

## Proyecto Newton. Matemáticas para La Vida

Manuel García Déniz

(Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas Isaac Newton. España)

---

### Resumen

El Proyecto Newton se encarga del fomento de la resolución de problemas en las aulas y surge en Canarias tras las necesidades matemáticas detectadas en el informe realizado por el Consejo Escolar de Canarias. En este trabajo se exponen las líneas generales de actuación que sigue el desarrollo de este proyecto.

### Palabras clave

Enseñanza matemáticas, resolución de problemas

---

### Abstract

Newton's Project deals with the promotion of problem solving in the classrooms that emerged in the Canary Islands after the mathematical needs identified in the report made by the School Council of the Canary Islands. In this work, the general lines of action followed by the development of this project are presented.

### Keywords

Teaching mathematics, Problem solving

---

La aparición de la Sociedad Canaria “Isaac Newton” de Profesores de Matemáticas supuso un cambio absoluto en el profesorado de Canarias y en el concepto del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Desde un primer momento se iniciaron una serie de actividades que giraban en torno a la resolución de problemas como eje de la actividad matemática en el aula.

Los Torneos han sido una herramienta de preocupación constante de la Sociedad. Primero con los alumnos de 2º de Educación Secundaria Obligatoria, más tarde también con los alumnos de Educación Primaria. Aunque se trabaja con alumnos seleccionados, la participación en los Torneos ha supuesto una gran movilización de alumnos y una preocupación de sus profesores para prepararlos adecuadamente.

Desde las primeras Jornadas anuales se decidieron una serie de temas que centrarían el trabajo de las diversas ponencias y talleres de las mismas. Uno de esos temas fue la preocupación por la resolución de problemas matemáticos. A tal fin fueron invitados grandes figuras de la educación matemática. Por aquí pasaron Claude Gaulin, Alan H. Schoenfeld, Martin Kindt, Miguel de Guzmán, Leone Burton, Malcolm Swan, David Fielker, David Tall, y un sinnúmero de ponentes extranjeros y nacionales de primera línea. Los llamábamos los “gallos”.

A partir de las Jornadas se organizaban seminarios permanentes que mantenían la preocupación y el trabajo constante para desarrollar las ideas que los “gallos” nos ofrecían cada año.

Uno de esos seminarios, coordinado por Martín Socas Robayna, creció al amparo de la Escuela de Magisterio de La Laguna y se convirtió en el Seminario de Didáctica de las Matemáticas con la conjunción de los profesores de Didáctica de la Facultad de Matemáticas y muchos profesores de



Educación Primaria en activo. De ahí salieron muchos manuales, talleres y cursos, así como comunicaciones y ponencias para las siguientes Jornadas.

Por mi parte, desde finales de los años 70, tomé conciencia de la necesidad de formarme adecuadamente para mejorar la enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas de mis alumnos. La asistencia a los cursos, a las Jornadas y al Seminario de Didáctica me pusieron en disposición de elaborar mi propia manera de entender el Proceso de Resolución de Problemas. Todo lo anterior más las lecturas correspondientes (Polya, Shell Center, ...) me llevaron a la posibilidad de dar algunos cursos como ponente en los CEP de Canarias, en la Escuela de Verano de Madrid o en algunas JAEM (Castellón, Badajoz, Madrid) o en el CEFOCOP de La Coruña, o en los CEP de la provincia de Sevilla. Esa circunstancia hizo que me esforzara en presentar un trabajo lo más correcto posible, como una sincretización de las aportaciones recibidas, y que pudiera ser llevado al aula de manera eficaz por los profesores asistentes, con todas ayudas metodológicas posibles.

Más tarde, a raíz de un curso realizado en el CEP de La Laguna, se constituyó el Seminario de Resolución de Problemas bajo el amparo y apoyo de la Sociedad "Isaac Newton. Este Seminario ha mantenido durante muchos años la formación de los profesores de matemáticas que quieren cambiar en su clase la manera de realizar la resolución de problemas.

El Consejo Escolar de Canarias analiza los resultados de las pruebas externas PISA en un Informe publicado en 2011.

