NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 74, julio de 2010, páginas 57–74

Análisis de la introducción de los números decimales en un libro de texto

Patricia M. Konic (Universidad Nacional de Río Cuarto- Argentina)
Juan D. Godino (Universidad de Granada- España)
Mauro A. Rivas (Universidad de Los Andes- Venezuela)

Fecha de recepción: 22 de diciembre de 2009
Fecha de aceptación: 28 de febrero de 2010

Resumen El libro de texto constituye uno de los referentes básicos para la organización de un proceso de enseñanza. Consideramos que debe ser objeto de revisión permanente para evaluar su pertinencia disciplinar y didáctica, identificar aspectos potencialmente conflictivos, y promover su adecuación a la labor de enseñanza y aprendizaje. En este artículo presentamos un análisis de una lección de un texto de matemáticas para cuarto curso de primaria, con el propósito de determinar el grado de adecuación del mismo para la introducción de los números decimales en dicho nivel escolar. El análisis de la lección, basado en un referente teórico, construido a partir de resultados de investigaciones sobre la didáctica de los números decimales, permite reflexionar sobre un uso pertinente del libro de texto.

Palabras clave Libro de texto, número decimal, dimensiones de análisis, conflictos potenciales.

Abstract The text book constitutes one of the basic references for the organization of a teaching process. We consider that it must be permanent revision object for evaluating its disciplinal and didactical appropriateness, in order to identify potentially conflicting aspects, and to promote its adjustment suitable to the labour of teaching and learning. In this article we presented an analysis of a lesson of a text book of mathematics for fourth course of primary school, in order to determine its degree of appropriateness for the introduction of the decimal numbers in this level of instruction. The analysis of the lesson, based on a theoretic referring, constructed from results of investigations on the didactics of the decimal numbers, allows reflecting on a pertinent use of the text book.

Keywords Text book, decimal number, dimensions of analise, potential conflicts.

1. Introducción

Las orientaciones curriculares y las investigaciones didácticas proponen el desarrollo de competencias a lograr por los alumnos de primaria en cuanto a los números decimales. En principio podemos suponer que los libros de textos interpretan, desarrollan y aplican las orientaciones curriculares, y tienen en cuenta las experiencias e investigaciones didácticas realizadas sobre los contenidos matemáticos abordados.

En este trabajo nos planteamos las siguientes cuestiones, ¿En qué medida concuerdan los libros de texto de educación primaria con los resultados de las investigaciones didácticas en el tema de los números decimales? ¿Qué aspectos se podrían mejorar? Las respuestas a estas cuestiones, que aquí concretamos en el análisis de una lección de un único libro de texto[1], pueden ser de utilidad para los profesores que usen los textos como referente en sus clases sobre los números decimales. El propósito es ilustrar un modo de análisis que permita identificar los contenidos tratados, tipos de problemas usados para introducir las nociones, representaciones, elementos conceptuales, procedimentales, propiedades y modos de argumentación, así como la presencia de posibles conflictos potenciales.

El análisis se realiza sobre una lección[2] introductoria al tópico números decimales, en un texto de matemática para cuarto grado de la escolaridad primaria (Peña, Aranzubía y Santaolalla, 2008). Presentamos una descripción global de la lección, tras lo cual se realiza un análisis sistemático utilizando algunas herramientas teóricas del "enfoque ontosemiótico" del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) (Godino, Batanero, Font, 2007; Godino, Font y Wilhelmi, 2006).

Este artículo lo organizamos en tres secciones. En la primera sección hacemos una síntesis de conocimientos didácticos derivados de las investigaciones sobre el estudio de los decimales en la escolaridad elemental. En la segunda sección abordamos el estudio sistemático de las distintas secciones del libro y en la última sección incluimos algunas reflexiones finales y recomendaciones para el docente.

2. Conocimientos didácticos para la enseñanza de los números decimales

En esta sección describimos conocimientos didácticos, implicados en un proceso de estudio y que han sido observados en investigaciones en torno a la didáctica de los números decimales. La descripción atiende a cuestiones de naturaleza epistémica (contenido matemático); cognitiva (conocimientos de los estudiantes y cuestiones de aprendizaje); instruccional (modos de organizar la enseñanza y el uso de recursos) y ecológica (aspectos curriculares y relaciones con otras áreas y temas) Godino, Batanero y Font (2007).

