RESOLUCION DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES: ASPECTOS METODOLOGICOS (1)

M. Fernández Reyes

Colegio Pco. "Punta del Hidalgo"

"El planteo de una ecuación
es semejante a una traducción"
ISAAC NEWTON - Arithmetica Universalis

INTRODUCCION

La dificultad que suele encontrar el alumno para entender este tema creo que se debe, principalmente, a que se le presenta sin que, con anterioridad, se le haya ejercitado suficientemente en el uso del lenguaje matemático. Tal como ocurre en el aprendizaje del lenguaje ordinario en su consideración más plena, esto es, como instrumento sin el dominio del cual es imposible la aprehensión y expresión correcta de las ideas, es imprescindible aquí la adquisición y desarrollo de los hábitos de lectura y escritura. Los conceptos y algoritmos no llegan realmente a interiorizarse hasta tanto el alumno no sea capaz de expresarlos y leerlos en el código diáfano y preciso de la Matemática. Y, para ello, es necesario que, desde el mismo momento en que el niño toma el primer contacto con el mundo matemático, empiece a aprender su particular lenguaje.

De lo contrario, sólo podremos conseguir enseñarle una serie de recetas inconexas, comprensiblemente odiosas para él, que no sólo no le desarrollan la capacidad de abstraer,sino que,y esto es lo más grave,le irán incapacitando,lenta y cruelmente tarando,para lograrlo. Creo que es así de seria la cuestión.

Antes de seguir,y para evitar malentendidos,quiero dejar bien claro que no pretendo decir que lo bueno es meter al pobre niño de cabeza en el simbolismo matemático. ! Zenón,Eudoxio,Arquímedes,Descartes,Newton,Leibniz,Gauss,Lobatchewsky y el resto de los dioses me libren de caer en tal aberración! Que tan absurdo sería,como pretender enseñarle a decir "camión".....sin darle antes un camión y permitirle que juegue con él. Previo ha de ser,claro,que manipule-manosee,diría yo-los conceptos; acercarle a ellos dejándole recorrer a pie,cuantas veces quiera,el camino de su intuición y afán de descubrimiento. En otras palabras,haciendo, haciendo en su compañía,lo que hicieron y hacen los constructores de nuestra ciencia.

Es frecuente que profesores de 8º de E.G.B.,1º de F.P. o 1º de B.U.P. que comienzan su andadura en la enseñanza,se sorprendan de que a sus alumnos les resulte nuevo,por ejemplo,que dos números consecutivos se representen por x y $x+1$,o bien que,sabiendo cómo proceder para despejar x en $3.x=9$,no sepan qué hacer si se les propone la expresión $b+c=a.x$,con a,b,c conocidos.¿A qué se debe esto? ¿Cómo puede evitarse? Analicemos ambos ejemplos,elegidos entre gran cantidad de situaciones similares.

Cuando el niño está aprendiendo a seriar números,¿se le enseña que el consecutivo posterior de 5 se obtiene escribiendo y calculando "5+1", que es 6,ó simplemente aprende"que es 6"? Si,como primer paso,escribe 5+1,¿le será realmente difícil "jugar",a la misma edad,a representar los consecutivos de un entero cualquiera por x-1 y x+1? Hay quienes opinan, muchos,que esto es suponer en el niño un nivel de abstracción que no posee. He podido comprobar que no es así. Y creo que lo que es realmente inútil y desalentador para los alumnos es que,de repente,al cursar 7º u 8º,se les sumerja bruscamente en eso que ellos llaman,con terror,"lo de las x". Pero,además,¿no se da un nivel semejante de abstracción en, pongamos por caso,la asimilación de que un queso,un caballo y una braga puedan representarse indistintamente por 1? Y esto no supone ninguna tragedia para un niño de 5 ó 6 años.

Supongamos conseguido el que los niños de los primeros niveles vean con naturalidad el uso de un signo cualquiera para hacer referencia a una cantidad que no conocemos;signo que,por lo demás,puede ser elegido por la clase entre varios propuestos. Considérese también que al tiempo que se les ha enseñado el significado y automatismo de la multiplicación y de la división,se les ha pedido frecuentemente el cálculo de un factor desconocido,dados el otro y el producto. Pues bien,en estas condiciones,los niños no se rasgan las vestiduras si escribimos $3.x=12$ y les pedimos que deduzcan y expresen que,entonces,es $x=12:3=4$. ¡Niños tan tiernos resolviendo ecuaciones!,se me dirá. No. Niños a los que lenta y progresivamente,no sólo se les ha ido enseñando a ver "por dentro" el significado de la división,sino que,a la vez,han ido familiarizándose desde que entraron a la Escuela con la única herramienta carente de ambigüedades e imprecisiones. Por otro lado,aparte de que lo menos importante es que sepan que una expresión como la citada se llama ecuación, la identificación de este término con lo que representa no creo ofrezca más dificultad que aprender que $3.4=12$ se llama igualdad.