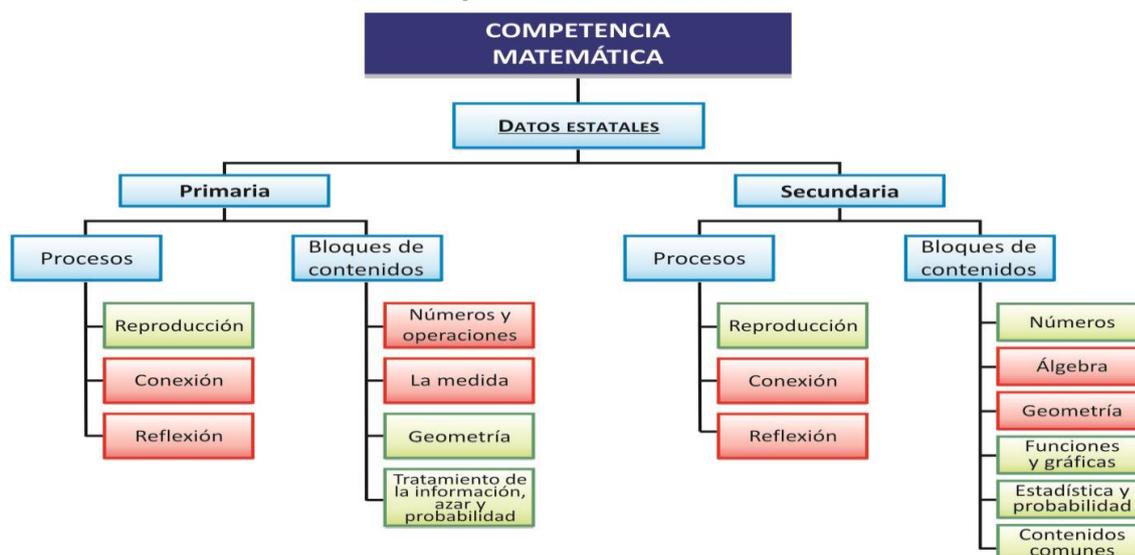
En él se exponen los resultados adversos de las evaluaciones sobre competencias matemáticas realizadas en Canarias, que evidenciaron la necesidad de hacer un replanteamiento sobre cómo trabajar eficazmente las matemáticas en la Escuela.

En matemáticas la media en los países evaluados fue de 496, mientras que la media de España es significativamente inferior, 483. Los estudiantes canarios obtuvieron 435 puntos, 61 puntos por debajo de la media de la OCDE. Los resultados muestran que existe un porcentaje de alumnado muy escaso que domine las habilidades y las destrezas matemáticas con notable eficacia. Canarias presenta una de las puntuaciones más bajas en relación al resto de Comunidades Autónomas y de países de la Unión Europea.

El Consejo Escolar de Canarias decide no sólo presentar su Informe sino actuar en consecuencia, para lo cual acude a la Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas para mostrar su preocupación y pedir ideas que permitan afrontar la situación y resolver esa situación de inferioridad. En una reunión de miembros y técnicos del Consejo con expertos de la Sociedad se decide pasar a la acción y surge como acuerdo el diseño del "Proyecto Newton: Matemáticas para la Vida".

El objetivo del Proyecto es generar un cambio real, efectivo y generalizable en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, trabajando los procesos competenciales de razonamiento, conexión y reflexión en la resolución de problemas. Asimismo, se favorecerá la traducción de lo aprendido en nuevos modelos de enseñanza activa con el alumnado y, a su vez, se promoverá que el profesorado formado actúe como formadores de otros, creando una red de intercambio e innovación entre docentes.

### Procesos y bloques de contenidos que se evalúan en la Competencia matemática



Fuente:

-Informe de Resultados de la Evaluación General de Diagnóstico 2009, para el 4.º curso de Educación Primaria. Instituto de Evaluación.

-Informe de Resultados de la Evaluación General de Diagnóstico 2010, para el 2.º curso de Educación Secundaria Obligatoria. Instituto de Evaluación.

Elaboración: Consejo Escolar de Canarias (CEC).

Como primer paso se forma una Comisión Técnica de implementación y seguimiento del Proyecto, en la cual participan de manera activa el Consejo, la Sociedad, la Universidad de La Laguna y la Consejería de Educación. Hay miembros y técnicos del Consejo, profesores en activo, expertos en didáctica de la matemática, asesores de los Centros de Profesores y miembros de la Inspección Educativa.

El proyecto se propone generar un cambio real, efectivo y generalizable en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas centrando la atención en las estrategias de resolución de problemas. La clave del proyecto está en la formación específica del profesorado, que se realiza en los mismos centros, y consigue que cada profesor, así formado, traduce lo aprendido en nuevos modelos de enseñanza activa de las estrategias de resolución matemática de problemas. A su vez, el proyecto promueve que los profesores ya formados sean formadores de otros, creando así una red de intercambio de saberes didácticos concretos y de innovación entre docentes. Por otro lado, también la familia está contemplada en el Proyecto. Las familias reciben sesiones divulgadoras sobre la resolución de problemas y les ofrece como recurso su propio blog. En este blog tienen a su disposición semanalmente un problema para resolver en familia.

Después de una fase de preparación el “Proyecto Newton: Matemáticas para la Vida” comienza su fase experimental a partir del año 2012 con dos Centros Públicos de Educación Primaria correspondientes a dos zonas de Inspección diferentes, situadas ambas en el norte de la isla de Tenerife. En el siguiente curso se mantienen ambas zonas y se amplía el número de Centros experimentales en cada una de ellas. En los dos años siguientes se amplían las zonas de Inspección y el número de Centros. Se realizan acciones de evaluación a los alumnos, acudiendo a grupos de control rigurosamente seleccionados. Se realizan encuestas de opinión con el profesorado participante. Se ponen en marcha acciones encaminadas hacia las familias de los alumnos, entre ellas el blog de las familias:



<http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/edublogs/proyectonewton/category/principal/>

## El proceso

La formación de los profesores en el proceso y las técnicas de resolución de problemas es la clave de la transformación del trabajo en el aula. Esa formación se distribuye en los siguientes apartados:

El proceso de resolución de problemas. Fases del proceso.

