

NUMEROS. 22 - 1992  
S.C.P.M. "ISAAC NEWTON"

## **HACIA LA PROBABILIDAD: UNA EXPERIENCIA EN EL AULA.**

BLANCA R. BELLO NODA

AGUSTÍN MARRERO MARRERO

ANA MARIA TRUJILLO LA ROCHE

### **1. INTRODUCCION**

"Hoy en día es esencial para los ciudadanos un conocimiento de la probabilidad. Como han demostrado las investigaciones de Fischbein y otras, el sentido innato de la probabilidad es por lo general demasiado ingenuo y lleva pronto a errores de juicio cuantitativo. Existe la necesidad de desarrollar y fortalecer este sentido en la educación matemática." (Kuwait, 1986).

Algunos estudios muestran que las falsas intuiciones sobre el azar son comunes a niños de diversas edades y a adultos. Estos errores se deben a una carencia de experiencias que hayan hecho posible la construcción de una red conceptual apropiada sobre el azar y no se disipan con el estudio formal de la probabilidad. Hay que proporcionar a los alumnos/as la oportunidad de experimentar con situaciones aleatorias.

Por todo ello, el objetivo general de esta experiencia es desarrollar la intuición probabilística en los alumnos/as de E.E.M.M. - aunque se podría adaptar a niveles anteriores- con el fin de hacerlos conscientes de los errores arraigados en su visión de muchos fenómenos relacionados con el azar.

La experiencia aborda el azar y la probabilidad bajo un enfoque manipulativo y frecuencial que facilita al alumno/a la comprensión de estos conceptos de una manera intuitiva, creando las bases para el posterior desarrollo de la Teoría de la probabilidad y para un mejor entendimiento de la sociedad actual.

### **2. OBJETIVOS - CONTENIDOS**

Siguiendo las directrices del Diseño Curricular Base para la E.S.O., el desarrollo de la experiencia se lleva a cabo atendiendo a unos objetivos didácticos y unos contenidos que a continuación se detallan.

#### *OBJETIVOS DIDACTICOS*

- Diferenciar entre situaciones deterministas y aleatorias, reconociendo el carácter imprevisible de las últimas.

- Mostrar interés por conocer fenómenos de azar habituales respetando distintos puntos de vista.
- Reconocer el carácter imprevisible de muchas de las noticias divulgadas por los medios de comunicación.
- Formular y comprobar conjeturas sobre el comportamiento de un fenómeno aleatorio.
- Proceder con orden, claridad y pulcritud en la recogida de datos y clasificación de resultados.
- Confeccionar tablas de frecuencia absoluta, relativa, relativa acumulada y de porcentajes para la clasificación de datos.
- Representar gráficamente las tablas de frecuencias mencionadas en el apartado anterior y saber interpretarlas.
- Identificar la probabilidad de un suceso como la estabilización de la frecuencia relativa.
- Cuantificar la probabilidad de un suceso en tanto por ciento y tanto por uno.
- Interpretar la utilidad práctica de simular experimentos mediante una tabla de números aleatorios.
- Diseñar experimentos aleatorios sencillos.
- Detectar errores habituales en la interpretación de un fenómeno de azar.
- Obtener la probabilidad de un suceso simple por aplicación de la Regla de Laplace.

#### *CONTENIDOS CONCEPTUALES*

- Diferencia entre situaciones deterministas y aleatorias.
- Terminología para describir un fenómeno aleatorio.
- Experimento y suceso aleatorio; carácter imprevisible del azar.
- Frecuencia absoluta y frecuencia relativa de un suceso. Porcentajes.
- Representación de las frecuencias en diagrama de barras y polígonos de frecuencias.
- Estabilidad de la frecuencia relativa.
- Noción frecuencial de la probabilidad
- Comparación de probabilidades de los distintos sucesos de un fenómeno aleatorio.
- Intervalos de variación de la probabilidad: tanto por ciento y tanto por uno.
- Asignación de probabilidades.

- Tabla de números aleatorios. Diseño y simulación de experimentos mediante una tabla de números aleatorios.

- Diferencia entre sucesos equiprobables y no equiprobables.

- Modelo uniforme.

- Regla de Laplace.

#### *CONTENIDOS PROCEDIMENTALES*

##### **Utilización de los distintos lenguajes:**

- Utilización del vocabulario adecuado para describir situaciones y experiencias de azar.

