Adivinar un número de cuatro cifras

José Muñoz Santonja

Resumen

La magia matemática es una herramienta muy poderosa para divulgar las matemáticas de una forma atractiva y para motivar el interés de nuestros alumnos en conocer los entresijos de los trucos mágicos. Es posible encontrar en mucha bibliografía como descubrir una cifra que se ha tachado si a un número le restamos la suma de sus cifras, pues estamos utilizando una regla básica de divisibilidad por 9. En este artículo queremos presentar una ampliación de ese truco con el cual podemos descubrir un número de cuatro cifras pensado por un espectador del público.

Abstract

Mathematical magic is a very powerful tool to make Mathematics known in an attractive way and to motivate our students' interests to get the inns and outs of magic tricks. There are many books to find how to discover a figure that has been crossed out if we take away the addition of the figures of a number, since we are using a basic rule of divisible by nine. In this article we want to present an extension of this trick with which we can find out a number of four figures thought by a member of the public.

El reto

En el número 56 de la revista Números, con fecha de portada de Diciembre de 2003, los queridos amigos del Club Matemático tuvieron a mal plantearnos a los sufridos seguidores de su columna de Problemas Comentados, el siguiente reto:

Problema nº 21:

En esta ocasión el Matemago pide a un voluntario del público que escriba un número de 4 cifras, sin enseñarlo. A su lado debe escribir la suma de sus cifras y encima el número de tres dígitos que resulta de tachar una de las cifras del número que escribió («la que menos le guste»). Ahora debe efectuar la resta y, simplemente por el resultado de esta resta, el mago averigua el número de 4 cifras que escribió al principio. ¿Cómo se hace el truco? ¿En qué se basa?

Dado mi gran interés por la magia matemática inmediatamente me puse a su resolución. Yo conocía el truco de adivinar una cifra tachada restando a un número la suma de sus cifras, pero lo que me parecía increíble era poder adivinar el número completo. Después de muchas semanas trabajándolo, conseguí descubrir tres de las cifras originales, aunque la cifra que se tachaba no era capaz de ubicarla. Por fin, llegué a la conclusión de que era imposible descubrir la cuarta cifra con la información de que se disponía.

Durante semanas estuve ansioso por conocer la respuesta que nos tenían preparadas Rupérez y Déniz (o José Antonio y Manolo, aunque así queda más impreciso) y cuál no sería mi frustración cuando en el siguiente número sólo descubrían la cifra tachada. Para completar el entuerto, en el número 58 reconocían que se había producido un error en el enunciado y añadían que para poder descubrir el número de cuatro cifras, el matemago debería disponer de «otras dotes» adivinatorias.

Ya que de mayor me gustaría ser matemago, la respuesta no satisfizo mi curiosidad, así que volví a enfrascarme en el problema y terminé descubriendo que el matemago no necesita dotes especiales, sino sólo un poco más de información para descubrir el número inicial.

Descubrir la cifra tachada es algo que puede encontrarse con facilidad en las publicaciones especializadas del ramo mágico (o de divulgación matemática), pero encontrar el número inicial completo, yo no lo he visto reseñado en ninguno, por eso me animé a escribir estas breves páginas para plantear este nuevo reto. Además, a diferencia del Club Matemático, no tendremos que sufrir durante meses para saber la solución, sino que veremos también aquí el fundamento matemático de la solución.

Adivinar un número

El matemago pide la ayuda de un espectador del público y le pide que realice los siguientes pasos.

1) Piense un número de cuatro cifras todas distintas de cero.

2) Sume las cuatro cifras.

3) A continuación, le pide a otra persona del público que diga un número del 1 al 4 (o bien que lance un dado tetraédrico) y al espectador inicial le pide que tache la cifra de su número que ocupa el lugar indicado por el otro espectador.

4) Al número de tres cifras que queda, debe restarle la suma de las cuatro cifras que hizo en el paso 2. Y debe decirle al mago cuál es el resultado de la diferencia.

5) El matemago realiza una serie de cálculos pero le indica al espectador que necesita una pequeña ayuda para conseguir el número inicial. Le pide que le indique qué cifra ocupaba el lugar de las unidades en el número de tres cifras que le quedó, cuando tachó la cifra indicada por la otra persona.
6) Por último, con esa información el mago descubre el número de cuatro cifras original.

Desarrollo matemático

Si resumimos los pasos anteriores, los datos que necesita el matemago para descubrir el número son tres:

a) El resultado de la diferencia entre el número de tres cifras resultante al tachar una cifra, y la suma de las cuatro cifras originales.

b) El lugar ocupado por la cifra tachada. Al preguntar a otro espectador o lanzar un dado, da la impresión de que el azar influye en el desarrollo del truco y lo hace más complicado. En realidad, esto enmascara que el mago debe saber en qué lugar está la cifra tachada, pues no tiene modo de adivinarlo.

c) La cifra de las unidades en el número de tres cifras que queda al tachar una.

Partamos de un número de cuatro cifras abcd (aunque la cifra *d* que es la que vamos a tachar puede estar en cualquier lugar). La suma de sus cifras es por tanto $a+b+c+d$.

