Recibido: jueves, 24 agosto 2006

pasatiempos ::

matematicalia

revista digital de divulgación matemática

Vol. 2, no. 4 (oct. 2006)

¿Qué pasaría si... (*)

...nos propusieran el siguiente acertijo? ¿Podríamos encontrar la respuesta?

> *Isabel tiene seis hermanos más que hermanas y su hermano Javier tiene cuatro hermanos más que hermanas. Si en total hay menos de diez hijos en la familia, ¿cuántos hermanos y cuántas hermanas hay?*

[La solución, en el próximo número]

Pinche sobre una fórmula para ampliarla. Vuelva a pinchar sobre ella para reducirla, o pinche manteniendo pulsada la tecla [shift] para reducir todas las que permanezcan ampliadas.

Solución al problema anterior

...quisieras reproducir el diseño de la Figura 1:

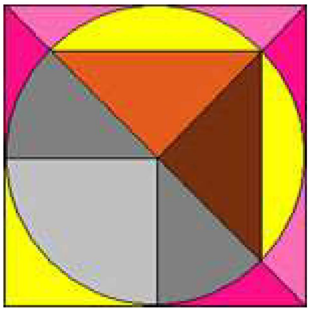


Figura 1.

recortando y pegando trozos de papel? ¿Cuánto papel necesitarías de cada color, si el diseño está dentro de un cuadrado de un metro de lado?

Respuesta: Se necesitan $\frac{\pi}{16}$ metros cuadrados de papel gris claro y la misma cantidad de papel gris oscuro, o sea un poco menos de $0,2$ metros cuadrados de cada color. También se necesitan $0,125$ metros cuadrados de papel marrón claro y otro tanto de papel marrón oscuro. En cuanto al papel malva, se necesitan $\frac{3(4-\pi)}{32}$ metros cuadrados de cada uno, malva claro y malva oscuro, o sea un poco menos de $0,1$ metros cuadrados. Finalmente, también se necesitan $\frac{\pi}{16}$ metros cuadrados de papel amarillo.

Veamos cómo hemos llegado a estos números. Los colores gris claro y gris oscuro ocupan cada uno un cuarto del círculo de radio $0,5$ metros, que tiene un área de $\frac{\pi}{4}$ metros cuadrados.

Para calcular la cantidad de papel marrón, observamos que la diagonal del cuadrado ABCD de la Figura 2:

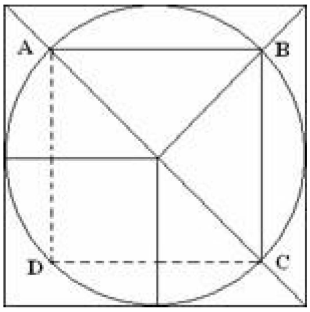


Figura 2.

es igual al radio del círculo circunscrito, o sea es igual a 1 metro. Por lo tanto, el lado del cuadrado ABCD debe ser igual a $\frac{\sqrt{2}}{2}$ metros. Es decir, que se necesitan $\frac{1}{4}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$ metros cuadrados de papel marrón claro y otro tanto de papel marrón oscuro.

La diferencia entre el área del cuadrado exterior y el área del círculo inscrito en él es $\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$ metros cuadrados. O sea que vamos a necesitar $3\frac{1-\frac{\pi}{4}}{8}$ metros cuadrados de papel malva claro y la misma cantidad de papel malva oscuro.

Del papel amarillo necesitaremos por un lado $\frac{1-\frac{\pi}{4}}{4}$ metros cuadrados. Por otro lado, la diferencia entre las áreas del círculo de radio $0{,}5$ metros y el cuadrado ABCD inscrito es $\frac{\pi}{4}-0{,}5=\frac{\pi-2}{4}$ metros cuadrados, con lo cual también necesitamos $\frac{2}{4}\frac{\pi-2}{4}$ metros cuadrados del papel amarillo. En total vamos a necesitar $\frac{1-\frac{\pi}{4}}{4}+\frac{\pi-2}{8}=\frac{\pi}{16}$ metros cuadrados del papel amarillo.

Una manera de comprobar que nuestras cuentas son correctas es ver que

$$\underbrace{\frac{\pi}{16}}_{\text{gris claro}}+\underbrace{\frac{\pi}{16}}_{\text{gris oscuro}}+\underbrace{\frac{1}{8}}_{\text{marrón claro}}+\underbrace{\frac{1}{8}}_{\text{marrón oscuro}}+\underbrace{3\frac{1-\frac{\pi}{4}}{8}}_{\text{malva claro}}+\underbrace{3\frac{1-\frac{\pi}{4}}{8}}_{\text{malva oscuro}}+\underbrace{\frac{\pi}{16}}_{\text{amarillo}}=1$$

En realidad lo que pasa es que todos los términos que contienen π suman cero:

$$\pi\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{16}-\frac{3}{16}+\frac{1}{16}\right)=0$$

y todos los otros términos suman uno:

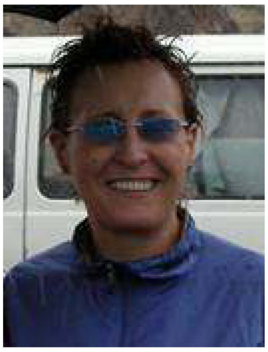
$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=1$$

Esta observación es un caso particular del siguiente resultado:

La identidad $a\pi+b=c$, con a,b,c números racionales, sólo puede ser cierta cuando $a=0$ y $b=c$.

En efecto, si $a\neq 0$ tendríamos $\pi=\frac{c-b}{a}$, lo cual no es posible porque π es un número irracional.

Sobre la autora



Josefina (Lolina) Álvarez es Professor of Mathematics en New Mexico State University (USA). Especialista en análisis armónico y funcional, se doctoró en Matemáticas por la Universidad de Buenos Aires (Argentina), bajo la dirección de A.P. Calderón. Ha ocupado diversos puestos y cargos académicos en la Universidad de Buenos Aires y en las estadounidenses de Princeton, Chicago, Florida Atlantic University y New Mexico. Ha sido investigadora del CONICET (Argentina). Miembro de la Unión Matemática Argentina, Mathematical Association of America y American Mathematical Society, formó parte del *Committee on Committees* de esta última entre 1999 y 2002. Ha dictado numerosas conferencias en congresos y sesiones especiales e impartido seminarios en Alemania, Argentina, Bélgica, Brasil, Canadá, Colombia, España, Estados Unidos, México, Perú, Polonia, Suecia y Venezuela. Ha pertenecido y en varias ocasiones presidido los comités organizadores de distintos congresos y minisimposia. Ha ejercido como evaluadora para prestigiosas revistas especializadas. Desde 2002 es Editora Asociada del *Rocky Mountain Journal of Mathematics*. Autora o coautora de numerosos artículos científicos y varias monografías en análisis armónico y funcional y directora de dos tesis doctorales, ha desarrollado asimismo una intensa actividad en el campo de la educación matemática, habiendo recibido diversos galardones a la excelencia docente.

matematicalia
revista digital de divulgación matemática

(*) Sección a cargo de Josefina Álvarez.

Cerrar ventana