NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 97, marzo de 2018, páginas 93-105

Estrategia: BUSCAR PATRONES (Problemas Comentados XLVIII)

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático[1])

Resumen Soluciones a los problemas pendientes siguiendo el método de resolución de problemas habitual. Planteamiento de problemas, uno de ellos con solución detallada, cuyas soluciones responden a una metodología de búsqueda de patrones o expresiones generales, usando tablas para la presentación y análisis de los datos.

Palabras clave Metodologías para la resolución de problemas. Búsqueda de patrones. Deducción de expresiones generales.

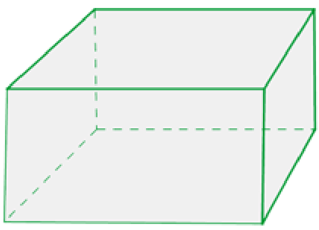
Abstract Solutions to pending problems following the usual problem-solving method. Problem approach, one of them with detailed solution, whose solutions respond to a methodology of search of patterns or general expressions, using tables for the presentation and analysis of data

Keywords Methodologies for solving problems. Search of patterns. Deduction of general expressions.

Como siempre, un saludo cariñoso a nuestros amables lectores. Vamos primero con las respuestas a los problemas presentados para que nuestros lectores se entretuvieran durante este tiempo entre revistas.

El primero es una variante de un problema clásico, “El cubo de las caras pintadas”. Aquí hemos añadido algunas dificultades: un ortoedro en lugar de un cubo, en lugar de dimensiones el número de cortes y una cara sin pintar.

EL CARPINTERO



El padre de Ramiro, que es carpintero, hizo un ortoedro de madera y lo pintó totalmente de verde con un spray sobre la mesa en la que estaba apoyado, sin levantarlo en ningún momento.

Al cabo de unos días, como le parecía que era muy grande para utilizarlo, decidió cortarlo en cubitos pequeños mediante cortes paralelos a las caras del ortoedro. Hizo 6 cortes a lo largo, 5 a lo alto y 4 a lo ancho.

¿Cuántos cubitos salieron? Clasifícalos según el número de caras pintadas de verde que tengan. Justifica tus respuestas.

---

[1] **El Club Matemático** está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón** y **Manuel García Déniz**, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente. jaruperez@gmail.com / mgarciadeniz@gmail.com

Sociedad Canaria *Isaac Newton*
de Profesores de Matemáticas

Proceso de resolución:

Fase I. Comprender

Datos: Un ortoedro de madera. Cortado en cubitos pequeños mediante cortes paralelos a las caras del ortoedro: 6 cortes a lo largo, 5 a lo alto y 4 a lo ancho. (Información oculta: las dimensiones del ortoedro).

Objetivo: Cuántos cubitos salieron. Clasificarlos según el número de caras pintadas de verde que tengan.

Relación: Pintado totalmente de verde con un spray sobre la mesa en la que estaba apoyado, sin levantarlo en ningún momento.

Diagrama Modelo realizado con cubitos. Dibujo de un ortoedro. Dibujos de sus caras. Una tabla clasificatoria.

Fase II. Pensar

Estrategia: MODELIZACIÓN (a partir de la elaboración de un modelo físico). ORGANIZAR LA INFORMACIÓN (a partir de las técnicas de recuento)

Fase III. Ejecutar

Lo primero es obtener la información acerca de las dimensiones del ortoedro. Está escondida en la información que indica cómo se dividió en cubitos pequeños mediante cortes. Al realizar cortes en la madera el número de cubitos que salen en cada dimensión es uno más que el número de cortes realizados. Por ello, el ortoedro, medido en cubitos, es de 7 x 6 x 5.

Por tanto, el número total de cubitos que salen será de 7 x 6 x 5 = 210. Y esa es ya la solución al primer objetivo del problema.