La importancia del estudio de estos números en la escolaridad obligatoria es ampliamente reconocida; por un lado, por la necesidad de medir de manera aproximada cantidades continuas, lo que supone abordar un problema de interés práctico (Centeno, 1988; Ferrari, 2006). Por otro lado, desde una perspectiva teórica, la matemática va exigiendo de una generalización que permita ir solucionando tanto las limitaciones que cada teoría muestra para determinados avances, como la necesaria descontextualización.

La utilidad de los números decimales para el desenvolvimiento social de las personas se reconoce tanto en las investigaciones educativas como en las prescripciones curriculares (Irwin, 2001; Ministerio de Educación y Ciencia, 2006). En la concepción y diseño de los libros de textos actuales, se observa una fuerte tendencia a presentar tareas que buscan vincular situaciones de la vida cotidiana con los contenidos matemáticos respectivos. En esta dirección los conceptos de valor posicional y representación decimal de los números racionales son consideradas componentes esenciales del currículo de matemáticas en la escolaridad elemental. (Zazkis y Khoury, 1993; Stacey, Helme, Steinle, Baturo, Irwin y Bana, 2001).

Cabe aclarar que entendemos los números decimales como los números racionales para los cuales existe al menos una expresión decimal finita, o de manera equivalente, los racionales expresables mediante una fracción decimal. Los números racionales (y por tanto también los números decimales) se pueden escribir mediante fracciones o con notación decimal. Es importante no confundir

[1] Se trata de un libro de uso amplio actualmente en España.
[2] Entendemos aquí por lección a un conjunto de tópicos agrupados en una unidad temática de referencia, que se desarrolla en un corto periodo de tiempo.

los números con sus posibles formas de expresión, ya que lo que caracteriza a los números racionales (y decimales) son sus propiedades topológicas y algebraicas (Brousseau, Brousseau y Warfield, 2007, p. 282).

Son bien reconocidos, desde hace tiempo, aspectos relativos al número decimal que implican dificultades en su aprendizaje. En relación a ello, en la literatura, se describen errores relacionados con:

- El concepto de número decimal (valor de posición, conflictos con el cero).
- La escritura y/o representación (distinción entre número y representación, equivalencias y transformaciones).
- Propiedades (orden, densidad de los decimales en Q).
- Las operaciones con números decimales.

Investigaciones llevadas a cabo por Steinle, Stacey y Chambers (2006), entre otros autores, sostienen que las dificultades en la interpretación de la notación decimal son la causa de muchos problemas que surgen en las operaciones aritméticas con números decimales, en el redondeo, en el trabajo con cifras significativas y globalmente en cuestiones de sentido de las matemáticas.

La enseñanza de los decimales es usualmente abordada siguiendo diversos principios psico-pedagógicos aplicados en educación matemática, dando mayor o menor protagonismo a los estudiantes en la construcción del conocimiento. Debemos destacar las investigaciones realizadas en la década de los 70 por Guy y Nadine Brousseau sobre la enseñanza de los racionales en la escolaridad obligatoria (Brousseau y Brousseau, 1987; Brousseau, Brousseau y Warfield, 2004). Estas experiencias están basadas en la Teoría de Situaciones en la cual se enfatiza la construcción del conocimiento por los propios alumnos, esto es, siguiendo principios socio-constructivistas sobre el aprendizaje matemático. En Centeno (1988) encontramos ejemplos de situaciones de estudio de los decimales diseñadas y experimentadas por Brousseau. Cid, Godino y Batanero (2004) desarrollan el tema de los números decimales para los profesores, atendiendo tanto a los aspectos matemáticos como didácticos. También en Ruiz (2004) se presentan modelos de situaciones basadas en las ingenierías didácticas producto de experimentaciones e investigaciones llevadas a cabo por diversos autores.