Una vez asimiladas por el alumno las cuatro operaciones y adquirido cierto dominio en el cálculo mental-que debe practicarse a diario-, puede proponérsele juegos consistentes en representar números determinados de todas las maneras que se le ocurran. Así,si llega a ver temprano que 2.5 es sólo una de las tantas caras del 10;que también 2.5 equivale a 6+4,11-1,20:2,... no habrá que insistir para que llegue a ver que en $a.x=b+c$ es $b+c$ el producto y,por tanto,como en el otro caso,el factor desconocido x es igual al cociente entre dicho producto y el factor a.

De esta manera,antes de llegar a 7º,la forma general de la ecuación de primer grado,$a.x+b=c$,no encerrará ninguún misterio para el alumno,lo que le permitirá resolver gran cantidad de problemas de Geometría y Física elemental. Y no verá diferencia, y esto es lo importante, en, por ejemplo, utilizar la fórmula del área del rectángulo tanto para calcular esta, como para determinar el valor de uno de sus lados.

Esto, a mi entender, es generalizar. Esto es aprovechar unos pocos conceptos, sólo los verdaderamente imprescindibles, para aplicarlos a situaciones diversas. Y esta generalización tiene una vía única de acceso: el lenguaje matemático.

EJERCICIOS PREVIOS

Todo lo anterior me ha evidenciado la necesidad de proponer siempre a mis alumnos una serie de ejercicios de consolidación de conocimientos y expresión matemática, antes de iniciar el tema. Su dificultad y número dependen, claro, de cómo sea su preparación en estos campos. Pero, en general, la idea central es partir de conocimientos muy elementales e ir comentándolos, ampliándolos y simbolizándolos. He aquí algunos ejemplos:

a) Traduce al lenguaje matemático las siguientes expresiones: "doble de 7"; "tercio de 8"; ......; "tres cuartos de 20"; "doble, de un número aumentado en 5"; "doble de un número, aumentado en 5"; ....; "dos números que suman (o difieren en) a; "dos números cuyo producto (o cociente) es a"; ....

b) Indica, y en su caso calcula, : "los 3/4 de 12, disminuidos en la mitad de 6"; "el perímetro de un rectángulo de lados x e y"; ......; "lo que me cuesta la compra de 3 kg de azúcar a 50 ptas el kg, 1 queso de 560 ptas y 3 botellas de aceite de 150 ptas"; "tenía x ptas., gané 1/5 de esta cantidad y, entonces, perdí los 3/4 de lo que había reunido"; ....

....

Todo esto, insisto, creo que debía haber sido tratado extensa y gradualmente desde un principio. No obstante, estamos obligados a hacerlo, en última instancia, en el último curso de E.G.B. o al comienzo de B.U.P. o F.P. No vale decir "esto tenían que saberlo ya", y seguir adelante. Porque, aunque consiguiéramos que nuestros alumnos llegaran a aprender medianamente el tema y superaran una evaluación, la trampa, tarde ó temprano, saldrá a la luz. Al respecto, siempre que he tenido que explicar la resolución de problemas de máximos y mínimos, he visto la dificultad que entraña para la mayoría de los alumnos el expresar, por ejemplo, una función de dos variables en función de una de ellas y un dato del problema. ¿Sería así si las cosas se hubieran generalizado desde un principio?

LA UTILIDAD DE ALGUNOS PROBLEMAS APARENTEMENTE INUTILES.

En los libros al uso suelen aparecer multitud de problemas que nos hacen dudar de que sirvan para algo. Son copia-a veces vil;sin ni siquiera cambiar los datos-de los viejos textos de Algebra. Me refiero a todos esos enunciados sobre compras de diversos objetos o mercancías, edades, etc.

Quizás su aparente inutilidad se deba a que no los tratamos en el momento y forma adecuados. En realidad se trata de simples ejercicios de *traducción directa* al lenguaje matemático, que se diferencian en muy poco de los problemas puramente aritméticos. Veamos un ejemplo y una posible manera de enfocarlo.

" Compré 3 kg de azúcar a 60 ptas el kg y 1 queso del que no recuerdo el precio. Pagué en total 680 ptas. ¿Cuánto me costó el queso? "

Creo que la única manera de que el alumno no vea en este problema algo totalmente diferente a lo que le fue propuesto en los primeros niveles (cálculo del gasto total), es que, en aquella ocasión, se le hubiera enseñado a escribir $3.60 + 500 = x$. De haber procedido así, al encontrarse con el "nuevo" problema vería claramente que, igual que antes, todo el secreto está en traducir lo que viene dado en palabras, y escribiría $3.50 + x = 680$, sin que tuviéramos que explicárselo.

Una vez más queda patente, al menos para mí, la necesidad de generalizar desde un comienzo y de ir familiarizando al niño con la lectura y escritura del lenguaje propio de la Matemática.

Si el lector ha encontrado algo de provecho en lo que ha tenido la amabilidad de leer, busque su continuación en NUMEROS, 7.

LECCIONES DE MATEMÁTICAS

1

SOCIEDAD CANARIA DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

LO ALTO Y LO BAJO

Autores

Manuel de Armas Cruz
Luis Balbuena Castellano
José R. Comes González
Juan Antonio García Cruz
Manuel García Mz. de Velazco
José Conrado González García
Juan Ramón Negrín Aguirre
Carlos Olano y Lorenzo–Cáceres
José A. Rupérez Padrón
Arnulfo L. Santos Hernández