, porque ésta, ¿cómo podríamos prolongarla así? Hablamos, pues, de una idealización de la recta y le imponemos esa condición, imposible de comprobar, aunque se nos manifiesta tan clara. ¿Y cómo definiríamos, por otra parte, una recta ideal? Y pensemos, inevitablemente, en el axioma de las paralelas.

---

[3] L. W. H. Hull: *Historia y filosofía de la ciencia*.

Me parece que hoy tenemos ya todos claramente admitida esa distinción entre los dos modos de concebir el espacio: el espacio material por un lado y el formado no por objetos materiales sino por los objetos ideales propios de las construcciones matemáticas y del que pensamos que es una idealización, una representación abstracta del anterior. El paso de una concepción a otra se produce por una evolución del pensamiento geométrico y fue precisamente el entendimiento de lo que son los axiomas el factor determinante.

Lo que se cuestiona es la evidencia exclusivamente empírica de los axiomas. Se creía en ella y eso hacía de nuestro espacio geométrico la imagen ideal del espacio físico. Más aún, cualquier otro sistema de axiomas, al no estar en consonancia con el mundo físico, produciría una geometría falsa, no sólo porque no iba a representar los fenómenos naturales sino porque tampoco sería correcta, se pensaba, desde el punto de vista lógico; es decir, a partir de esos otros axiomas llegaríamos a resultados contradictorios según el camino que siguiéramos en las deducciones.

La sorpresa estalló al comprobar que no, que sustituyendo algún axioma, concretamente el de las paralelas, por otros distintos, se llega a obtener geometrías tan lógicamente válidas como la construida a partir de los axiomas de Euclides. ¿Cuál sería entonces la verdadera? Todas ellas, naturalmente, desde el punto de vista matemático puro. Pero si entendemos por verdadera la que mejor se adapte al mundo material, el matemático se inhibe del problema: se tratará ya de una comprobación experimental que deberá efectuar el físico y cuya validez dependerá en muy alto grado de la fiabilidad de los instrumentos de observación. Y así ocurre que, al perfeccionarse éstos, la imagen abstracta del Universo ha ido pasando a ser representada por un espacio geométrico o por otro u otros distintos.

La geometría se desprende de este modo de sus adherencias al mundo material, deja de ser una ciencia natural, como la física o la geología, para convertirse en ciencia matemática, como puede ser la teoría de números. El geómetra crea sus espacios ideales sin preocuparse de su adecuación al mundo real, sino a su mundo de ideas; si el físico o el técnico necesita un espacio con determinadas propiedades para modelo de los fenómenos que en cada caso estudie, el matemático le enseñará su colección y que él compruebe cuál es el que más le conviene. Los axiomas no son ya, como nos enseñaban de pequeños, unas verdades tan evidentes que no necesitan demostración, sino simplemente unas proposiciones que se aceptan sin demostración: a partir de ellas, y mediante procesos deductivos, se obtienen todas las restantes proposiciones de aquella teoría. La preocupación esencial al plantear así las cosas es que el sistema de axiomas sea coherente, es decir, que no conduzca a contradicciones.

He aquí el modelo actual de cualquier teoría axiomática y, en grandes zancadas, el porqué se ha llegado a él. Es el que han seguido después las distintas disciplinas matemáticas, que sólo se diferenciarán en los axiomas elegidos y en los objetos a que se han de aplicar. En principio podríamos elegir arbitrariamente unos axiomas, con tal de que no sean contradictorios, aplicables a objetos cualesquiera, ni siquiera definibles muchas veces, y ya tenemos montada una teoría matemática. Difícilmente podremos aspirar a una libertad mayor.

Es como la del novelista que puede elegir a su gusto argumentos y personajes. Lo que pasa es que el resultado de la novela depende de esa elección. Aquí también: una mala elección nos llevará a una teoría que no sirva para nada. La perspicacia del matemático, como la del literato, habrá de guiarle en la elección de los personajes y de sus caracteres, es decir, de los objetos de la teoría y de sus relaciones dadas por los axiomas, para que tal teoría tenga algún interés. Las cosas elegibles son las <u>nociones primitivas</u> de la teoría, que el matemático debe saber intuir. Como el novelista: Galdós lo expresa muy bien en uno de sus "Episodios Nacionales", *Trafalgar* : "La singular expresión de su rostro, a la de ningún otro parecida, es para mí, por la claridad con que se ofrece a mi entendimiento, como una de esas nociones primitivas, que parece hemos traído del otro mundo, o nos han sido infundidas por misterioso poder desde la cuna."