- Expresión cualitativa y cuantitativa de la probabilidad de un suceso de distintas maneras.

- Confección de tablas de frecuencia y gráficas para representar el comportamiento de fenómenos aleatorios.

##### **Algoritmos y destrezas:**

- Utilización de informaciones diversas (frecuencias, simetrías, creencias, observaciones previas, etc.) para asignar probabilidades a los sucesos.

- Utilización de la Regla de Laplace para asignar probabilidades en casos sencillos.

- Detección de los errores habituales en la interpretación del azar.

##### **Estrategias generales:**

- Reconocimiento de fenómenos aleatorios en la vida cotidiana y en el conocimiento científico.

- Formulación y comprobación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos.

- Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentales en distintos contextos.

- Planificación y realización real o simulada de experiencias sencillas para estudiar el comportamiento de fenómenos de azar.

#### *CONTENIDOS ACTITUDINALES*

##### **Referentes a la apreciación de las Matemáticas:**

- Reconocimiento y valoración de la probabilidad para interpretar, describir y predecir situaciones inciertas.

- Disposición favorable a tener en cuenta las informaciones probabilísticas en la toma de decisiones sobre fenómenos aleatorios.

- Curiosidad e interés por investigar fenómenos de azar en la vida cotidiana.

- Valoración crítica de los usos de informaciones probabilísticas en medios de comunicación y rechazo ante los abusos y usos incorrectos de las mismas.

- Desarrollo del sentido crítico para desmitificar los juegos de azar con fines lucrativos.

- Interés y respeto ante los distintos puntos de vista y las diferentes estrategias en el análisis de fenómenos de azar.

Referentes a la organización y hábitos de trabajo:

- Sensibilidad y gusto por la precisión, orden y claridad en el diseño de experiencias relativas a fenómenos de azar.

### 3. METODOLOGIA

"No se trata de conocer a fondo las teorías respectivas, cosa reservada a especialistas, sino de educar la intuición para que no parezcan cosas caprichosas ni milagrosas. Tal vez muchos de los inconvenientes del comportamiento global de grandes sectores de la población provengan de que la gran mayoría de los ciudadanos no han sido educados en probabilidad y estadística." (Santaló, 1975).

La metodología de esta experiencia está orientada hacia la constitución de intuiciones acertadas que permitan a los alumnos/as apreciar las posibilidades de aplicación del estudio de fenómenos aleatorios de la vida real.

Para desarrollar la intuición probabilística y lograr que el análisis del azar esté al alcance de todos se ha recurrido a tres métodos:

Los juegos.

La simulación.

El enfoque frecuencial de la probabilidad.

Los juegos actúan como modelo de situaciones muy diversas y suelen ser aceptados con gran interés por los alumnos. Refuerzan las nociones de experimento y suceso aleatorio, así como el carácter imprevisible del azar: Es conveniente la apuesta por un resultado determinado, porque implica al alumno en la tarea y supone una toma de decisiones ante un resultado incierto.

La simulación es uno de los procedimientos más utilizados para estudiar los posibles resultados de una experiencia, aleatoria o no.

El problema principal, en cada caso, es encontrar la forma de simular la situación propuesta, es decir construir un modelo que la represente por analogía.

Si el modelo es fiel, se podrá usar para predecir lo que ocurrirá en la realidad y estudiar el efecto de posibles cambios.

Muchas veces el problema que se plantea podría ser resuelto teóricamente, sin recurrir a la simulación, pero esa solución no siempre está al alcance de los alumnos/as ni del profesorado. Además, el proceso de construcción de un modelo incrementa la comprensión necesaria para

predecir qué aspectos de la situación son significativos y cuáles no.

La probabilidad frecuencial o empírica. Bajo este punto de vista se considera que la probabilidad se calcula a partir de las frecuencias relativas observadas en cada uno de los diferentes resultados de pruebas repetidas.

Este enfoque descansa en dos características observables del comportamiento de los resultados de las realizaciones repetidas:

- Los resultados varían de una repetición a otra de una manera imprevisible.

- Un hecho empírico a corto plazo puede ser desordenado, pero a la larga surge una cierta regularidad.

Una vez trabajado el desarrollo de la intuición probabilística, se introduce el modelo laplaciano para el cálculo de probabilidades en casos sencillos, justificando teóricamente con este modelo algunos de los resultados obtenidos en las experiencias anteriores. Así se le da al alumno/a una visión más formal de la probabilidad.