Asimismo, Steinle, Stacey y Chambers (2006) elaboraron lecciones y juegos, planteando puntos de discusión con el propósito de diagnosticar concepciones erróneas, conectar los decimales con los números enteros y las fracciones, trabajar operaciones con decimales, desarrollar habilidades en la estimación y detectar propiedades de los decimales. Cramer, Wyberg y Leavitt (2009), en el marco de un proyecto de investigación y desarrollo sobre la enseñanza de los números racionales, han elaborado, entre otros documentos, un texto que ofrece guías para el profesor y una serie de lecciones que abordan la enseñanza de las fracciones, operaciones e ideas iniciales sobre los decimales.

Diversos son los recursos que a lo largo de la historia se han utilizado para trabajar los números decimales, desde las regletas de Cuisenaire, bloques multibase, ábacos, la recta numérica, la calculadora, hasta el ordenador. Actualmente existen diversos recursos informáticos que permiten, tanto al docente como al alumno, disponer de una herramienta interactiva que proponen, a través de la visualización y ejercitación autónoma, nuevas herramientas en apoyo de la compresión y justificación de nociones, propiedades, algoritmos. Un ejemplo de interés puede verse en el documento electrónico, *Los números decimales*, preparado en el Instituto de Tecnología Educativa del MEC, recuperable en el sitio:http://www.isftic.mepsyd.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2008/visualizador_decimales/menu.html

También existe otro tipo de recursos que cumplen un rol mediacional importante como es el libro de texto, el cual es usado con frecuencia por el profesor como “auxiliar” en el proceso de enseñanza, siendo por tanto un factor clave en el modo en que el profesor interacciona con los alumnos. Un texto escolar puede ser utilizado por el docente como referente para organizar sus clases, pero también como una "guía" de estudio para los alumnos.

3. Análisis de la lección

La lección del libro seleccionado se inicia con una situación-problema introductoria y motivadora, luego se desarrollan apartados que refieren a conceptos vinculados a los números decimales. Se incluye también un tercer bloque con actividades y ejercicios que procuran el desarrollo de algunas competencias específicas. Las unidades y sub-unidades en las que hemos dividido la lección, para hacer un análisis sistemático y facilitar las referencias entre secciones, se indican en la Tabla 1. A título de ejemplo, el análisis de la primera unidad lo hacemos con mayor detalle, mostrando la aplicación de algunas nociones del "enfoque ontosemiótico" (Godino, Font y Wilhelmi, 2006); esta metodología permite identificar la trama de objetos y significados que se ponen en juego en un texto matemático, y ayuda a reconocer su complejidad. Para el resto de las secciones o unidades fijamos la atención en algunos puntos que consideramos relevantes desde el punto de vista de la didáctica de los números decimales.

Unidad de análisis	Sub-unidades	Contenido	Páginas
U_1		Situación introductoria a la lección	92-93
U_2	U_{21} U_{22} U_{23}	La décima y la centésima Actividades Problemas	94-95
U_3	U_{31} U_{32} U_{33}	Valor de posición Actividades Problemas	96-97
U_4		Lectura y escritura de números decimales	98-99
U_5	U_{51} U_{52} U_{53}	Comparar números decimales Actividades Problemas	100-101
U_6		Resuelve problemas	102
U_7		Aprende a aprender	103
U_8		Recuerda lo anterior	104
U_9		Pon a prueba tus competencias	105

Tabla 1. Descomposición de la lección en unidades de análisis

3.1 Análisis de la situación introductoria

La unidad U_1, situación-problema introductoria (Fig. 1), comienza con una cuestión referida a la condición (altura) que le es requerida a un niño para poder participar en un juego y la estrategia que el niño intenta para acceder, dado que no cumple con la condición requerida. Podríamos inferir que esta situación-problema pretende poner en evidencia al "número decimal", a través de su uso, y especialmente la importancia que cobra la centésima en ese contexto cotidiano. De ello se deduce que el objetivo de esta situación-problema, en su conjunto, podría responder al interrogante general, ¿Qué es un número decimal y porqué son importantes las partes decimales de una unidad?


Los números decimales

La última vez que Juan quiso montar en la Montaña Espacial se quedó con las ganas. Había que medir 1,32 m como mínimo. Y él medía 1,29 m.

–¡Pero si me falta muy poco! –dijo Juan.

–Las normas son las normas –le responde Elisa.

Pero hoy Juan lo tiene todo preparado. Se ha puesto unos zapatones con 3 cm de suela de goma y el pelo de punta. ¡Cada pelo mide 4 cm! Le va a sobrar altura. O eso cree...