Este desasimiento progresivo de la matemática respecto del mundo real -no exclusivo de ella, por otra parte: piénsese lo que es en pintura el paso de lo figurativo a lo abstracto-, ha podido hacer creer que "la actividad de los matemáticos es independiente de la sociedad en que viven, que los matemáticos crean entes abstractos arbitrarios, los definen como les conviene y sobre todo ello basan formidables edificios de silogismos que constituyen un lenguaje ciertamente universal... pero que sólo entienden los propios matemáticos."[4]

Podría ser así, y ello explicaría la repetida caricatura del matemático como hombre despistado, que vive en el mundo de sus propias concepciones y sin ningún contacto con la realidad; que los hay, pero no más que en cualquier otra profesión u ocupación. Por el contrario, si se examina la evolución histórica del pensamiento matemático se puede ver que está en absoluta sintonía con las restantes creaciones culturales: científicas, humanísticas o artísticas. Voy a elegir un par de ejemplos, que podrían ser muchos más, y ustedes extremarán su benevolencia por la ligereza de algunas de mis interpretaciones en temas que no son de mi competencia.

---

[4] S. Ríos: *El matemático en la era tecnológica*, Univ. Madrid, 1970.

Suele decirse que con el Renacimiento pasa el hombre, de ser mero observador de un mundo externo que se le impone, a adentrarse en él y considerarse actor de su propio destino: de la platea de espectador salta como protagonista al escenario. Esto tiene su traducción en las más variadas actividades, filosóficas, religiosas, artísticas,...

Un artista medieval ve un trozo de la escena, el que le interesa, casi exclusivamente formado por figuras, y es lo que representa. Si tiene que pintar o esculpir un edificio, por ejemplo, lo hace tal como está ahí, como él sabe que es: las partes que son paralelas las hace paralelas, porque son así en ese mundo. Es lo que hace un niño que dibuja una casa: sus muros quieren ser siempre paralelogramos. Pero el hombre renacentista, que se mete dentro, que se sitúa en el centro del paisaje, lo retrata con otros ojos. Una calle de bordes paralelos -y él sabe que lo son- la ve de distinta forma: más ancha en su cercanía y estrechándose a medida que se aleja, y así la pinta, mediante dos rectas concurrentes en un punto, que luego se llamó punto de fuga o del infinito. Aparece la perspectiva, ya en Piero de la Francesca y pronto en todos: citemos de modo descollante a Rafael o a Durero.

¿Puede extrañar que aparezca en concordancia una nueva geometría que atienda a estos hechos? En ella ya no habrá distinción esencial entre rectas paralelas o secantes: todas se cortan, bien en un punto ordinario o bien en uno del infinito. Pero los puntos del infinito son los que nosotros señalemos en el plano, como hace el pintor en el cuadro, y se sitúan en una recta, la del infinito, que en el cuadro sería la línea del horizonte. En esta geometría, a diferencia de la euclídea, la noción de distancia, y por tanto las propiedades métricas, queda naturalmente desvanecida y sólo se atiende a problemas de alineación y de intersección. Es, en una palabra, la geometría proyectiva. No crean que fue fácil su nacimiento. Desargues, al que siguió Pascal, le da vida en la primera mitad del siglo XVII, en una obra de tan difícil lectura y proponiendo estas ideas tan poco ortodoxas para la geometría vigente, que se perdió todo rastro de ella. Resucitó en el pasado siglo, que pasó a ser su época dorada.

Voy a enlazar este ejemplo con el siguiente a través de un párrafo de S. Giedon[5]: "A finales del siglo XVII nos encontramos con el sentido barroco de universalidad colaborando con el infinito en el campo de las matemáticas como base para los cálculos de tipo práctico. En pintura y en arquitectura la impresión de infinito -el infinito en un sentido lineal, como una perspectiva que se prolonga indefinidamente- ha sido utilizada con el propósito de lograr efectos artísticos. Así, pues, a principios de aquella centuria, los pintores de paisaje holandeses introdujeron en sus obras una 'atmósfera

5 *Espacio, Tiempo y Arquitectura*, Hoepli, Barcelona, 1968.

de infinito'; algo más tarde, los arquitectos romanos lograron idéntido sentimiento místico de infinito, a menudo en iglesias sorprendentemente reducidas de espacio, poniendo en juego simultáneamente todos sus recursos en pintura, arquitectura y teorías ópticas."