Los problemas. Características de un buen problema.

Las competencias en el proceso.

Las estrategias. Tipos. Estrategias básicas. Estrategias específicas y auxiliares.

Las herramientas lógicas. Los diagramas.

La metodología de la resolución de problemas.

Ejemplificaciones.

La Resolución de Problemas en el Proyecto Newton trata de cuatro procesos básicos secuenciados: “comprender”, “pensar”, “ejecutar” y “responder”.

La fase de “comprender” consiste primordialmente en la búsqueda de los datos en el enunciado del problema, en su enumeración, análisis y clasificación, así como en la determinación del objetivo que pretende el problema, es decir, la pregunta que plantea.

También debe establecerse la conexión entre el objetivo y los datos (relación), esta conexión permite determinar la coherencia de dichos datos con el objetivo, eliminar así los datos no coherentes (no necesarios) o buscar los que no están explícitos.

En la fase de “pensar” se desarrolla la representación (diagrama de árbol, de doble entrada, de partes/todo, tabla de verdad, diagrama lineal, etc.) y el análisis de lo obtenido en la fase anterior (el objetivo del problema y los datos explícitos o implícitos conexos con el objetivo), obteniendo así la estrategia más conveniente para alcanzar el objetivo del problema, es decir, para responder a la pregunta que formula.

En la fase de “ejecutar” se transforma el diagrama o representación obtenido en la fase anterior, para representar matemáticamente la situación y para desarrollar esa forma matemática inherente a la relación entre datos del problema y objetivo. El uso en esta fase de un procedimiento matemático determinado (lógica, números, álgebra, etc.) dependerá de la estrategia seleccionada para explicitar la estructura de la información inicial (datos) y su relación con el objetivo.

Finalmente, en la fase de “responder” se vuelve a conectar con el contexto (con el planteamiento del problema y con su lenguaje) para verificar la corrección de la respuesta encontrada en la fase anterior y para verificar igualmente la coherencia de la respuesta con el objetivo a alcanzar, es decir, para verificar si realmente se responde a la pregunta que el problema planteaba.

Los desafíos matemáticos planteados a los alumnos por medio de los problemas están siempre relacionados con temas de su interés, con el fin de conectar el aprendizaje de la competencia de resolución de problemas con su vida real.

La dinámica básica de trabajo en el aula consiste en presentar un problema a un grupo de cuatro alumnos para ser resuelto entre todos. Posteriormente se debate el resultado obtenido con los demás grupos. Este procedimiento fuerza a los alumnos a que aporten una fundamentación lógico-matemática de las respuestas obtenidas, así como a que consigan el descubrimiento autónomo de relaciones y tomen decisiones igualmente autónomas.

Esta metodología favorece un escenario de aprendizaje cooperativo, en el cual el profesorado actúa de observador e interviene en situaciones claves para motivar y orientar las respuestas; todo ello con el objetivo de potenciar la autonomía del alumnado.

La competencia matemática es la capacidad personal para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a las personas a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos.

La competencia matemática es una capacidad que se relaciona con el éxito en la educación futura, la vida cotidiana y el trabajo, ya que permite al individuo participar de manera eficaz en la sociedad.

Se considera esta competencia necesaria para que el individuo pueda alcanzar un pleno desarrollo personal, social y profesional, a la vez que favorece los procesos de aprendizaje, motivación por aprender y transferencia a nuevas situaciones de la vida real. Los contenidos a tratar en matemáticas por el alumnado de ESO se agrupan en bloques en los cuales deben desarrollar habilidades como la resolución de problemas, realización de críticas sobre las soluciones ofrecidas por los demás, expresión verbal de procesos y resultados, reconocimiento de relaciones, utilización de lenguaje matemático y trabajo en equipo, entre otras.

Para resolver problemas el alumnado debe poner en marcha cuatro grandes procesos cognitivos. Estos procesos son: traducción del problema, integración del problema, planificación y supervisión de la solución, y ejecución de la solución.

Se debe animar al alumnado a determinar cuál es la información relevante del problema y dónde se localiza en el enunciado, fomentando a su vez la localización de la información irrelevante para que posteriormente se ignore. El alumnado debe extraer las variables relevantes del problema y establecer una relación entre ellas.

Según Polya, uno de los principales logros en la resolución de un problema es concebir la idea de un plan, y consecuentemente desarrollar los procesos relacionados con la resolución de problemas: comprender, pensar, ejecutar y responder. Por último, se procede a ejecutar el plan para llegar a la solución.

En el Proyecto Newton (Consejo Escolar de Canarias, 2015) se concibe la resolución de problemas según las cuatro fases de Polya y Schoenfeld: comprender, pensar, ejecutar y resolver. Estas cuatro fases equivaldrían a las fases propuestas de traducción e integración del problema, planificación, ejecución de la solución y supervisión de la solución, respectivamente.



En la fase de comprender el alumnado debe buscar los datos (información conocida, invariante y objetiva), determinar el objetivo del problema (información que se debe buscar) y establecer relaciones entre ambos. En esta primera fase también el alumnado puede realizar una representación gráfica en forma de diagrama que contenga toda la información de la que dispone.