En la selección y secuenciación de actividades se han tenido en cuenta tres criterios metodológicos para la introducción de las probabilidades en la escuela:

- a) School Council Proyecto on Stastiscal Education. (1975, Universidad de Sheffield).

- b) Glaymann y Varga (1975).

- c) Bruni y Silvermann (1986).

#### 4. LINEAS GENERALES DEL DESARROLLO EN EL AULA.

La clase se organiza en grupos de tres alumnos/as, pues interesa provocar la discusión y la disparidad de opiniones para sacar a la luz los conocimientos sobre el tema.

En todas las actividades los diferentes grupos realizan una puesta en común para intercambiar opiniones e intentar obtener conclusiones. El papel del profesor es de moderador.

También se ha puesto mucho énfasis en que los alumnos reflejen en el cuaderno sus razonamientos y conclusiones, lo que suele crear gran dificultad.

Las actividades se han distribuido en seis fases, desarrolladas a partir de los contenidos previos:

- Primera fase: Puesta en situación. Precisión del vocabulario.

- Segunda fase: Manipulación y comparación de resultados de diversos juegos.

- Tercera fase: Medida de la probabilidad. La probabilidad es un número.

- Cuarta fase: Utilización de tablas de números aleatorios para simular experimentos.

- Quinta fase: Introducción de la probabilidad mediante la Regla de Laplace.

- Sexta fase: Extensión.

En los contenidos previos, el propósito es: Por un lado, conocer la situación real de los alumnos/as en cuanto a su idea intuitiva de la probabilidad y el azar, así como observar las estrategias que utilizan. Por otro, se trata de indagar en las nociones de fracción, proporción, escalas y porcentajes.

#### Descripción de cada una de las fases.

- Primera fase: Puesta en situación. Precisión del vocabulario.

En la actividad de puesta en situación se presentan una serie de preguntas cercanas al alumno con la finalidad de que éste caiga en la cuenta de que no todas tienen el mismo tipo de respuesta y del por qué, y cuyo objetivo es distinguir entre fenómenos aleatorios y deterministas.

En las actividades de "precisión del vocabulario" se pretende:

a) Comprobar en la prensa que el azar está presente en la vida real.

b) Clasificar palabras según la confianza que expresan en que suceda algo: imposible, casi posible, poco probable, muy probable, ...

c) Observar la diferencia que hay entre el lenguaje coloquial y el matemático al referirse a esos términos.

- Segunda fase: Manipulación y comparación de resultados de distintos juegos.

No se trata de medir las probabilidades con números, sino de hacer simples comparaciones de probabilidades. Sólo si un resultado es más o menos probable que otro.

Se insiste en que antes de jugar, hagan una predicción, basada en su intuición o en sus conocimientos y, después de jugar, se les pide que comprueben si es acertada su predicción o si creen que deben modificarla. A veces deben decidir si se trata de un juego justo o no.

Cada grupo repite el juego varias veces, se recogen los resultados de todos en una tabla, con lo que se introduce la frecuencia absoluta de un suceso en un experimento aleatorio. Al observar los datos se decantan por un resultado, cambiando a veces sus predicciones.

- Tercera fase: Medida de la probabilidad. La probabilidad es un número.

Se trata de apreciar la ley de la estabilidad de las frecuencias relativas cuando se repite muchas veces un experimento y, ahora sí, de asignar a cada suceso un valor numérico que sirva para medir la probabilidad de que se produzca.

El estudio de la estabilidad de la frecuencia relativa de un suceso lleva consigo la transcripción de la experiencia a tablas, diagramas y gráficas, que se insiste en que se realicen con precisión.

Los juegos comienzan como en la fase anterior, haciendo predicciones, jugando y elaborando tablas de frecuencias absolutas.

Acumulando los resultados de cada grupo se construye una tabla de frecuencias absolutas acumuladas, con lo que se tienen los datos de haber realizado la experiencia muchas veces.

Como lo interesante es comparar los resultados de un mismo suceso cuando aumenta el número de veces que se repite el experimento, se hace una tabla con el tanto por ciento de éxitos de cada suceso respecto al número de veces que se ha repetido el experimento hasta el momento.