Dos ideas distintas de infinito aparecen aquí confundidas: una es la que se refiere a las plasmaciones artísticas ya aludidas, y otra a los "cálculos de tipo práctico". Son cosas que nada tienen que ver entre sí, y aún tenemos más infinitos de los que poder hablar. Al fin y al cabo, según Weyl, "matemática es la ciencia del infinito, su meta es la comprensión del infinito con medios humanos, es decir, finitos". De modo que se queda corto Víctor Hugo cuando dice sólo: "En el poeta y en el artista existe el infinito"; a no ser que incluya al matemático entre los artistas. Y tratar con el infinito es para los matemáticos -algo diré de ello- un problema muy serio.

Pero habíamos empezado a hablar del Barroco. No voy a entrar -no soy quién- en polémicas de tipo académico sobre la ubicación del Barroco: no sé si es opuesto al Renacimiento, según Wölflin, o por el contrario, según Burkhardt, el que habla el mismo lenguaje que el Renacimiento en un dialecto menos culto, como el último Miguel Angel o Andrea Paladio[6]. Pienso no tanto en su vigencia -un XVII prolongado por detrás y acaso también por delante- como en sus características, en ese estilo ornamental, con adornos en que predomina la curva, que es como en el lenguaje coloquial lo catalogamos.

¿Qué aspectos destacar en esta fase histórica de la cultura? Muchos, seguramente, pero me fijaré en uno: la consideración del movimiento. Esta preocupación procede ya de Galileo y está presente en los problemas entonces en boga, como la balística, la navegación, etc. También en el arte. Decía nuestro siempre recordado compañero y amigo Enrique Linés: "Gran parte del siglo XVII y principios del XVIII es la época del barroco... Los escultores y pintores buscan la representación de la vida en el movimiento".

Comprárese, en efecto, la estatuaria griega con la de este tiemp. Es aquélla de una gran belleza formal pero estática. Una figura que va a entrar en movimiento, como el Discóbolo de Mirón, está en perfecto equilibrio: si por un instante fuera dotado de vida, no se descompondría una sola de sus líneas. En la escultura griega, como en cualquiera de sus manifestaciones culturales, dominan las mismas notas que, en consonancia, descubrimos en la geometría de Euclides: unidad, orden, armonía, proporción, simetría. Las cosas "están", "son así".

---

6 *Historia y Vida*, nº 103, 1976.

Contemplemos, por el contrario, los esclavos de MIguel Angel, sobre todo los cuatro últimos, los que flanquean nuestros pasos cuando avanzamos por la Galería de la Academia de Florencia hacia la rotonda en cuyo centro, ya visible, está el David. En realidad también los dos primeros, los del Louvre, que en opinión de Ascanio Condivi, discípulo del artista, representan precisamente las artes liberales: el esclavo moribundo, la pintura, y el rebelde, la arquitectura. Estos y los otros cuatro no acabados, el joven, el barbudo, el atlante y el que despierta, a que hemos aludido, deben de representar unos hombres en reposo y, sin embargo, parecen tener dentro de sí el germen del movimiento. Si, como decíamos antes, se les diese vida, parece que difícilmente podrían conservar el equilibrio. ¿Cómo recoge este momento la evolución de la matemática? Con uno de sus hitos estelares: la invención del cálculo infinitesimal. Hasta entonces, y desde Descartes, un punto quedaba fijado por unas coordenadas, pero no había una geometría del punto en movimiento. Esto lo proporciona la derivada. Dar una derivada en un punto es como fotografiar un instante de su movimiento. "Admira que también el tema de la matemática sea lo variable, sujetar lo variable sin que lo variable pierda su condición. Newton y Leibniz tratan de estudiar el proceso variable en un instante o lugar determinado, sin interrumpirlo, sin pasar a una situación estática."

También estas palabras continúan la cita de Linés. Un notable y fino analista como él era hubo de sentirse atraído justamente por lo móvil, lo cambiante, lo barroco. En lo lineal, como en la matemática griega, no veía sorpresas: "Los grandes teoremas de la matemática -decía- tienen una componente de sorpresa, a la manera del barroco". (Acaso compartía, en un cierto sentido, aquella opinión de Jules Renard: "Me divierten las gentes que quieren seguir unas reglas, porque en la vida no hay más que lo excepcional.") Hace unos días se cumplieron los dos años de su fallecimiento: dejadme que rinda hoy aquí este pequeño -pero cálido y afectuoso- homenaje a su memoria.