Seguidamente se debe pasar a la fase de pensar en la cual se elige una estrategia entre tres básicas (modelización, ensayo y error y organización de la información), cuatro específicas (buscar patrones, eliminar, ir hacia atrás y generalizar) o dos auxiliares (simplificar y analogía) para resolver el problema.

A continuación en la fase de ejecutar el alumnado realiza las acciones que la propia estrategia le indica, lo cual implica diseñar o recuperar un diagrama y llegar a una solución.

Por último en la fase de responder se debe hacer una comprobación de la respuesta y analizar el tipo de solución a la cual se ha llegado para luego elaborar una respuesta (solución comprobada y analizada, redactada en los términos del problema).

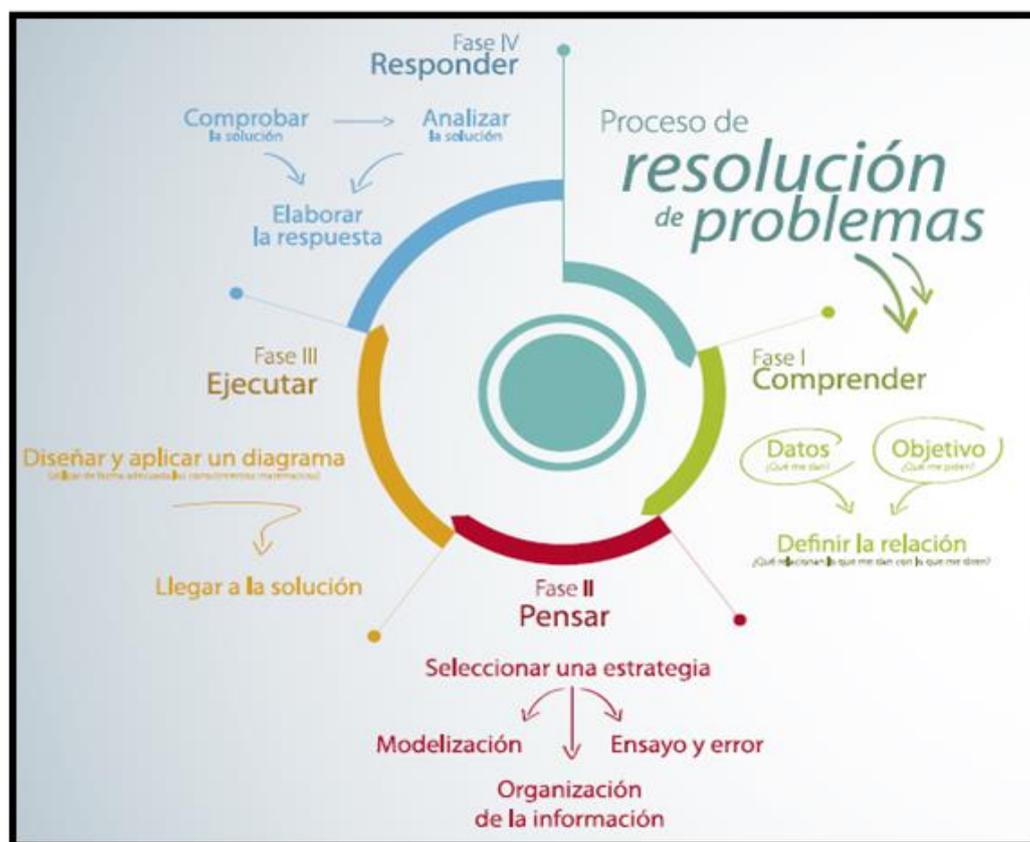


Figura 1. Fases de la resolución de problemas (Polya y Schoenfeld)

En el Proyecto Newton se llevan a cabo dos tipos de acciones formativas. Una dirigida al profesorado de Educación Infantil y 1º y 2º de Educación Primaria, donde se trabaja el cálculo mental utilizando material tangible como las regletas. Y otra dirigida al profesorado de 3º a 6º de Educación Primaria y de Educación Secundaria Obligatoria, en las cuales se trabaja la Resolución de problemas siguiendo las cuatro fases de Polya y Schoenfeld, anteriormente explicadas.

El objetivo de la acción formativa es el dominio práctico de los contenidos. La dinámica utilizada para las sesiones formativas, tras unas primeras sesiones más de tipo conceptual y de fundamentación, tienen un carácter eminentemente aplicado. Por una parte, se presentan problemas para que el profesorado pueda trabajarlos con la clase. Estos problemas se resuelven con el formador de formadores de todas las maneras posibles, haciendo especial hincapié en cómo se debe dinamizar cada una de las fases con el alumnado. Asimismo, se van solventando las dudas que puedan suscitarse. En este momento el profesorado debe asumir el rol de alumnado, enfrentándose a diversos problemas que deberá resolver siguiendo la metodología del Proyecto para, finalmente, llevar al aula lo aprendido en la sesión formativa. Por otra parte, el profesorado narra su propia experiencia sobre la resolución de problemas, exponiendo las dificultades que se ha encontrado en la implantación de la metodología en el aula y se resuelven las dudas que se hayan podido generar.