Si a continuación tachamos la cifra *d* nos quedará el número siguiente

$abc = 100\times a+10\times b+c$

Si a ese número restamos la suma de las cifras, llegamos a la expresión siguiente donde podemos ver que ha desaparecido la cifra *c*:

$abc-(a+b+c+d) = 100\times a+10\times b+c-(a+b+c+d) = 99\times a+9\times b-d$

Como puede apreciarse, le falta *d* (la cifra tachada) para ser un múltiplo de 9, luego basta sumar las cifras del número resultante, y la cantidad que falte hasta el próximo múltiplo de 9 esa es *d*.

Si ahora le sumamos *d* al resultado que nos había dado el espectador, obtendremos el valor $99\times a+9\times b$, si en ese valor dividimos por 9 obtendremos por último la expresión:

$11\times a+b = 10\times a + (a+b)$

es decir, obtenemos un número de dos cifras en la que la cifra de las decenas es la cifra *a* original del número, y las unidades son la suma de *a* con la cifra *b*. Luego hemos descubierto las cifras *a*, *b* y *d*.

Puede darse el caso de que en la suma $10 \times a + (a+b)$ la cifra de las unidades sea inferior a la de las decenas. El motivo sería porque $a+b$ es superior a 10, y por tanto, la cifra de las decenas está aumentada en una unidad. Hay que restársela antes de seguir adelante.

Una vez llegado a este punto, necesitamos la cifra *c* que era la de las unidades del número de tres cifras resultante, y tenemos el número completo.

Vamos a seguir un ejemplo como si fuésemos el matemago. El espectador ha tachado la segunda cifra de su número original, y después de efectuar la diferencia nos ha dado como respuesta 821.

Nuestro razonamiento es $8+2+1=11$ nos falta 7 para el siguiente múltiplo de 9, luego esa es la cifra tachada.

Sumamos $821+7=828$ y dividimos entre 9 obteniendo $828:9 = 92$.

Como la cifra de las decenas es superior a la de las unidades, la primera cifra del número es 8 (=9–1) y la segunda cifra es 12–8 = 4.

Como la cifra tachada (que era la segunda) era 7, de momento tenemos el número 874 y sólo nos falta la unidad. El espectador nos dice que la cifra de la unidad era 6 con lo que el número que había pensado el espectador era 8746.

Vamos a seguir ahora el proceso seguido por el espectador para comprobar que está bien el número que nos ha dado.

En el número 8746 sumamos sus cifras $8+7+4+6 = 25$.

Tachamos la cifra segunda quedándonos 846 y restamos $846 - 25 = 821$. Que era efectivamente el número que habíamos recibido.

Algunas consideraciones

Pudiera darse el caso que cuando el espectador nos dice el resultado de la suma, el número que nos da ya es múltiplo de 9, por ejemplo 783. En ese caso la cifra tachada ha sido un 9.

Lógicamente, si tachamos una cifra y el resto nos da múltiplo de 9 es porque la cifra que hemos tachado era un 0 o un 9, como el mago no puede saber cuál de las dos ha sido, es por lo que es muy importante la condición del punto uno de que todas las cifras sean distintas de cero (ojo porque este punto se les pasó a los compañeros del Club Matemático en la redacción original).

Este proceso puede seguirse para cualquier número de cifras, por ejemplo pedir un número de 6 cifras, pero no mejora el truco porque el proceso se complica pues en el paso final, después de haber dividido por 9, la primera cifra es del número, la siguiente es la suma de las dos primeras, la siguiente es la suma de las tres primeras y así sucesivamente. Además, si a un número de muchas cifras le restamos la suma de sus cifras, en el noventa y nueve por ciento de las veces las cifras resultantes son las mismas que las del número original salvo las dos últimas, por lo que puede parecer que el mago hace poco esfuerzo para hallar el número.

Para acabar

He comprobado repetidamente con mis alumnos que los trucos de magia son una poderosa herramienta para crear expectación y motivar que los alumnos investiguen con interés los procesos que hay por detrás de esos trucos. Por ejemplo, presentar que cuando a un número se le resta la suma de sus cifras lo que se obtiene es múltiplo de nueve, es una actividad muy atractiva para los alumnos cuando estamos trabajando la divisibilidad, y además se ve una aplicación inmediata.

Por ello quiero animaros a que los utilicéis en clase y que, como hemos hecho aquí, profundicéis en aquellos trucos que os gusten a vosotros y veáis que son efectivos con vuestros alumnos. Esperemos que la pléyade de matemagos aumente considerablemente. Un saludo a todos.

José Muñoz Santonja, catedrático de matemáticas en el I.E.S. Macarena, miembro de la S.A.E.M. THALES, miembro del colectivo andaluz «Comunicar: Medios de comunicación en las aulas», autor del libro «Ernesto el aprendiz de matemago» en ed. Nivola, Líneas de trabajo en matemáticas: divulgación, medios de comunicación, juegos,

Correo electrónico: josemunozsantonja@hotmail.com