Leía recientemente en una revista[7], a propósito de una exposición de pintura realista actual: "Todo el arte es conceptual al margen de su apariencia física. Es la idea, el concepto, lo que el artista trabaja hasta conseguir darle forma. Un cuadro de la historia de la pintura no pierde valor por estar hecho en una forma que todos creemos comprender. Desde Goya hasta Rembrandt, todo el retrato, la pintura religiosa, el paisaje, son símbolos, conceptos puros, abstracciones... Su forma se asemeja a lo que

---

7 *Epoca,* nº 283, 6-8-1990.

todos reconocemos en ellos: un grupo de nobles, los integrantes de un gremio holandés, la Virgen con un niño... pero nos hablan del poder, de la gloria, de la facultad del hombre por recobrar el pasado, de lo divino y de lo humano... Porque ésa es la única materia del arte, la que el hombre pone en él."

Reconozcamos en estas palabras algo de lo que ya hemos apuntado. Si en una explicación matemática dibujamos rectas o circunferencias para razonar sobre ellas, ya se sabe que lo que decimos no se refiere a aquella figura en concreto, con frecuencia incorrectamente dibujada, sino a la idea abstracta de recta o de circunferencia, de las cuales son aquéllas burda representación. Lo único que añadimos en la construcción de la geometría, o de otra teoría matemática, tal como antes hemos diseñado, es la edificación sin fisuras, sin partes sueltas, de todo el conglomerado de proposiciones regido por las leyes de la lógica. "Las leyes, como las casas, se apoyan unas en otras", decía Edmund Burke, y éste es, si he sabido explicarlo, el estilo con que se funda cada una de nuestras ciudades matemáticas.

En ellas parece que lo importante no es tanto el material empleado cuanto el modo de ensamblar unas piezas con otras. Así, si dos clases de objetos distintos se conjugan según las mismas leyes, saldrán dos teorías que sólo difieren en la natualeza de los objetos estudiados pero no en su comportamiento: como tales teorías, en un sentido abstracto, podrían identificarse. Voy a poner un ejemplo muy elemental. Si me propongo sumar dos segmentos, puedo, como es habitual, colocar uno a continuación del otro y llamar al segmento total así obtenido suma de los dos segmentos dados. Pero puedo hacerlo también de otra manera: medir cada uno de los segmentos y llamar suma al segmento cuya longitud sea la suma de las longitudes de ambos. El resultado es el mismo, aunque en el primer caso se ha obtenido mediante una técnica geométrica de adición de unas cosas llamadas segmentos y, en el segundo, mediante una definición aritmética de adición de otras cosas distintas, llamadas números. Más aún: todas las propiedades de la adición de números que nos enseñaban de pequeños, conmutativa, asociativa, etc., se pueden trasportar a propiedades de esa adición de segmentos obtenida por yuxtaposición.

Si esto es así, ¿qué me importa, en este estado de la cuestión, los objetos con los que opere? Lo que importa es qué propiedades posee esa operación. Yo puedo abstraer la naturaleza de los objetos y reducir el problema a un sistema en el que unas ciertas cosas indefinibles están ligadas entre sí por relaciones u operaciones que poseen unas determinadas propiedades. Si las cosas las concreto, como en el ejemplo anterior, en segmentos y la operación en yuxtaposición, sale un cierto estudio geométrico, o uno aritmético si las concreto en números y sumas, pero ambos tienen el mismo funcionamiento: desde un punto de vista abstracto serían equivalentes.

He aquí, pues, un nuevo grado de abstracción, superior al primero, pues habíamos dicho que números y segmentos eran ya abstracciones; ahora son tomados como cosas concretas con las que formar, del modo que hemos dicho, un nuevo ente abstracto (que podría llamarse semigrupo). A su vez, nuevas abstracciones de objetos de este tipo darían nuevos entres abstractos; lo abstracto en un cierto nivel es concreto en el siguiente. "El pensamiento procede por escalones, de la actividad abstrayente a la noción abstracta, que vuelve a ser un nuevo concreto", dice Servais. Alguna vez he dicho que, hoy, tan concreto es para nosotros un grupo como un triángulo.