Esta tabla podría hacerse con las frecuencias relativas en lugar de los porcentajes, aunque éstos ofrecen menor dificultad y permiten analizar con mayor comodidad la evolución de los resultados.

Una vez realizada la gráfica de la tabla anterior se plantean una serie de cuestiones, con el fin de apreciar la ley de la estabilidad de las frecuencias relativas y de que asignen a cada suceso un valor numérico que sirva para medir la posibilidad de que se produzca al que se llama probabilidad de ese suceso. Al final de esta fase se hace una puesta en común con el fin de recapitular y sacar conclusiones.

- Cuarta fase: La simulación.

Gracias a la simulación el alumno/a es capaz de abordar un gran número de situaciones probabilísticas.

Se presenta una tabla de números generada por un ordenador, aunque sería conveniente, si el tiempo lo permite, construir en clase una tabla de números aleatorios con dados, urnas, ruletas, ... y comprobar que efectivamente la tabla obtenida es aleatoria, ya que con esta actividad se elimina el misterio de la obtención de estos números y aparecen multitud de conceptos estadísticos y probabilísticos.

En las primeras actividades que se proponen, la idea es que los alumnos se familiaricen con la utilización de la tabla. Sólo se trata de elegir un criterio, comprobar que se ajusta al experimento y escribir los resultados que se obtienen al aplicarlo a la tabla.

Se insiste en que se escriba el criterio seguido para la simulación del experimento, así como que se especifique en que fila o columna se comienza, la dirección que se sigue, los números que se escogen ..., es decir, hay que especificar todo lo que sea necesario para que otra persona pueda seguir la simulación del experimento y los resultados obtenidos.

En una de las actividades se refuerza el método seguido en la fase anterior en cuanto a la estabilización de las frecuencias relativas y la asignación de probabilidades. Los datos, en este caso, se obtienen al aplicar un criterio apropiado en la tabla de números aleatorios.

En las siguientes actividades se insiste más en el diseño de simulación de la experiencia que en la asignación de probabilidades. Una vez diseñada ésta tienen que establecer un sistema de registro, organizar los datos obtenidos al repetir la simulación del experimento, contrastar con los de los otros grupos y sacar conclusiones.

- Quinta fase: Introducción de la probabilidad mediante la Regla de Laplace.

La Regla de Laplace permite dar una justificación teórica a algunas de las actividades ya trabajadas y así confirmar sus resultados.

En la totalidad de las actividades las técnicas que se desarrollan son:

1.- Se considera el espacio muestral del fenómeno aleatorio que se está estudiando.

2.- Se observa si sigue el modelo uniforme.

3.- Se calcula la probabilidad de un determinado suceso mediante la relación conocida como Regla de Laplace.

Se obtienen diversos métodos para representar todos los sucesos posibles del espacio muestral. Una vez construido se decide la probabilidad de un determinado suceso haciendo un recuento con la finalidad de aplicar la Regla de Laplace.

A la vista de los resultados los alumnos/as comprueban que hay una relación muy estrecha entre la teoría y la práctica, sobre todo cuando en ésta el número de veces que se ha repetido el suceso es muy grande, haciendo válidos por tanto, los resultados obtenidos por el método frecuencial o por la simulación.

- Sexta fase: Extensión.

Las actividades propuestas en esta fase suponen situaciones en las que se amplían los aprendizajes realizados: conceptos y procedimientos diversos. No están indicadas para todos los alumnos/as y se proponen únicamente a aquéllos que presentan un ritmo rápido de aprendizaje.

## 5. CONSIDERACIONES SOBRE LA EVALUACION EN EL AULA.

Señalar que se ha dado más énfasis a una evaluación de tipo formativo donde el profesor, periódicamente, durante el desarrollo de la clase o en entrevistas personales, proporciona a cada alumno una información detallada sobre sus logros y deficiencias, al mismo tiempo que unas orientaciones sobre cómo corregir las últimas.

La información se obtiene empleando: la observación directa en el aula, el cuaderno de trabajo del alumno, la presentación de informes, las pruebas escritas, la autoevaluación del alumno, todo lo cual se registra en la ficha personal del alumno, que se complementa con el diario de clase del profesor.

A continuación se exponen algunas de las actividades desarrolladas en el aula,

### PRIMERA FASE

"Todos los días tenemos que resolver muchas cuestiones"

La próxima semana iremos de excursión al Octopus. A la vista de como está el tiempo hoy,

P1.- ¿Tendremos un día de excursión soleado?  
Van a ir 300 alumnos y cada guagua tiene 55 plazas.