Ahora hemos de clasificar y contar cuántos cubitos hay de cada clase. Lo que está claro de entrada es que no hay cubitos con seis, cinco o cuatro caras pintadas. Ninguno está expuesto al exterior en más de tres caras.

Así: los que están en las esquinas (vértices) de la cara superior tendrán tres caras pintadas; los que están en los bordes (aristas) de la cara superior y en los bordes laterales tendrán dos caras pintadas; los que están en el interior de las cinco caras visibles tendrán una sola cara pintada; el resto de cubitos, descartados los anteriores, serán los que no tengan ninguna cara pintada.

Para hacer este recuento podemos utilizar un modelo (MODELIZACIÓN) fabricado con cubitos individuales, de madera o encajables de plástico, al que vamos contando y quitando los cubitos de cada tipo (se pueden marcar con tiza o pegatinas) hasta tener la clasificación pedida completa.

La otra opción es hacer el recuento de manera mental o gráfica, de manera razonada ORGANIZAR LA INFORMACIÓN), a partir de las dimensiones del ortoedro.

Esto se puede realizar de diversas maneras; la elección dependerá de la educación visual de cada uno. Se puede hacer desnudando al ortoedro de las distintas clases de cubitos, contándolas de manera simultánea y constatando qué figura queda después de cada descarte. O también por pisos o por paredes, contando lo que hay en cada uno y juntando todo al final en una tabla clasificatoria.

Vamos, por ejemplo, a realizar el recuento por paredes frontales de 7 x 6; salen 5, la primera y la quinta de un tipo, las tres restantes de otro tipo. Veamos un dibujo de los dos tipos.

Primer tipo: caras anterior y posterior (todos los cubitos están pintados).

3	2	2	2	2	2	3
2	1	1	1	1	1	2
2	1	1	1	1	1	2
2	1	1	1	1	1	2
2	1	1	1	1	1	2
2	1	1	1	1	1	2

Segundo tipo: paredes internas (sólo están pintados los cubitos externos).

2	1	1	1	1	1	2
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1

Sentamos el conteo en una tabla:

Tipo	3 caras	2 caras	1 cara	0 caras	caras	Total por tipo
1º	2	15	25	0	2	42 x 2 = 84
2º	0	2	15	25	3	42 x 3 = 126
TOTAL	2 x 2	15 x 2 + 2 x 3	25 x 2 + 15 x 3	25 x 3		84 + 126 = 210
	4	+ **36**	+ **95**	+ **75 = 210**		210 cubitos

Solución que concuerda con el total de cubitos del ortoedro.

Solución: 210 cubitos: 4 con tres caras pintadas, 36 con dos caras pintadas, 95 con una cara pintada, 75 sin ninguna cara pintada de verde.

Fase IV. Responder

Comprobación: Una manera interesante de comprobarlo, aparte de la comprobación realizada con el número total de cubitos, sería ver si los alumnos han utilizado diferentes maneras de conteo y contrastarlas entre sí. Si todos han trabajado con igual tipo de conteo (muy improbable) la comprobación debería ser realizar un nuevo conteo de distinta modalidad, el que sea.

Vamos a utilizar aquí el conteo por descarte:

Tres caras pintadas: los vértices de la cara superior del ortoedro, 4 en total.

Dos caras pintadas: las cuatro aristas de la cara superior (excepto los vértices) y las cuatro aristas laterales (excepto los vértices superiores); 5 x 2 + 3 x 2 + 5 x 4 = 10 + 6 + 20 = 36 en total.

Una cara pintada: contar lo que queda de las cinco caras del ortoedro que se han pintado, la superior (5 x 3) y las cuatro laterales (5 x 5 la frontal y posterior; 3 x 5, la derecha y la izquierda); 15 + 2 x (25 + 15) = 15 + 2 x 40 = 15 + 80 = 95 en total.

Ninguna cara pintada: contar el ortoedro interior que ha quedado ahora al descubierto (5 x 5 x 3); 75 en total.