Sin embargo, cuando llega a la atracción, Elisa le hace descalzarse, le chafa el pelo con la mano y lo mide. Juan se teme lo peor.

–A ver si has crecido desde la última vez... –dice Elisa–. ¡Justito! 1,32. ¡Que disfrutes!

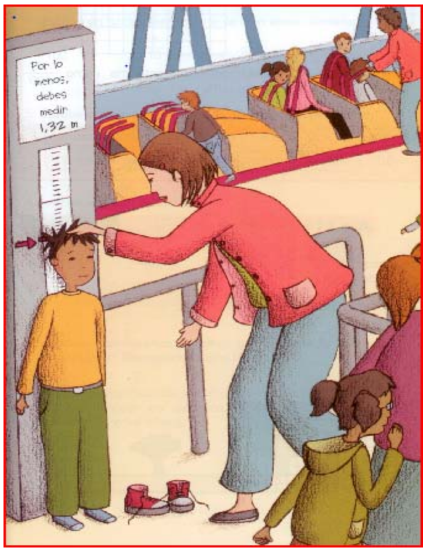


Figura 1. Situación-problema introductoria

A continuación, en las tablas 2 a 6 presentamos el estudio de los “objetos matemáticos”[3] y significados atribuidos a los mismos que se ponen en juego en la unidad U_1.

EXPRESIÓN	SIGNIFICADO
“medir 1,32 m como mínimo”	Procedimiento de medida directa de la altura; número decimal; unidad de medida, m; medida mínima de referencia
Él medía 1,29 m	Altura inicial del niño
“falta muy poco”	Estimación de la diferencia con la medida de referencia
Escala gráfica	Instrumento de medida directa de longitudes;
3cm, 4 cm.	Medidas de cantidades de longitud en cm. que son añadidas.
“Juan se teme lo peor”	Estimación de la disminución de altura al restar las cantidades añadidas
“¡Justito! 1,32”	Igualdad de cantidades; altura del niño y medida de referencia, 1,32.

Tabla 2. Elementos lingüísticos y significados

Los elementos lingüísticos referidos en la Tabla 2, dan cuenta de una diversidad de objetos que se ponen en juego en la situación. Se observa que estos elementos refieren a la medida, siendo este uno de los contextos de uso de los números decimales y posible modo de ser abordados (Centeno, 1988).

[3] Consideramos como objeto matemático, no solo a los conceptos y procedimientos, sino también los elementos de lenguaje, propiedades y argumentaciones usadas (Godino, Batanero y Font, 2007).

CONCEPTOS	SIGNIFICADOS
Magnitud	Atributos o rasgos que varían de manera cuantitativa y continua (altura de una persona).
Cantidad	Valor que toma una magnitud en un objeto particular (altura del niño, referencia, metro, cm.)
Unidades de longitud (metros, centímetros)	Cantidades usadas para medir
Número decimal	Número racional para el que al menos existe una expresión decimal finita; forma alternativa de escribir 1 m y 32 cm.
Escala de medida	Dispositivo para la medida directa.

Tabla 3. Identificación de conceptos y significados

Los elementos conceptuales identificados requieren del conocimiento de nociones relativas a la medida; esto es, estimación, unidades de medida, y de relaciones entre ellas. La escritura 1,32 m como forma alternativa y práctica de escribir 1 m y 32 cm lleva implícita la complejidad de la simplificación de dos unidades de medida (m y cm) en una (m).

PROCEDIMIENTO	SIGNIFICADO (Uso asignado)
Medir	Hallar la altura del niño mediante una escala métrica (maestra).
Estimación de una medida mediante la suma de cantidades	Hallar la altura incrementada por los zapatos y el pelo (niño)
Comparación mediante superposición	Comprobar que la altura del niño es mayor o igual que 1,32m (maestra)
Comparación de medidas	Comprobar que la altura incrementada es mayor o igual que 1,32m. (niño)

Tabla 4. Identificación de procedimientos y significados

Los procedimientos de medición comprenden mediciones directas, indirectas y estimaciones. La medición directa significa aplicación de un instrumento de medida mediante superposición, procedimiento utilizado por la maestra para medir al niño. La medida indirecta se realiza cuando el objeto en cuestión no puede medirse directamente, pero se determina su medida mediante operaciones aritméticas aplicadas a la medida de sus partes (Godino, Batanero y Roa, 2004). La medición utilizada por el niño es una forma de medición indirecta donde se hace uso de la estimación.