Además, el profesorado es instruido para la búsqueda activa de problemas, adaptándolos a su grupo (nivel y edad de su alumnado). Debe analizar y resolver diferentes problemas, para así confeccionar una batería amplia y clara de problemas que tendrá a su disposición.

El formador también pone énfasis en la actitud que debe mostrar el profesorado en el aula. Se insiste en que éste debe incitar a la búsqueda de soluciones o proponer nuevas preguntas que hagan avanzar en el proceso, dando positividad a todas las respuestas e incitando a una mayor argumentación en caso de ser necesaria. Además debe estar atento al modo de trabajar de cada alumno, interviniendo en el proceso solo cuando sea necesario. El profesor debe preparar con esmero los problemas que presenta en el aula, teniendo previstos los posibles errores que puedan cometerse en su resolución y la manera en la que podría encarrilar de nuevo el proceso para llegar a la solución correcta del problema.

Por otro lado, según el tiempo de participación en el Proyecto cabe destacar tres tipos de modelos a la hora de llevar a cabo las acciones formativas con el profesorado participante.

En los centros de nueva incorporación se realizan tres sesiones formativas trimestrales (nueve sesiones formativas anuales) de las cuales las primeras son de tipo más conceptual. Para ello se le explica al profesorado en qué consiste la metodología del Proyecto haciendo especial hincapié, en el caso de Secundaria, en las cuatro fases de Resolución de Problemas: *comprender, pensar, ejecutar y responder*. Las siguientes sesiones son de tipo más práctico. En ellas, como se ha indicado con anterioridad, se practican problemas desde la metodología del Proyecto y se le proporciona al profesorado todo el material necesario para llevar la metodología al aula. En este modelo de acción formativa la última sesión se dedica a una jornada de puesta en común entre varios centros de la zona, en la cual los profesores presentan lo trabajado en clase.

A partir del segundo año de participación se realizan una o dos sesiones trimestrales dependiendo del nivel de demanda del profesorado, centradas básicamente en el contenido práctico de resolución de problemas y la exposición de la experiencia del profesorado en la implementación del Proyecto en el aula.

Finalmente, a partir del tercer año de participación se realizan también una o dos acciones formativas trimestrales, pero con el contenido demandado por el propio profesorado implicado en el Proyecto. Esto supone que, a medida que el centro se va consolidando con el Proyecto, el profesorado obtiene la destreza suficiente para realizar el trabajo con el alumnado de manera autónoma. De hecho, varios profesores y profesoras “expertas” se implican voluntariamente en la formación del profesorado de nueva incorporación.



Cabe mencionar que todas las sesiones formativas con el profesorado tienen una duración aproximada de tres horas y se imparten en horario de tarde en un centro céntrico de la zona.

A su vez, dentro de las acciones formativas cabe diferenciar entre las sesiones formativas dirigidas al profesorado participante y las sesiones formativas que se llevan a cabo en el aula con el alumnado, donde el formador de formadores tiene una sesión de resolución de problemas con el alumnado que participa en el Proyecto. Estas sesiones prácticas con el alumnado tienen como objetivo servir de modelo a los profesores, que están presentes como “observadores”, sobre cómo se debe trabajar con el alumnado desde la metodología del Proyecto. En definitiva, se intenta mostrar al profesorado cómo debe llevar al aula la acción formativa.

Por último, se le pide al profesorado que dedique al menos una sesión semanal a la implantación de la metodología propia del Proyecto en el aula.

Los materiales utilizados para las sesiones formativas son pizarra blanca, proyector de diapositivas, ordenador y diversos materiales como geoplanos, regletas, bloque lógicos, etc. Además del uso de la plataforma Moodle, en la cual se cuenta con una recopilación de problemas que el profesorado puede trabajar en clase con sus alumnos y alumnas, además del contenido resumido sobre las sesiones formativas.

Al finalizar el curso 2016-2017, la Comisión Técnica entendió que era imposible con los medios disponibles la generalización del Proyecto a todos los Centros Educativos de Canarias. Se planteó a la Consejería de Educación la necesidad de tomar el Proyecto como parte de los Proyectos de Innovación Educativa de dicho organismo. Se aconseja integrar en el Proyecto los tres movimientos de renovación didáctica que se desarrollan en el seno de la Sociedad “Isaac Newton”: el Seminario de Matemáticas Activas “Isaac Newton”, el movimiento OAOA y el Proyecto Newton de Resolución de Problemas, integrados bajo la denominación **Proyecto “Matemáticas Newton Canarias”**.

La idea básica es resolver problemas de matemáticas para aprender matemáticas, donde los contenidos matemáticos que intervienen o invita el problema serán construidos y trabajados con dichos enfoques. Además, este proyecto tendrá otra línea de metodología basada en las TIC, concretamente se abordará el pensamiento computacional con el entorno de programación SCRATCH, y la construcción dinámica de los conceptos matemáticas o resolución de problemas con GEOGEBRA. Se trabajarán los modelos mecánicos, el uso de la calculadora como herramienta para la investigación, el móvil como herramienta de interacción en la clase y fuera de ella y, finalmente, la hoja de cálculo como instrumento en la creación de las tablas y la programación del contenido de sus columnas. Todo ello como herramientas fundamentales en la aplicación de la estrategia de MODELIZACIÓN en el proceso de resolución de problemas.