Y comprobamos, efectivamente, que obtenemos los mismos resultados anteriores.

Análisis: Solución única.

Respuesta:

Salieron 210 cubitos que se clasifican así: 4 con tres caras pintadas, 36 con dos caras pintadas, 95 con una cara pintada, 75 sin ninguna cara pintada de verde.

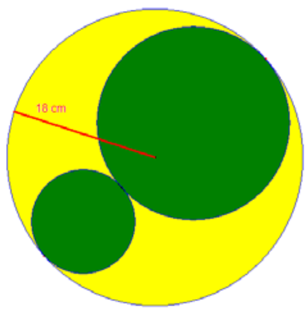
Comentario: Se trata de un problema clásico ("El cubo de las caras pintadas", "El cubo horadado") que comporta multitud de variantes: un cubo, completo o con agujero central; pintado totalmente o sólo parcialmente; de mayor o menor tamaño (desde 3 x 3 x 3 en adelante); un ortoedro. Incluso pirámides escalonadas.

Implica siempre un **recuento** de los cubitos. Hay muchas maneras de visualizar el ortoedro dividido en partes fácilmente contables: por descarte de cubitos según se van contando, por pisos horizontales, por paredes frontales o por paredes laterales.

El segundo, aparecido en un antiguo ejemplar de la revista QUIZ.

De una placa circular de un material homogéneo de 18 cm de radio y 360 g de peso, se cortan dos discos (en verde) como indica la figura.

El material sobrante (en amarillo) pesa seis veces más que el disco pequeño. Calcular los radios y los pesos de los discos cortados.



Sea r el radio del mayor de los discos cortados (disco c) y r' = 18 – r, el del círculo más pequeño (disco c').

$$18^2 - r^2 - (18-r)^2 = 6(18-r)^2$$

$324 - r^2 - (324 - 2\cdot 18r + r^2) = 6(324 - 2\cdot 18r + r^2)$

$342 - r^2 = 7(324 - 36r + r^2) = 2268 - 252r + 7r^2$

$-8r^2 = 2268 - 324 - 252r$

$-8r^2 + 252r - 1944 = 0$

$2r^2 - 63r + 486 = 0$, y resolvemos esta ecuación.

18
13.5

$$r = \frac{63 \pm \sqrt{63^2 - 4 \cdot 2 \cdot 486}}{4} = \frac{63 \ \pm \ \sqrt{81}}{4} =$$

Y ello porque los discos cortados son en realidad cilindros de igual alto, cuyos pesos son proporcionales a sus volúmenes (suponemos un material homogéneo), y estos lo son a las áreas de sus bases que a su vez lo son a los cuadrados de sus radios.

Puesto que 18 cm no puede ser, pues es el radio de la placa circular (disco C), el radio del círculo mayor de los dos verdes es de r = 13.5 cm. Pero no hemos contestado todavía a lo que el problema pregunta.

Radio del círculo intermedio: r = 13.5 cm

Radio del círculo pequeño: r' = 18 – 13.5 = 4.5 cm

Peso de los discos cortados:

Por ser proporcionales a las áreas, el disco intermedio representa una fracción igual a $\pi \cdot 13.5^2 / \pi \cdot 18^2$ del total del peso.

$$\frac{\pi \cdot 13.5^2}{\pi \cdot 18^2} = \frac{182.25}{324} = 0.56, \qquad y \qquad 0.56 \cdot 360 = 202.7\ g$$

Así pues el peso de c es de 202.7 g

Mientras que el disco pequeño es la fracción $4.5^2/18^2$ = 20.25/324 = 0.0625, por lo que el peso de este disco es de 0.0625·360 = 22.5 g. Y podemos concluir que el peso de c' es de 22.5 g.

Comprobación de los resultados:

Veamos si los resultados cumplen con los datos del enunciado del problema. La densidad del material viene dada por el cociente 360/324·π = 0.354 g/cm^3, suponiendo 1 cm de altura del disco.