P2.- ¿Cuántas guaguas necesitaremos?

La entrada cuesta 600 pesetas y de tu clase van a ir todos a la excursión,

P3.- ¿Cuánto dinero aportará tu curso?

En la entrada están repartiendo viseras, pero sólo tienen 275,

P4.- ¿Te tocará una a ti?

Uno de tus compañeros no sabe nadar,

P5.- ¿Crees que se tirará por el Kamikaze?

En el restaurante rifan 10 almuerzos entre los 300 alumnos,

P6.- ¿Te saldrá gratis el almuerzo?

Durante la comida distribuyen al tun tun 150 refrescos de naranja y 150 refrescos de limón,

P7.- ¿Te tocará algún refresco?

P8.- ¿Te tocará uno de naranja?

Al regresar, la guagua lleva una velocidad media de 60 kilómetros/hora y la distancia del Octopus al Instituto es de 90 kilómetros,

P9.- Si salimos a las 5, ¿a qué hora llegaremos?

a.- Responde adecuadamente a todas las preguntas planteadas.

b.- Comenta con tus compañeros las respuestas que has dado.

c.- ¿Crees que a todas las preguntas puedes darle un mismo tipo de respuesta? Explicalo.

d.- Clasifica las preguntas según los distintos tipos de respuesta que has debido dar.

**"Vamos a precisar el vocabulario"**

A propósito del resultado de quinielas, loterías, dados, cartas, escribe cinco frases que contengan palabras surgidas en el ejercicio anterior para la descripción de fenómenos aleatorios.

Confecciona un mural con un mínimo de cinco noticias recortadas de periódicos o revistas donde se utilicen palabras como:

- es posible
- seguramente
- es muy probable
- es poco probable
- casi seguramente
- con certeza

Haz un comentario de cada una de ellas y clasificalas según la confianza que tienes de que ocurran.

Define en el cuaderno, basándote en tu experiencia dentro y fuera del aula, lo que entiendes por suceso seguro, suceso posible y suceso imposible.

## SEGUNDA FASE

### "La carrera de caballos"

Tenemos 12 caballos numerados del 1 al 12. Se lanzan dos dados y la suma de ambos indica el caballo que avanza una posición. Gana la carrera el caballo que primero avance 11 casillas.

¿Cuál es tu favorito? Haz una predicción sobre la clasificación. Juega algunas partidas y comprueba si es acertada o crees que debes modificarla.

<b>Meta</b>												
<b>Salida</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

### "Par o impar"

Es un juego para dos jugadores.

Se lanzan dos dados cúbicos y se calculan el producto de los números que aparecen.

Si el resultado es par gana uno y si es impar gana el otro jugador.

¿Es justo el juego? Antes de empezar a jugar, ¿qué resultado elegirías?

Juega 15 veces y vete anotando los resultados en una tabla.

¿Qué resultado ha ganado más veces? Después de haber jugado qué resultados elegirías?

### "Fracciones"

Es un juego para dos jugadores.

Se lanzan dos dados cúbicos y con los números que aparecen se construye una fracción menor o igual que 1.

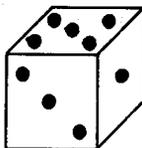
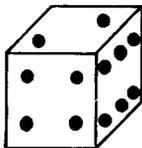
Si la fracción no se puede simplificar el jugador A obtendrá un punto. En cualquier otro caso el jugador B ganará un punto.

¿Es justo el juego? ¿Qué jugador crees que tiene ventaja?

Juega 12 veces y vete anotando los resultados.

El ganador será el que tenga más puntos al final de las 12 jugadas.

- ¿Tiene cada jugador las mismas posibilidades de ganar?
- ¿Gana siempre la misma persona?
- Si te propusieran jugar de nuevo, ¿qué jugador elegirías?



$$\frac{2}{5}$$

### TERCERA FASE

"La bolsa de las bolas"

Agrúpanse de tres en tres.

Cada grupo tiene que tener 30 fichas y una bolsa con 3 bolas blancas, 2 bolas negras y 1 bola roja.