Lo que decíamos de la geometría, que era un conjunto de proposiciones concernientes a unos objetos relacionados por axiomas y lógicamente deducidas de éstos, podemos repetirlo para este nuevo orden de abstracción: un conjunto de objetos entre los que se ha definido una o más relaciones u operaciones a las que se suponen determinadas propiedades, que serán como los axiomas de la teoría. Según cuales sean éstas se tendrá un tipo u otro de estos entes abstractos a los que -ya era hora- llamaremos estructuras, y también sistemas formales. "Una estructura es elementos más orden", decía Ortega, y se aproximaba mucho a nuestro punto de vista. Lo que el orden añade aquí es lo que establecería la distinción entre un cuerpo amorfo y otro cristalizado. Para nosotros una estructura es, sí, un conjunto, pero sus elementos no están simplemente amontonados sino que poseen una organización interna proporcionada precisamente por las relaciones o las operaciones que entre ellos definimos.

He insistido, quizá un poco machaconamente, en esta idea porque es seguramente la que preside el modo de hacer hoy las matemáticas. Aquellas viejas e ingenuas definiciones de otrora que venían a decir, por ejemplo, que la matemática era la ciencia de la cantidad, o algo así, difícilmente podrían hoy extraerse del panorama que nos es dado contemplar. Mal se lo pondrían ustedes a quien pidiesen una definición de "matemática" expresada en una frase: tendría que recurrir a todo un proceso explicativo del estilo del que he intentado narrar a ustedes, y cada uno propondría una definición acorde con su modo de entenderlo. No obstante, acaso se encontrase un punto de coincidencia en considerar la matemática como el estudio de las estructuras en el sentido que les he expuesto: "Las matemáticas consisten -dice MacLane- en el descubrimiento de sucesivos niveles de las estructuras formales subyacentes en el mundo y en las actividades humanas". Incluidas las mentales, claro.

Y Dieudonné subraya reiteradamente que, en casi todos los casos, la aparición de las estructuras, que se va precisando y consolidando en nuestro siglo, responde a la necesidad de abordar con éxito algunos problemas heredados de las matemáticas clásicas y no a la fantasía de los matemáticos, capaces de crear nuevas nociones abstractas sin ningún objetivo concreto. "El hecho de que una misma estructura pudiese aparecer en teorías muy diferentes hizo a los matemáticos cada vez más conscientes de la unidad esencial de la matemática, más allá del hermetismo tradicional basado en la naturaleza de los objetos estudiados". Fantástico programa, que nos empuja a creer -y yo así lo espero- en la gran tautología final, en la visión de la Verdad única e indivisible.

Este parecería un buen momento para terminar pero -y conste que lo he dudado mucho- creo que no sería honrado no darles a ustedes un susto e, incluso, provocar en algunos el escándalo. Recordemos alguna de nuestras observaciones. La libertad del matemático en la elección de los axiomas conllevaba una restricción esencial: que los conceptos introducidos no podían ser contradictorios. ¿Cómo asegurarnos de ello? Porque, desde luego, no es factible obtener todas las posibles consecuencias lógicas de los axiomas y comprobar que no hay dos contradictorias, esto es, que a partir de ellos podemos demostrar que es cierta una proposición y que, a la vez, es falsa. Siempre hay alguna confianza en que la verificación, sin excepciones conocidas, de un teorema permite creer en él, pero en esto no nos diferenciaríamos de una ciencia experimental. Un recurso fiable sería la construcción de un modelo, cuando esto es posible, que cumpla los axiomas y cuya sola existencia garantizaría la no contradicción de los mismos. Es lo que se hizo con las geometrías no euclídeas.

Un modelo que jamás se cuestionó, al menos hasta nuestro siglo, fue el de los números naturales, cuya axiomática había sido firmemente establecida y que aparecían como uno de los conceptos más fundamnetales del espíritu humano, "e incluso parecían poseer un 'realidad' comparable a la del mundo exterior." Todo sistema formal, el de los números reales, por ejemplo, en el que se pudiera desarrollar la aritmética clásica, la de los números naturales, que tuviera, por tanto, un modelo en ella, quedaba automáticamente consagrado, si se probaba la no cotnradicción de esa aritmética. Mas he aquí que en 1931 prueba Kurt Gödel que en tal sistema hay proposiciones indecidibles, es decir, no que sean a la vez verdaderas y falsas, sino que no se puede probar ni que son ciertas ni que son falsas. Y una de ellas es precisamente la no contradicción del sistema.