El material sobrante es $\pi \cdot 18^2 - \pi \cdot 13.5^2 - \pi \cdot 4.5^2 = \pi \cdot (324 - 182.25 - 20.25) = \pi \cdot 121.50$ y multiplicado por la densidad nos da su peso:

Peso del material sobrante (R): 121.5·π·0.354 = 134.8 g

El peso del disco pequeño es: 20.5·π·0.354 = 22.5 g,

que se corresponde con el dato de 134.8/22.5 = 6, es decir 1/6 del peso del material desechado.

Parece llegado el momento de dar un nuevo rumbo a estos artículos, sin por ello cambiar sustancialmente su contenido. Podría ser trabajar un determinado tipo de problemas explicando cómo aplicar el proceso general que utilizamos en ellos, la estrategia principal que los resuelve y el diagrama que nos presenta la estructura de los mismos.

Nos ha parecido bien comenzar con un tipo de problemas altamente interesante: los problemas que contienen PATRONES. Su proceso de resolución incluye la estrategia BUSCAR PATRONES y, en algunos casos, la estrategia GENERALIZACIÓN. El diagrama que estructura estos problemas y permite acometer su resolución es una TABLA DE BÚSQUEDA DE REGULARIDADES.

Resolveremos uno como ejemplo, el que se titula **¡Siempre más grande!**, y luego propondremos algunos más del mismo tipo como reto para nuestros lectores hasta el próximo artículo.

La estrategia Buscar Patrones y el diagrama de búsqueda de regularidades

Un ***problema*** es un conjunto de elementos disgregados en aparente desorden. A veces, oculta una regularidad, unas leyes, unos patrones que constituyen la estructura de la organización. La búsqueda de **REGULARIDADES**, **LEYES** y **PATRONES** ayuda a comprenderlo y es el camino para su solución.

Los *elementos* del problema aparecen casi siempre en la forma de parejas de dos variables ligadas entre sí. La primera pareja es completamente conocida (datos) y la segunda es incompleta (objetivo).

La *relación* es el patrón que debemos encontrar.

La *variable* ***independiente***, que figura en primer lugar, es aquella que varía de manera arbitraria y la *variable* ***dependiente*** es aquella cuya variación depende de la variación experimentada por la primera.

Utilizaremos un *diagrama* en forma de tabla para dos variables, con dos filas para las variables (independiente y dependiente) y una tercera fila para determinar el patrón (en algunos casos necesitaríamos alguna más).

Variable A (independiente)										
Variable B (dependiente)										
Patrón										

La técnica que utilizaremos consistirá en proceder siguiendo el orden indicado aquí:

1º) Crear tabla
2º) Llenar tabla con parejas conocidas
3º) Completar tabla con parejas de casos sencillos
4º) Elaborar un patrón simple
5º) Comprobar patrón en el siguiente caso
6º) Aplicar el patrón al caso objetivo
7º) Generalizar
8º) Estructurar la nueva fórmula o ley

En la determinación del patrón con alumnos de Secundaria podemos usar la simple lógica o utilizar una técnica como la de las diferencias sucesivas que requiere algo de conocimiento de álgebra.

Para ello se realizarán las diferencias entre cada dos términos sucesivos de la variable dependiente. Si los valores son todos iguales habrá acabado la búsqueda. Si no es así repetimos el procedimiento cuantas veces sea necesario hasta conseguirlo.

Sólo contemplaremos los dos primeros casos.

Si la primera diferencia es toda igual la expresión del patrón es del tipo y = a x + b. Para determinar a y b utilizaremos dicha expresión en dos parejas conocidas de la tabla y estableceremos así un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas en a y b, que resuelto nos da la expresión general del patrón.

Si la que da toda igual es la segunda diferencia el procedimiento es idéntico al anterior, pero para una expresión cuadrática del tipo $y = a x^2 + b x + c$.