La Consejería acepta la propuesta y la pone en marcha con una convocatoria pública de participación en el Proyecto para el curso 2017-2018. En este momento se ha terminado el actual curso con el Proyecto implantándose en 14 zonas educativas, correspondientes a las siete islas. Con una participación de más de 60 Centros de Infantil, Primaria y Secundaria.

La acción formativa se lleva a cabo en dos grupos de trabajo. En el primer grupo, a los docentes de Educación Infantil y Primer Ciclo de Primaria se les inculca una metodología centrada en el desarrollo lógico-manipulativo mediante el uso de las Regletas de Cuisenaire (Martín-Adrián, 1999). El uso de dicho recurso está destinado, básicamente, a que el alumnado aprenda la descomposición de los números e iniciarlos en las actividades de cálculo. El disponer de un material como son las regletas (juego de piezas de diez tamaños, de 1 a 10 cm., y diferentes colores) permite que su aprendizaje se transforme en algo tangible y manipulable, tan necesario en estas primeras etapas del aprendizaje, y

propicia la representación y el cálculo mental en el alumnado. Desde esta metodología educativa, se hace especial énfasis en estimular la autonomía del alumno, permitiendo la confrontación de los puntos de vista que éstos tienen respecto a un tema en concreto. De este modo, se acrecienta la capacidad del alumnado de razonar a niveles progresivamente mayores, se les anima a que tengan sus propias opiniones y se estimula que ellos mismos decidan cuando hay otra idea mejor, llegando de esta manera a las respuestas correctas (Kamii, 1994, 2012; Kamii y Russell, 2010, 2012).

En el grupo de Segundo y Tercer Ciclo de Primaria, la metodología estará centrada en la resolución de problemas. Ésta constituye uno de los ejes principales de la actividad matemática, caracterizada por presentar desafíos intelectuales, donde el alumnado se enfrenta, con su propio pensamiento, a situaciones o problemas abiertos, de ingenio, en los que existan datos innecesarios, soluciones múltiples, etc. Resolver problemas reales próximos a su entorno le ayudará a construir su razonamiento matemático. Según Polya (1987) la competencia matemática se desarrolla mediante los procesos implicados en la resolución: Comprender (leer comprensivamente), Pensar (debatir en grupo de iguales, seleccionar estrategias), Ejecutar (establecer un plan de trabajo, revisarlo y modificarlo si es necesario) y Responder (utilizar mecanismos de autocorrección). La fase de Comprender se basa en la búsqueda de los datos, su enumeración, análisis y clasificación, así como la determinación del objetivo y la conexión entre ambos (relación), que permite determinar su coherencia y eliminar así los datos no necesarios o buscar los que no están explícitos. En la fase de Pensar se desarrolla la representación (diagrama de árbol, de doble entrada, de partes/todo, tabla de verdad, diagrama lineal, etc.) y el análisis de lo obtenido en la fase anterior, investigando las situaciones implicadas para mejorar el conocimiento de todos esos elementos y poder decidir qué estrategia es más conveniente. En la fase de Ejecutar se transforma el diagrama ya utilizado para representar matemáticamente la situación. El uso del lenguaje matemático a utilizar (lógica, números, álgebra, etc.) dependerá de la estructura de la información inicial y su relación con la estrategia seleccionada. Finalmente, en la fase de Responder se vuelve a conectar con el contexto para verificar la corrección de la respuesta encontrada y la coherencia con el objetivo a alcanzar, así como un posible desarrollo posterior que profundice en la situación inicialmente planteada (Rupérez y García-Déniz, 2006, 2012a, 2012b). Los desafíos matemáticos han de resultar atractivos, capaces de focalizar la atención del alumnado en actividades de su interés. Se ha de impulsar una dinámica de trabajo autónoma, debatiendo, aportando fundamentación, descubriendo las relaciones e ideas por sí mismos, tomando decisiones y elaborando la respuesta en equipo. Este clima requiere tiempo y paciencia por parte del profesor, preparación minuciosa de las actividades, intervención mínima, aportando pautas y no respuestas, observando continuamente a los alumnos y tomando notas de sus intervenciones.

Veamos el tratamiento del Proyecto Newton con un ejemplo de problema:

## EL ÁLBUM DE FOTOS.

Elisa ha colocado en un álbum las fotos hechas durante las vacaciones.

Las fotos son 80 y Elisa las ha dispuesto en 29 páginas: en algunas páginas ha colocado 4 fotos y en otras 2 solamente.

¿Cuántas son las páginas con 4 fotos y cuántas con 2 en el álbum de Elisa? Explicad cómo habéis hallado la respuesta.



## PROCESO DE RESOLUCIÓN

### Comprender

#### Datos

80 fotos, dispuestas en 29 páginas.

Objetivo: Cuántas páginas tienen 4 fotos y cuántas tienen 2.