"Entonces, el edificio matemático se sostiene en un acto de aceptación semejante al de las otras ciencias y son criterios de congruencia yadecuación a una cierta realidad los que nos impulsan a realizar este acto de fe. Es la experiencia de los siglos el criterio básico que nos conforta sobre la solidez de la matemática". Son palabras de nuestro compañero Guzmán[8], que continúa: "La raíz de esta situación debe buscarse en la incapacidad radical de la matemática frente al reto que se le enfrenta desde el principio de su existencia: el señorío de los procesos infinitos del pensamiento." Con el infinito hemos topado, pues, y ya les advertí de lo peliagudo que este encuentro resultaba. Ante él, allá donde no alcanza la razón es preciso llegar con la fe. Y esto aun en una ciencia, como la matemática, construida de modo tan absoluta y exclusivamente racional.

Pero no se apuren, no crean que los matemáticos se han sentido aniquilados por este ataque a su paraíso mental. Escuelas ha habido, sí, que sólo han aceptado nociones construibles y, por tanto, definibles mediante procesos finitos; pero..., el precio era eliminar el noventa por ciento de la matemática, que, justo es decirlo, siempre había funcionado bien. Para los demás, aparte, como mucho, de cierto malestar, pocos matemáticos se han visto impelidos a cambiar su manera de presentar las demostraciones. A falta de una certeza racional esgrimen una razonable seguridad de que las cosas van por buen camino.

Bourbaki lo expresa con modestia -cosa ya notable- pero también sin remilgos ni falsos pudores: "Creemos que la matemática está destinada a sobrevivir y que jamás tendrá lugar el derrumbamiento de este edificio majestuoso por el hecho de una contradicción puesta de manifiesto repentinamente, pero no pretendemos que esta opinión se base sobre otra cosa que la experiencia. Es poco, dirán algunos. Pero desde hace 25 siglos los matemáticos gozan del éxito de corregir sus errores y de ver así su ciencia enriquecida, no empobrecida. Esto les da el derecho de arrostrar el porvenir con serenidad."

No sé si habré acertado a reflejar, a través de este recorrido inconexo trazado ante ustedes, lo que va de las antiguas artes matemáticas del "quadrivium" a su actualización en la matemática que hoy estamos viviendo. Mucho menos sé si habré interpretado correctamente la intención de los organizadores de este curso y lo que esperaban de mí cuando tuvieron la amabilidad, y también la osadía, de invitarme para desarrollar esta lección. No puedo demorar un instante más -que ya he esperado con exceso- en manifestarles toda mi gratitud por esta elección.

---

8 "El infinito matemático, ¿una apertura del hombre hacia lo trascendente?", *Act. Reun. Mat. en honor de A. Dou*, Univ. Complutense, Madrid, 1989.

En lo que sí confío, modestamente, es en que algunos de ustedes acaso hayan podido entender por mis palabras que la matemática no es sólo esa ciencia, o esa técnica, retorcida, hermética e inhumana que lo reduce todo a claves criptográficas inextricables, sino una creación más del espíritu humano, sujeta por ello a todas las vacilaciones, luchas e incluso contradicciones del alma y del pensamiento.

Y es que no pocas veces se confunden las matemáticas con unos simples mecanismos de cálculo, cuando éstos no son generalmente más que la materialización formularia y repetitiva de modelos elaborados por la matemática creativa: son la artesanía matemática respecto del arte constituido por la matemática pura; aquélla sirve para resolver problemas concretos, ésa no mira la utilidad de los resultados y compone sus teorías de modo parecido a como se compone un poema o una sinfonía. Stendhal[9] dice despectivamente algo que viene al caso: "En cuanto le habláis (a un inglés) de algún descubrimiento interesante, de algunas teorías sublimes, os contesta: '¿Para qué me servirá eso hoy?' Necesita una utilidad práctica y el mismo día. Obligados por la necesidad de trabajar... las gentes de la clase donde se tiene talento no disponen de un minuto que dedicar a las artes."

Mas, sin embargo, es el arte el que ha traído la utilidad. Parece que las matemáticas tienen asegurada su permanencia en la enseñanza en razón a que son útiles para las actividades humanas y para su aplicación a las otras ciencias. A mí me gustaría, por el contrario, que lo fueran por lo que tienen de enriquecimiento del espíritu, como otras disciplinas humanísticas. "Ellas -las matemáticas- dan solidez al juicio, extensión y profundidad al entendimiento y la costumbre preciosísima de admitir únicamente lo demostrable, abandonando las hipótesis y los sistemas especiosos fundados ya en tradiciones vagas, ya en supersticiones brillantes."[10]