A partir de ahí el procedimiento es complejo y corresponde a alumnos de nivel superior. Que tratándose de alumnos de nivel superior podría ser perfectamente tratado.

Cuando localizamos una propiedad que cumplen ciertos números o figuras, hay que intentar ver si la cumplen todos los números o figuras del mismo tipo.

Para ello haremos así:

1. Identificar la regularidad.
2. Determinar los siguientes términos.
3. Encontrar un término en una secuencia dada.
4. Determinar una regla para describir la secuencia.

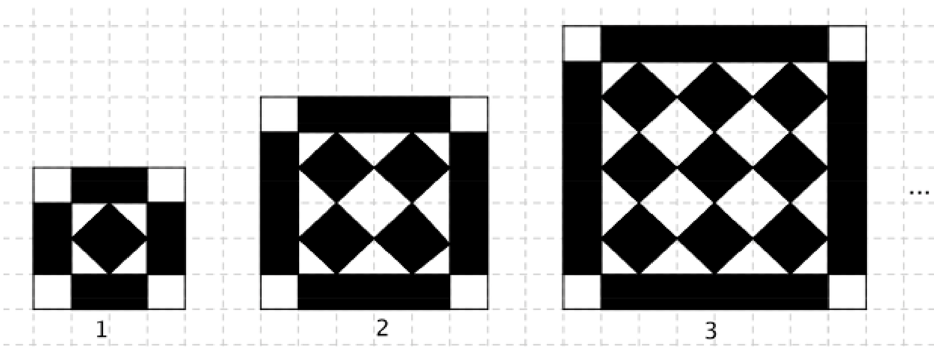
Los alumnos deben entrenarse en:

- Analizar regularidades y generalizaciones (conjeturas)
- Comprobar la validez de la generalización
- Construir una demostración (prueba formal) para verificar la generalización

El ejemplo

¡SIEMPRE MÁS GRANDE!

El dibujo de abajo muestra las primeras tres figuras, con posiciones indicadas con 1, 2 y 3, de una sucesión regular dibujada sobre papel cuadriculado. Sus marcos exteriores tienen siempre el mismo ancho; el interior está formado por cuadrados negros alineados, el número de los cuales aumenta en 1 de una figura a la otra, tanto en las columnas como en las filas.



Para una de las figuras de esta sucesión regular, si se calcula la diferencia entre el área de las partes negras y el área de las partes blancas, se encuentra 196 (en cuadritos de la cuadrícula).

¿Cuál es la posición de esta figura en la sucesión regular?

Explicad vuestro razonamiento.

Proceso de resolución

Fase I. Comprender

Datos: Tres figuras (1, 2 y 3) de una sucesión regular dibujada sobre papel cuadriculado. Sus marcos exteriores tienen siempre el mismo ancho. El interior está formado por cuadrados negros alineados, el número de los cuales aumenta en 1 de una figura a la otra, tanto en las columnas como en las filas.

Objetivo: Cuál es la posición de la figura con diferencia de 196 cuadritos entre negros y blancos en dicha sucesión regular.

Relación: Una figura situada más adelante en esta sucesión regular, si se calcula la diferencia entre el área de las partes negras y el área de las partes blancas, se encuentra 196 (usando como unidad los cuadritos pequeños de las esquinas de la cuadrícula).

Diagrama: El que ilustra el problema. Una tabla de regularidades.

Fase II. Pensar

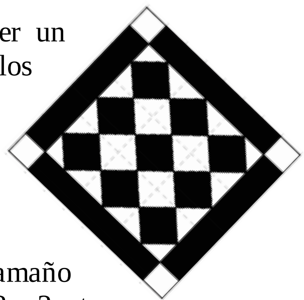
Estrategia: BUSCAR PATRONES

Fase III. Ejecutar

Elaboramos una tabla para presentar la información conocida de las tres figuras presentadas y establecer sus regularidades.