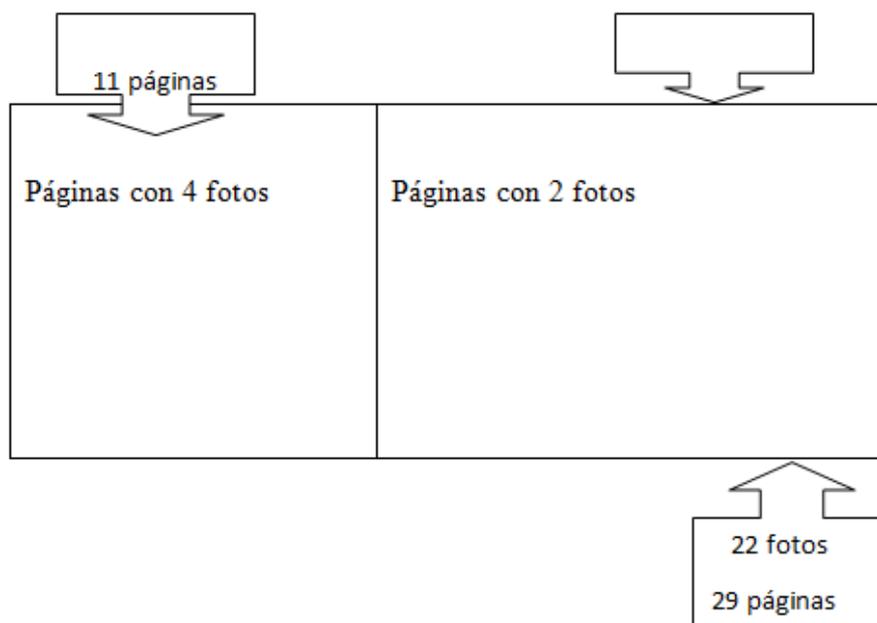
Relación: Algunas páginas tienen 4 fotos y otras 2 solamente.

Diagrama: Una tabla simple para ensayos.



Nº de páginas	Páginas con 2 fotos	Páginas con 4 fotos	Total de fotos	TOTAL
29				80
29				80
29				80

Un diagrama partes/todo, para organizar.



### Pensar

Entender que todas las páginas deben contener al menos 2 fotos (esto hace que haya al menos  $58 = 2 \times 29$  fotos)

### Estrategia

Organizar la información aritméticamente.

Organizar la información algebraicamente.

Ensayo y error.

Modelización.

### Ejecutar

#### Por Ensayo y error.

Determinar los números buscados mediante ensayos; desde una simple lista de ensayos sucesivos hasta pruebas progresivas en forma de tabla.

Nº de páginas	Páginas con 2 fotos	Páginas con 4 fotos	Total de fotos	TOTAL
29	15 ( $15 \times 2 = 30$ )	14 ( $14 \times 4 = 56$ )	$30 + 56 = 86$	80
29				80
29				80

Los siguientes ensayos deberán disminuir el número total de fotos hasta llegar a 80. Evidentemente, eso se conseguirá disminuyendo el número de páginas con 4 fotos y aumentando el de páginas con 2 fotos, de tal manera que la suma de ambas siga siendo 29.

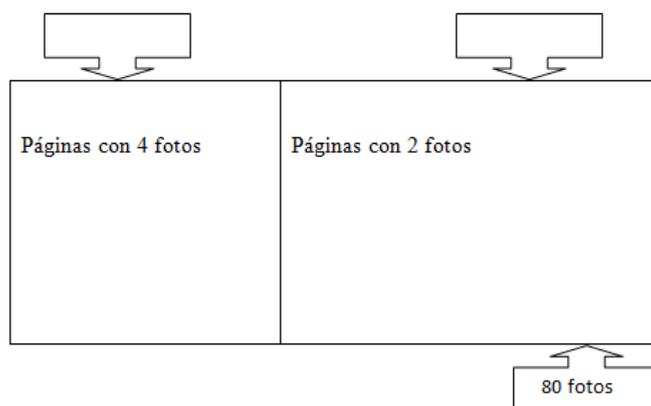
Nº de páginas	Páginas con 2 fotos	Páginas con 4 fotos	Total de fotos	TOTAL
29	15 ( $15 \times 2 = 30$ )	14 ( $14 \times 4 = 56$ )	$30 + 56 = 86$	80
29	16 ( $16 \times 2 = 32$ )	13 ( $13 \times 4 = 52$ )	$32 + 52 = 84$	80
29	17 ( $17 \times 2 = 34$ )	12 ( $12 \times 4 = 48$ )	$34 + 48 = 82$	80
<b>29</b>	<b>18</b> ( $18 \times 2 = 36$ )	<b>11</b> ( $11 \times 4 = 44$ )	$36 + 44 = \mathbf{80}$	<b>80</b>
29				80