"Arquímedes, lo mismo que Pitágoras y Platón, creía que la instrucción debía ser adquirida por sí misma y no para conseguir ganancias ni por sus aplicaciones prácticas"; pero, al mismo tiempo, "dio a la historia los primeros ejemplos de cómo la sabiduría teórica puede ser en algún momento terriblemente práctica", como en la defensa de Siracusa.[11]

Y es que por alguna razón misteriosa, quizá por el premio que merece todo desprendimiento, las más abstrusas construcciones matemáticas levantadas en su momento sin la menor intención utilitaria, acaban sirviendo de base a las

---

9 *Vida de Rossini.*

10 J. M. Lanz: *Bol. Inform. "Juan March"*, nº 171.

11 N. Luján: *Historia y Vida,* nº 247.

realizaciones más prácticas y concretas. "No hay ninguna rama de la matemática, por abstracta que sea -dijo Lobatschewsky-, que no pueda aplicarse algún día a los fenómenos del mundo real."

"Ideas matemáticas abstractas, de poco más de cien años, han ayudado a hacer posible, por ejemplo, la revolución en electrónica que transforma el modo en que nosotros nos comunicamos y pensamos. Ni la radio, televisión, teléfonos, satélites, calculadoras ni computadoras serían posibles si no fuera por los numerosos resultados de matemática -pura-."[12] Quizá sea ése un carácter de la ciencia fundamental, es decir, de la que se ocupa de la comprensión de los fenómenos más que de la dominación de los mismos por el hombre, propia de su secuela, la ciencia aplicada. A un físico teórico, Paolo Franzini, le hacen la pregunta de siempre sobre la nueva teoría de la antimateria: "-Y en el plano práctico, ¿para qué sirve todo esto? -No lo sé; estamos en los dominios de la física pura, y las aplicaciones prácticas no me interesan. Pero sé que dentro de cinco o de diez años servirá para alguna cosa."

Parece, por otra parte, evidente que lo que se hace en abstracto es lo perdurable, lo que podrá incardinarse en cada momento histórico en los problemas propios del mismo. Lo que se hace sólo para esos problemas es lo que desaparecerá en cuanto éstos dejen de tener vigencia: "cuando pasara el problema pasaría el interés por el problema". Y estas palabras, tomadas de Carlos Bousoño[13], no se refieren a la ciencia sino, como es de esperar, a la poesía, y son una crítica a la poesía social, de moda en un momento dado: "La idea del arte práctico, del arte útil, ya estaba desacreditada desde Kant, que dice que es una finalidad sin fin... Porque el arte son emociones desinteresadas, y es muy difícil presentar como desinteresadas opiniones que nos interesan tanto como las políticas"."La utilidad sólo puede servir de consuelo en momentos de desaliento -dice Bertrand Russell-, mas no de guía para la dirección de nuestras investigaciones."

Se me figura que, por una especie de acomplejamiento tal vez, no parece sino que estoy por todos los medios intentando demostrar que la matemática pura es un arte, que no ha entrado de polizón en este grupo de las artes liberales; y a fe que he venido pertrechado de abundantes testimonios ajenos, ajenos también muchos de ellos a la misma matemática. Ciertamente no he sido yo quien la ha metido ahí y ese presunto intrusismo queda descalificado ya que en ella se dan -y eso he querido poner de manifiesto- las notas que caracterizan a las artes liberales.

---

12 L. A. Stein, citado, como otros autores, por E. G.-Rodeja, *Matemática antigua y actual,* Univ. Santiago de Compostela, 1983.
13 *Complutense*, nº 70, 1990.

Algún remusguillo queda sin embargo, y lo decía al comienzo, sobre la pertinencia -impertinencia, pensarán, más bien- de incluir a las matemáticas entre las Bellas Artes. Los matemáticos no nos atreveremos nunca a pretender convencer a nadie de que la matemática es bella, entre otras cosas porque una belleza que necesite ser demostrada flaca belleza será. Se puede, sí, comprender que posea una cierta belleza conceptual pero que no habla a los sentidos como hablan las bellas artes. Independientemente de que en algunas manifestaciones de éstas pueda aparecer también esa nota. El maestro Sorozábal[14] dice: "Yo creo que hay música escrita con el cerebro y la hay escrita con el corazón. Hay una música 'pensada', no cantada, que nace como las matemáticas, por cálculo". Creo que entendemos la diferencia, que veremos aún confirmada.