Cada alumno del grupo escoge un color. Se remueven las bolas dentro de la bolsa, se saca una y se mira el color, el alumno que haya escogido este color coge una ficha del montón. Se devuelve la bola a la bolsa y se repite la operación hasta que se acaben las 30 fichas de cada grupo.

a) Compara, antes de jugar, las posibilidades que tiene cada uno de ganar en cada extracción y razónalo.

b) ¿Sabrías decir, a priori, cuántas fichas tendrá cada jugador al final?

c) Una vez hechas las extracciones, haz una tabla de valores y un diagrama de barra donde se recoja el número de veces que ha aparecido en tu grupo cada uno de los tres resultados.

d) Compara el resultado obtenido con el que habías previsto. Busca las justificaciones a las posibles diferencias.

Cada uno de los grupos hace saber al resto de la clase los resultados obtenidos. Se anotarán en una tabla.

A continuación construiremos una tabla de frecuencias donde iremos acumulando los resultados obtenidos por cada grupo, así tendremos los resultados de un proceso equivalente a haber repetido el juego muchas veces.

SUCEOS	Nº de Veces											
	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
Blancas												
Negras												
Rojas												

Expresamos esta misma tabla en porcentajes para poder analizar con cierta comodidad la evolución de los resultados del juego.

Analicemos ahora estos resultados gráficamente.

Dibuja unos ejes de coordenadas en un papel milimetrado.

Gradúa el eje horizontal de 30 en 30 para hacer referencia al número de extracciones.

En el eje vertical, pon la escala adecuada para representar la evolución de los valores de los porcentajes de cada color cuando van aumentando el número de extracciones. Por ejemplo de 10 en 10.

Seguidamente, por cada número de extracciones que consideres, marca los puntos que representen los porcentajes de bolas de cada color. Utiliza un color diferente para representar los puntos correspondientes a cada suceso.

Finalmente une los puntos de un mismo color y obtendrás el gráfico que muestra la evolución de los porcentajes de los sucesos estudiados en el juego.

A la vista del gráfico, contesta a las siguientes cuestiones:

a) Analiza la evolución de los porcentajes de cada suceso. ¿Crees que se estabilizan? Si es así, ¿alrededor de qué valor?

b) Compara estos valores de estabilización con los porcentajes que habías obtenido en las treinta extracciones de tu grupo. ¿Ha aparecido alguna diferencia que merezca la pena comentar? Si es así, intenta

justificarlas.

c) Sabrías justificar, a partir de las condiciones del juego, la razón por la cual estos valores y no otros hacia los que se estabiliza la proporción o el porcentaje de los diversos sucesos

d) Ahora, ¿Serás capaz de asignar a cada suceso un valor numérico que nos sirva para medir la posibilidad de que se produzca?

#### CUARTA FASE

##### "Actividades de introducción"

- Simula el lanzamiento de una moneda. Escribe los resultados de lanzar una moneda 20 veces.

- Simula el lanzamiento de un dado cúbico. Escribe los resultados de lanzar un dado 30 veces.

- Simula el sorteo de 3 premios entre los alumnos de tu clase. ¿A quién le ha tocado?

##### "La familia de 4 hijos"

En una familia de 4 hijos. ¿Cuál es la probabilidad de que los cuatro hijos sean:

- a) 0 hembras y 4 varones?.
- b) 1 hembra y 3 varones?.
- c) 2 hembras y 2 varones?.
- d) 3 hembras y 1 varón?.
- e) 4 hembras y 0 varones?.

##### "Fábrica de papas fritas"

Una fábrica de papas fritas coloca 9 figuras de animalitos distintos en las bolsas. Si las figuras se distribuyen al azar en las bolsas, estima el número medio de bolsas de papas fritas que un niño ha de comprar para coleccionar los 9 animalitos. Simula el experimento con una tabla de números aleatorios.

##### "POT"

Durante la promoción de un cierto producto POT se ofrece al consumidor la posibilidad de que consiga un ejemplar gratis cuando consiga reunir las letras de la marca. En cada artículo que se compra aparece una de las letras. ¿Cuántos artículos crees que deberá comprar un consumidor para conseguir premio?.

Diseña la experiencia teniendo en cuenta los intereses del fabricante.

## QUINTA FASE

### "Aplicando Laplace"

Analiza aplicando la Regla de Laplace las probabilidades de los sucesos de las actividades:

- "La carrera de caballos"
- "Par o impar"
- "Fracciones"
- "La bolsa de las bolas"
- "La familia de 4 hijos"

### "Dos hijos"

Una pareja piensa tener dos hijos, ¿qué es más fácil:

- a) tener VM o tener VV?
- b) tener un niño y una niña o tener dos niñas?