PROPOSICIÓN	SIGNIFICADO (Uso asignado)
P1: 1,29 m < 1,32 m.	Determinar la entrada del niño a la atracción.
P2: 1,32 m < 1,29m+3cm+4cm	Incrementar la altura y compararla con la norma.
P3: Juan mide “Justito 1,32”.	Permitir la entrada a la atracción.

Tabla 5. Identificación de proposiciones y significados

La suma de las cantidades requiere hacer transformaciones en las unidades de medida. En la proposición, 1,32m < 1,29m+3cm+4cm, el signo “+” refiere a la suma de cantidades de magnitud, no a la suma de números.

ARGUMENTOS	SIGNIFICADOS (Uso asignado)
A1: 1,29 m + 0,03 m = 1,32 m.	Justificación de las proposiciones
A2: 1,32 m< 1,29m+3cm+4cm, porque, 1,29m + 0,03m+0,04m = 1,36m > 1,32m.	
A3: Comprobación empírica de la medida de Juan.	

Tabla 6. Identificación de argumentos y significados

Las justificaciones de P1 y P2 son de naturaleza deductiva, esto es, ponen en juego propiedades del semi-módulo de la magnitud longitud. La comprobación empírica de la altura final de Juan (1,32m) pone en descubierto las dificultades que origina la comprensión de la medida.

3.2 Décima y Centésima

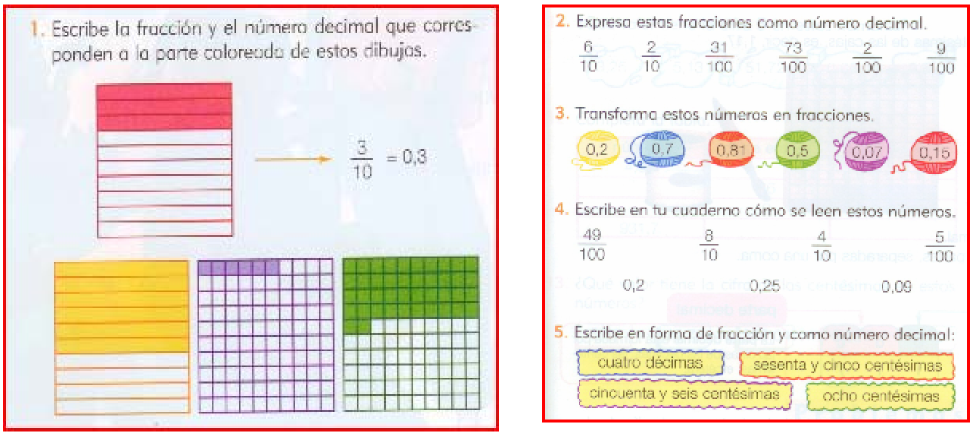
Esta sección se halla encabezada por las definiciones de décima y centésima, desarrolladas en un contexto formal o intra-matemático; las actividades que le siguen llevan el propósito de afianzar estas definiciones y distintas formas de expresión de las mismas, presentadas en el mismo tipo de contexto. Por último, un tercer apartado se halla destinado a problemas, los cuales se plantean en contexto cotidiano y pretenden poner en juego las nociones desarrolladas.

En la *sub-unidad* U_{21} (Fig. 2), los elementos lingüísticos expresan las definiciones de décima y centésima, y también distintos modos de representarlas. Los conceptos generales de unidad, décima y centésima son materializados y particularizados mediante un modelo de áreas (rectangulares). Las proposiciones, 1 unidad = 10 décimas y 1 unidad = 100 centésimas, presuponen un procedimiento de síntesis basado en la suma de áreas.

Cabe destacar que las proposiciones, 1 décima = 1/10 = 0,1 y 1 centésima =1/100=0,01 surgen explícitamente solo como "formas de escrituras" equivalentes. No se apela, por ejemplo, a plantear 1/10 (1/100) como una "división" de un entero en 10 (100) partes iguales, uno de los múltiples significados de la fracción mencionados por Fandiño (2009) y que además ha sido trabajado en la unidad anterior.