Pero si los matemáticos no nos atrevemos a contagiar a nadie de esa idea de belleza que, por supuesto, nos sabe distinta de la producida por otros fenómenos artísticos, no faltan maestros de la pluma que buscan ese acercamiento. En un artículo sobre E. Sábato escribe Lázaro Carreter[15]: "Contó su deslumbramiento cuando, a los doce años, entendió en clase la demostración de un teorema. Circunstancias biográficas le provocaban pesadillas nocturnas, temores insalvables; lo irracional le asediaba. Y en la clara y elegante prueba de una pizarra creyó advertir que la razón podía ayudarle a salvar la vida. Se aplicó, por ello, al estudio y a la docencia de las matemáticas y de la física. Pero fue vana su esperanza: la ilusión se esfumó al descubrir que 'el teorema de Pitágoras no sirve para morir'." O sea, que le duró poco.

Madariaga, en cambio, en su discurso de ingreso en la Real Academia, titulado precisamente *De la belleza en la ciencia*, afirma que el goce que a sus veinte años sentía al escuchar las lecciones de análisis algebraico del profesor Humbert era el mismo que sentía al escuchar a Bach y a Beethoven: "La emoción estética pura, seguida de su luminosa estela de gratitud, era la misma". "Mi ánimo distinguía claramente aquellos momentos de belleza que brotaban de la sustancia misma de lo expuesto de aquellos otros que procedían del modo como se hacía su exposición. Es decir, en el primer caso la belleza era inherente a la naturaleza de las cosas, y en el segundo, a la genial capacidad expositiva del repetidor". "La intuición que permite a un Gauss, por ejemplo, descubrir leyes matemáticas que califica de hermosas sugiere una intimidad de parecido parentesco con la que inspira los últimos cuartetos de Beethoven, tanto que parece esfumarse en mero matiz la diferencia entre creador y descubrimiento."

---

14 P. Sorozábal: *Mi vida y mi obra.*

15 *Ya,* 2-6-1990.

Yo creo que sí hay dos tipos de belleza, que pueden convivir y entremezclarse, dominando una u otra en cada caso: una la goza la mente y otra el corazón y los sentidos, una es científica y otra artística, o cerebral o intuitiva y temperamental, una es la del artista lógico y otra la del mágico,... de la escuela rondeña o de la sevillana. No se sorprendan, que de un arte no clasificado como liberal, cual es el de los toros, también se predican estas cosas. En un breve artículo así titulado, "Torero lógico y torero mágico"[16], J. M. Recondo distingue esos dos estilos de torear, aunque "los dos, lógicos y mágicos, deben tener dosificadas ambas propiedades. El lógico necesita parte del mágico, ya que de lo contrario sería en cierto modo un torero retórico. Y el toreo sin un punto de sorpresa deja de tener atractivo... Lo mismo ocurriría con el mágico si su toreo sólo se cifrara en el azar sin apoyarse en algunos momentos en la lógica". Vean cómo se parece esta distinción a aquélla sobre lo griego y lo barroco que antes hicimos. Déjenme abusar un poco repitiéndoles, porque me trae viejos recuerdos, la transcripción que él hace de un diálogo entre el maestro lógico, Domingo Ortega, y el monstruo mágico, Manolete. Dice Ortega: "Mira, Manuel, les decía a estos señores que, para torear bien a un toro, primero hay que dominarlo con unas cuantas dobladas por bajo". Y Manolete: "No sé, maestro, mire usted, yo en ese tiempo ya le he dado ocho o nueve naturales al toro."

Esto, que puede trasladarse a nuestras artes, como decía Sorozábal de la música, daría también criterios para ordenarlas atendiendo a esas características. Stendhal[17] lo hace con estas palabras que no estoy seguro de compartir totalmente: "Las matemáticas producen un goce siempre igual, no susceptible de más o de menos; yo veo la música en el extremo opuesto de nuestros motivos de goce. Produce un placer extremado, pero de poca duración y de poca fijeza. La moral, la historia, la novela, la poesía, que ocupan en el teclado de nuestros goces todo el intervalo entre las matemáticas y la ópera bufa, producen deleites tanto menos vivos cuanto más duraderos y cuanto más fácil es volver a sentirlos con seguridad."

Amigos: permitid después de todo que los matemáticos, los lógicos, los Ortegas del arte, intentemos ahormarlo trasteando al principio con unos ayudados por bajo, los pases de castigo, que siempre nos quedará a todos el placer estético de embriagarnos con los lances mágicos de Mozart.

Muchas gracias.

16 *Diario de Navarra,* 4-7-1990.

17 *loc. cit.*