## SEXTA FASE

### "Método de Montecarlo"

El Método de Montecarlo, es una técnica matemática que permite obtener resultados deterministas, por ejemplo el valor aproximado del número pi, por un método aleatorio. La aproximación será tanto mejor cuanto más puntos aleatorios se tomen, con la condición de que se utilice una buena tabla de números aleatorios.

- Traza un cuadrado en una hoja de papel milimetrado.
- Toma dos de los lados como eje OX y OY respectivamente.
- La unidad de longitud es el lado del cuadrado.
- Subdivide el lado tomado como eje OX en diez partes iguales. Marca estas divisiones con la graduación 0,1 , 0,2 , 0,3 , 0,4 , 0,5 , 0,6 , 0,7 , 0,8 , 0,9 , 1.

- Haz lo mismo con el lado correspondiente al eje OY.  
- Con la ayuda de una tabla de números aleatorios dibuja en el cuadrado una nube de puntos aleatorios de la siguiente manera: a la tira de cuatro cifras 0655 asocia el punto de coordenadas

$$x = 0,06 \quad e \quad y = 0,55$$

Del mismo modo, a la tira 8453 se le asocia el punto de coordenadas

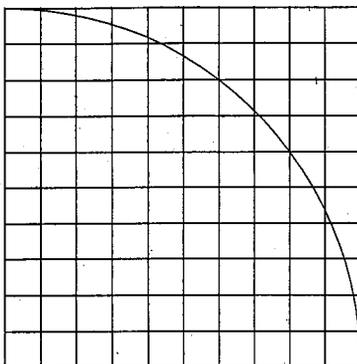
$$x = 0,84 \quad e \quad y = 0,53$$

Toma trescientas tiras de cuatro cifras con lo que obtendrás 300 puntos en el interior del cuadrado.

- Dibuja en el cuadrado anterior, una cuarta parte del círculo de centro O, el origen de coordenadas y radio 1, el lado del cuadrado.
- La razón entre el área de la cuarta parte del círculo ( $\pi/4$ ) y la del cuadrado (1) es aproximadamente igual a la razón entre el número de puntos contenidos en la cuarta parte del círculo y el número de puntos contenidos en el cuadrado.

- Cuenta los puntos que hay en la cuarta parte del círculo y obtén un valor aproximado de su área, así puedes obtener un valor aproximado del número Pi.

Pi.



#### CONCLUSIONES FINALES

El desarrollo de la experiencia ha permitido una mayor interacción profesor-alumno y ha propiciado la confrontación de pareceres con lo que ha mejorado el clima del aula.

Respecto al aprendizaje de los alumnos señalar que, de manera aceptable, se lograron los objetivos didácticos propuestos, fomentándose además la participación e integración en el aula, la autoconfianza ante la realización de una tarea, la disposición favorable hacia el trabajo y el respeto y la tolerancia ante las opiniones ajenas y el trabajo de los demás.

En cuanto al profesor, ha supuesto una mejora de su profesionalidad docente ya que ha tomado mayor conciencia sobre las necesidades de los alumnos/as, de su proceso de aprendizaje y de la evaluación del mismo.