Figura	Blancos		Negros		Suma		Resta	
1								
2								
3								

Rellenamos la tabla con la información conocida. Esto significa hacer un recuento de los cuadritos negros y blancos. Es necesario tener en cuenta que los cuadritos del marco exterior son más pequeños que los cuadritos del interior. La unidad de medida es el cuadrito del marco. Los del interior miden el doble, los triángulos adosados a los lados miden un cuadrito y los triángulos de las esquinas miden medio cuadrito.



Podemos observar también que los cuadritos negros del interior son de tamaño doble que los del marco y que forman un cuadrado ajedrezado de 1 x 1, 2 x 2, 3 x 3, etc. Todas estas observaciones se facilitan girando la figura o copiando el cuadrado que hemos considerado unitario, en papel transparente, y superponiéndolo sobre los otros cuadrados y los triángulos.

Figura	Blancos		Negros		Suma		Resta	
1	6		10		16		4	
2	12		24		36		12	
3	22		42		64		20	

Hay un patrón muy claro, el de la columna de la suma de cuadritos blancos y negros, que además nos sirve de comprobación para la corrección del conteo.

Figura	Blancos		Negros		Suma		Resta	
1	6		10		16	4^2	4	
2	12		24		36	6^2	12	
3	22		42		64	8^2	20	

Para los otros patrones ha de hacerse un estudio detallado. La intuición de los chicos puede ser muy valiosa para iniciar la búsqueda, pero también los métodos matemáticos son necesarios. Primero para comprobar las intuiciones, después para obtener los patrones mediante cálculo.

Aparentemente, los valores de la resta van de 8 en 8, es decir, forman una progresión aritmética de diferencia 8. Es una hipótesis posible.

Figura	Blancos		Negros		Suma		Resta	
1	6		10		16	4^2	4	4
2	12		24		36	6^2	12	4 + 8
3	22		42		64	8^2	20	12 + 8

Podemos probar si es cierta o no la hipótesis, dándola por buena y prediciendo la cantidad de cuadritos blancos y negros que va a tener la figura nº 4 de la sucesión.

Primero aventuramos el valor de la suma y de la resta.

Figura	Blancos		Negros		Suma		Resta	
1	6		10		16	4^2	4	4
2	12		24		36	6^2	12	4 + 8
3	22		42		64	8^2	20	12 + 8
4					100	10^2	28	20 + 8

Y a partir de aquí, calcular cuántos cuadros blancos y cuántos cuadros negros habrá.

$$\left.\begin{array}{l} n + b = 100 \\ \\ n - b = 28 \end{array}\right\}$$

que resuelto nos da $n = 64$ y $b = 36$.

Figura	Blancos		Negros		Suma		Resta	

1	**6**		**10**		**16**	$\mathbf{4^2}$	**4**	**4**
2	**12**		**24**		**36**	$\mathbf{6^2}$	**12**	**4 + 8**
3	**22**		**42**		**64**	$\mathbf{8^2}$	**20**	**12 + 8**
4	36		64		100	10^2	28	20 + 8

Y comprobar si la conjetura utilizada es cierta mediante dos métodos complementarios. Uno será buscar el patrón de los cuadritos blancos y el de los cuadritos negros y ver si se verifica para el caso de la figura nº 4. Otro será construir en papel cuadriculado la figura nº 4, siguiendo las instrucciones del problema, y contar sobre ella los cuadritos blancos y negros para la verificación de la hipótesis.

Para la primera fase:

Figura	Blancos		Negros		Suma		Resta	
1	**6**	**6**	**10**	**10**	**16**	$\mathbf{4^2}$	**4**	**4**
2	**12**	**6+6**	**24**	**10+14**	**36**	$\mathbf{6^2}$	**12**	**4 + 8**
3	**22**	**12+10**	**42**	**24+18**	**64**	$\mathbf{8^2}$	**20**	**12 + 8**
4	36	22+14	64	42+22	100	10^2	28	20 + 8

Para los blancos cada término se obtiene sumando el anterior más los términos de la sucesión 6, 10, 14, …, de diferencia 4.