La lectura de la última fila nos da la solución

#### Por Organizar la información aritméticamente.

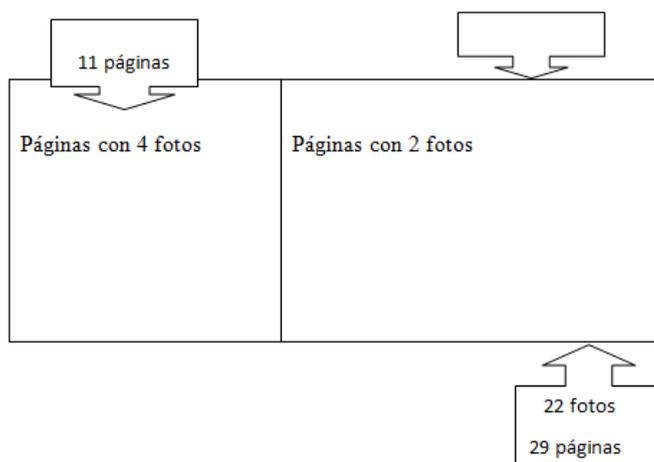
Llenar las 29 páginas con 2 fotos cada una.  $29 \times 2 = 58$





Comprender que deben retirarse del número total de imágenes el número (58) de las utilizadas para llenar 29 páginas con 2 fotos ( $80 - 58 = 22$ ). Ese es el resto de fotos que quedan por colocar.

Ese resto, dividido por 2 (2 fotos en cada página), da el número (11) de páginas con 4 fotos.

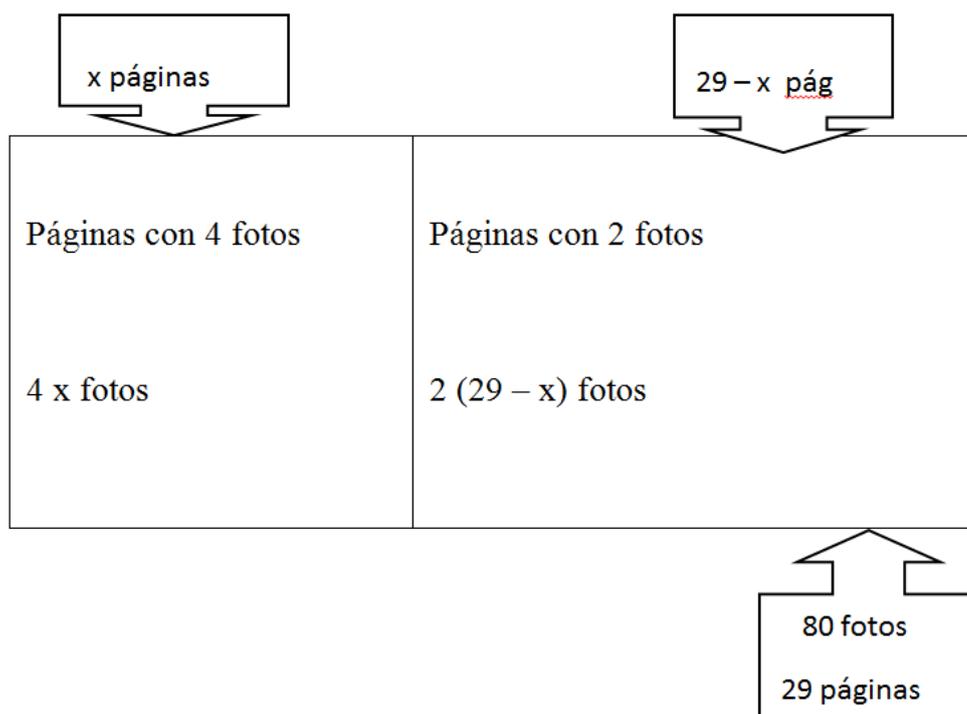


Deducir que el número de páginas con 2 fotos es de 18 ( $29 - 11 = 18$ ).  
**Por Modelización.**

Una reproducción en cartulina o sobre el piso del diagrama partes/todo. 80 tarjetas o estampas que hacen de fotos. Se procede de igual manera que en la estrategia anterior: Organizar la información.

**Por Organizar la información algebraicamente.**

La etiqueta correspondiente al número de páginas con 4 fotos será  $x$ :



Basta el planteamiento de una ecuación:

$$4x + 2(29 - x) = 80$$

Que resuelta:

$$4x - 2x = 80 - 58$$

$$2x = 22$$

$$x = 11 \quad \rightarrow \quad 29 - 11 = 18$$

### Solución

Hay 11 páginas con 4 fotos y 18 con 2 fotos.

## Responder

### Comprobación

Bastará con realizar los cálculos:  $11 \times 4 + 18 \times 2 = 44 + 36 = 80$  y  $11 + 18 = 29$  para ver que se cumplen las condiciones del problema.

### Análisis

La solución es única. Cualquier otra situación que se piense resultará ineficaz.



Respuesta

El álbum de Elisa tiene 11 páginas con 4 fotos y 18 con 2 fotos.



#### OTRO PROBLEMA A MODO DE EJEMPLO:

##### LA COLECCIÓN DE LEO 1

Leo ha guardado todas las velitas de sus tartas de cumpleaños desde la edad de 1 año hasta hoy. Cada año, las velitas colocadas sobre la tarta eran nuevas.

Hoy Leo tiene 91 velitas.

**¿Cuál es su edad?**

Explicad cómo habéis hallado la edad de Leo.

*(9º Rally Matemático Transalpino)*