#### BIBLIOGRAFIA

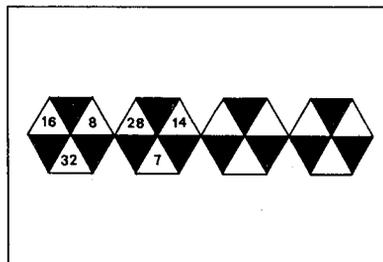
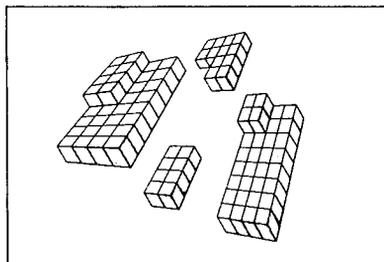
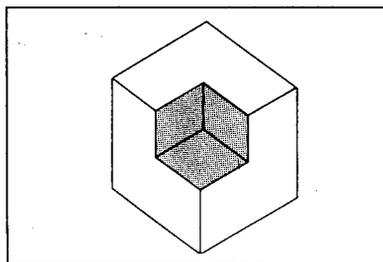
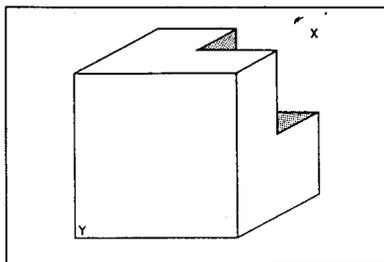
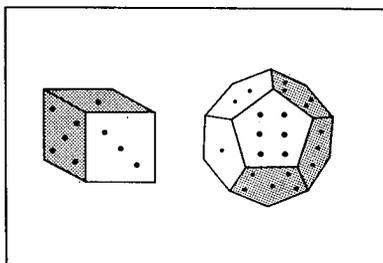
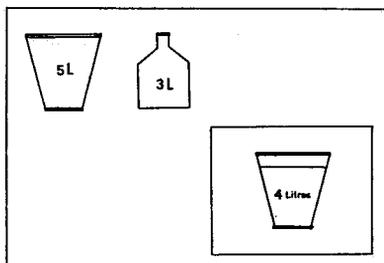
- AGUIAR; DE ARMAS; BALBUENA; GARCIA CRUZ; GARCIA DENIZ; LORENZO.  
Estudio sobre nociones y conceptos de azar entre alumnos de 12 a 18 años de edad.  
Canarias.
- ALSINET, Josep; BARCELO, Carles; GOMA, Antoni.  
Probabilitat-I. Fulls de treball.
- DIAZ GODINO, J.; BATANERO, M<sup>a</sup> C.; CANIZARES, M<sup>a</sup> J. (1991)  
Azar y Probabilidad.  
Editorial Síntesis. Nº 27. Madrid.
- DISEÑO CURRICULAR BASE CANARIO DE MATEMATICAS PARA LA E.S.O. (1991).  
(Borrador)

- DISEÑO CURRICULAR BASE PARA LA E.S.O. (1989)  
Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid.
- ENGEL, A. (1988)  
Probabilidad y Estadística. Vol. 1.  
Editorial Mestral Universidad. Valencia.
- GLAYMANN, M.; VARGA, T. (1973)  
Las probabilidades en la escuela.  
Editorial Teide. Barcelona.
- GRUPO CERO. (1988)  
De 12 a 16. Un proyecto de Curriculum de Matemáticas.  
Estructuras y materiales. Vol. I y II.  
Generalitat Valenciana. Conselleria de Cultura, Educació i Ciencia.
- INTERNATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICAL INSTRUCTION.  
Las Matemáticas en Primaria y Secundaria en el década de los 90.  
Kuwait 1986.  
Mestral Libros. Valencia.
- SCHOOL MATHEMATICS PROYECT 11-16. (1984)  
Cambridge University Press.

# La Matemática Recreativa

## vista por los alumnos

Luis Balbuena Castellano - M<sup>a</sup> Dolores de la Coba García



Desde Octubre 1989 hasta Febrero de 1990 recorrió todo el Archipiélago Canario la Exposición Itinerante "Horizontes Matemáticos". La organización del recorrido estuvo a cargo de la Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas que contó con el apoyo financiero de la Consejería de Educación del Gobierno de Canarias así como de los Cabildos Insulares de cada una de las islas y de los once Ayuntamientos de las ciudades que fueron sede de la Exposición.

Las diez mesas que provenían de París fueron enriquecidas con seis más, diseñadas íntegramente por profesores de centros de Canarias. Fue visitada por más de 30.000 alumnos de los niveles 7º y 8º de EGB y de Enseñanzas Medias y más de 3.500 personas no escolares.

Una de las actividades que se ofrecía a los escolares que la visitaban, era denominada "tómbola de problemas". Se presentaban 250 problemas distintos y los alumnos trataban de resolverlos. Al finalizar su visita, depositaban las soluciones en una urna.

Cuando la Exposición acabó su recorrido, había más de 6.500 respuestas que, no sin cierto esfuerzo, analizaron los autores de este libro, una a una, para poder ofrecer la visión que los alumnos tienen de este tipo de problemas.

Creemos que es un material interesante para el profesorado que desee disponer de una obra que le ayude y oriente, si quiere llevar a cabo en su clase actividades sumamente creativas y que "enganchen", basadas en la Resolución de Problemas.