Para los negros cada término se obtiene sumando el anterior más los términos de la sucesión 14, 18, 22, …, de diferencia 4.

Para la segunda fase:

Tomar un papel cuadriculado y señalar un cuadrado de 10 cuadritos de lado (2 más que el anterior); dibujar el marco con 4 cuadritos blancos en las esquinas y 8 negros en los lados; dibujar ahora en el interior las diagonales que marcan los cuadritos del interior, que constituirán un cuadrado negro de 4 x 4 con los cuadritos de área doble que los del marco.

Al realizar el conteo de los cuadritos negros tendremos:

4 x 4 = 16 → 16 x 2 = 32 en el interior

8 x 4 = 32 en los lados del exterior

Total: 32 + 32 = 64 cuadritos negros en total

Hagamos ahora el conteo de los cuadritos blancos:

3 x 3 = 9→ 9 x 2 = 18 en el interior del interior

6 x 2 + 2 = 12 + 2 = 14 en el borde del interior

4 en las esquinas del exterior

Total: 18 + 14 + 4 = 36

Lo cual coincide plenamente con la hipótesis planteada.

Expresamos la hipótesis confirmada para la diferencia entre cuadritos negros y blancos como ley matemática.

$a_1 = 4 \quad d = 8 \quad a_n = 4 + 8\,(n - 1)$

Podemos realizar una deducción aplicando dicha expresión.

Siendo $a_n = 196 \ \rightarrow\ 4 + 8\,n - 8 = 196 \ \rightarrow\ 8\,n = 200 \ \rightarrow\ n = 25$

Solución: Posición 25

Fase IV. Responder

Comprobación: Con los razonamientos hechos sería suficiente. Podrían también calcularse por separado los cuadritos blancos y negros y verificar la coherencia de todos los valores entre sí. Construir en papel cuadriculado la figura nº 25 y contar después sobre ella podría ser interesante pero tedioso. Más fácil es rellenar la tabla hasta el lugar 25, siguiendo los patrones encontrados.

Análisis: Solución única.

Respuesta:

La figura de la sucesión con diferencia de 196 cuadritos entre negros y blancos ocupa el lugar número 25.

Pero ¿qué hubiese pasado si alguien se hubiese fijado en alguna curiosa propiedad de la figura entre los cuadros blancos y negros de su interior? ¿U otras leyes de formación de las sucesiones? En la tabla que sigue podemos ver algunas de estas consecuencias.

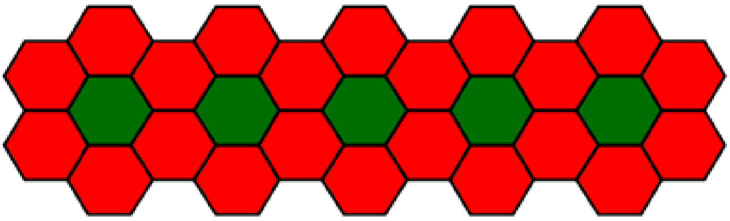
Figura	Sucesión	Blancos		Negros		Suma		Resta		
1	$\mathbf{a_1}$	**6**	**6**	**10**	**10**	**16**	$\mathbf{4^2}$	**4**	**4**	**1*4**
2	$\mathbf{a_2}$	**12**	**6 + 6**	**24**	**10 + 14**	**36**	$\mathbf{6^2}$	**12**	**4 + 8**	**3*4**
3	$\mathbf{a_3}$	**22**	**12 + 10**	**42**	**24 + 18**	**64**	$\mathbf{8^2}$	**20**	**12 + 8**	**5*4**
4	a_4	36	22 + 14	64	42 + 22	100	10^2	28	20 + 8	7*4
5	a_5	54	36 + 18	90	64 + 26	144	12^2	36	28 + 8	9*4
6	a_6	76	54 + 22	120	90 + 30	196	14^2	44	36 + 8	11*4
7	a_7	102	76 + 26	156	120+36	256	16^2	52	44+8	13*4
8	a_8	132	102+30							
n	a_n					$(2n + 2)^2$			(2n-1)*4	

Los retos

Utilizando las herramientas y técnicas anteriormente explicadas resuelvan los siguientes problemas. Y, en cada uno de ellos, generalice lo más posible o, al menos, realice los comentarios más oportunos que se les ocurran al respecto.

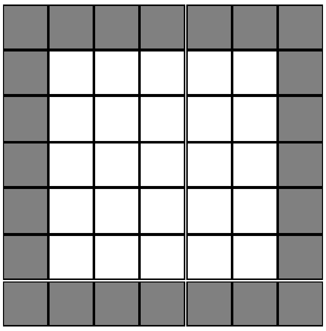
JARDINERAS

En nuestro Ayuntamiento están estudiando nuevos diseños para adornar con jardineras y baldosas algunas calles peatonales. Para ello cuentan con jardineras hexagonales que colocan rodeadas de baldosas, también de forma hexagonal, formando bonitos mosaicos, similares al de la figura:



Necesitan disponer de una fórmula que les permita calcular el número de baldosas necesarias para rodear un determinado número de jardineras, según el diseño que elijan. ¿Puedes ayudarles a encontrarla?

LAS ALFOMBRAS



El señor Tapete comercializa un nuevo modelo de alfombras cuadradas compuestas de pequeños cuadrados idénticos: grises en el borde y blancos en el interior. Aquí está un dibujo de este modelo de alfombra, con siete cuadrados en cada lado.

La alfombra más pequeña tiene tres cuadrados en cada lado. Las alfombras de este modelo están disponibles con un máximo de veinte cuadrados en cada lado.

El Sr. Ronay quiere comprar un modelo que tenga exactamente tantos cuadrados grises como blancos.

La Sra. Gratin quiere comprar una alfombra un poco más clara, con más de dos tercios de ella de cuadrados blancos pero al mismo tiempo con menos de tres cuartas partes de cuadrados blancos.

¿Se puede complacer a la Sra. Gratin? ¿Y al Sr. Ronay?

Si es así, por favor indique la (o las) alfombras que podrían contentar a cada uno de los dos clientes.

Explique sus respuestas.

EL JUEGO DE LAS TORRES DE HANOI

Trasladar la torre de la izquierda a la derecha de pieza en pieza, eso sí, no podrás colocar una pieza grande sobre una menor.

En el juego de las torres de Hanoi se cumple un patrón numérico en relación al menor número de movimientos que se deben realizar para mover la torre, de disco en disco, conforme a las reglas del juego.

Descubre el patrón y determina ¿cuál es el menor número de movimientos que se deben realizar en una torre de Hanoi de 10 discos?

Y por último, un problema de sencillo enunciado.

SIETE NÚMEROS.

Encontrar siete números que sumados dos a dos den los números del 1 al 16.

Y hasta aquí llegamos. Terminamos con nuestro mantra particular: resuelvan los problemas, singulares y alejados de los cotidianos; utilícenlos con los alumnos y, sobre todo, aporten sus comentarios a la revista, sus soluciones e, incluso, nuevas propuestas. O, simplemente, cuéntennos lo sucedido en el transcurso de la clase en que probaron el problema. Queremos pensar que nuestras propuestas tienen uso en el aula. Eso nos alegraría mucho y también al resto de lectores. Nos repetimos: vamos, anímense… ¡Si es **divertido**!

¡Ah!, hemos deslizado un par de errores –al menos-, que ustedes deben encontrar y comunicárnoslo. Hay premio, tras sorteo, para los avispados lectores que los encuentren.

Como siempre, aguardamos sus noticias a la espera de la próxima edición de la revista ***NÚMEROS***.

Un saludo afectuoso del **Club Matemático.**