Figura 2. Décima y centésima

En la siguiente *sub-unidad U_{22}* (Fig. 3 y 4) se presenta una serie de tareas que requieren para su resolución la aplicación directa de la definición de décima o centésima, así como la asociación por analogía de los tipos de representaciones que se presentan asociadas a las definiciones mencionadas. Este tipo de tareas se presentan totalmente descontextualizadas, requieren de un trabajo mecánico carente de significado para la concepción de número decimal.



Figuras 3 y 4. Tres representaciones semióticas del mismo número

En los elementos lingüísticos identificados, se observa que la fracción decimal es una forma de representar a un número decimal haciendo referencia al mismo objeto que la expresión "número decimal". Asimismo, las figuras consideradas (rectángulo, cuadrícula) también son representaciones de números decimales. En particular, la expresión en lenguaje natural "cuatro décimas" refiere a cualquiera de las representaciones mencionadas de un número decimal. Conviene observar que la expresión "escribe un número decimal" es solicitada por el autor, y por lo tanto, el niño deberá "asociarla" a alguna expresión que, en principio, no conoce dado que nunca se habló previamente de número decimal. Esto lo puede colocar ante el conflicto potencial cognitivo, ¿Qué es un número decimal?, dado que en la presentación del tema (U_{21}) este eventual número, había sido presentado como una forma de escritura, sin hacer alusión precisa a ella.

El texto incluye una colección de "actividades" que requieren del alumno la aplicación de las definiciones de décima y centésima dadas en U_{21} así como las proposiciones incluidas en dicha unidad. Las respuestas a estas actividades constituyen proposiciones (enunciados) cuya justificación implícita es de naturaleza deductiva, ya que se trata de seguir las definiciones y proposiciones establecidas previamente.

Por último en la *sub-unidad de análisis U_{23}*, se presentan ejercicios cuyo objetivo es la puesta en juego fundamentalmente de los conceptos desarrollados previamente. Cabe destacar que la resolución de los ejercicios pone en juego todos los elementos que han sido presentados al comienzo de la unidad. El número decimal, en este caso, está representando un valor de décimas o de centésimas.

Algunas conclusiones sobre el tratamiento de la décima y centésima

De la interpretación de los elementos conceptuales y procedimentales, podemos observar que el número decimal comienza a asociarse por el uso vinculado a una de las formas de representación esto es, como una expresión con coma; por otra parte es claro que a esa expresión se le atribuye el carácter de número, mientras que la expresión fraccionaria del mismo "parece" no tener ese carácter.

Esto pone en evidencia lo que las investigaciones y el diseño curricular vienen reclamando, un trabajo que garantice en el alumno una verdadera comprensión del concepto de número. Para ello es necesario un trabajo sistemático con los distintos tipos de representaciones y sus formas de equivalencia, que no queden reducidas a la mera manipulación de símbolos carentes de significación. Evitando de este modo uno de los conflictos más importantes que deriva en la concepción errónea de que un número sea asociado a "un tipo" particular de representación.

La importancia de trabajar con las distintas representaciones de los sistemas numéricos es ampliamente conocida (Llinares, 2003; Michaelidou, Gagatsis y Pitta-Pantazi, 2004), en particular para el número decimal; esto se tiene en cuenta en la unidad U_1. No obstante, en la trayectoria plasmada en la unidad se comienza a observar ciertas ambigüedades en el uso de expresiones cuando refieren a un concepto y cuando refieren a su representación. Esto potencia la aparición de un conflicto de tipo cognitivo, como es la distinción entre número y expresión de un número, ya referido por Socas (2001) y Konic, Godino, Castro y Rivas (2007).

3.3. Valor de posición

En esta unidad se parte de la representación gráfica de dos cuadrículas divididas en 100 partes, de las cuales se han pintado una cuadrícula completa y 17 partes en la otra (Fig. 5). Se utiliza dicha representación (dibujo) y su correspondiente expresión en lenguaje natural (1 unidad y 17 centésimas) para introducir la expresión 1,17. Luego se presentan una serie de actividades que pretenden los siguientes objetivos: distinguir la parte entera y la parte decimal de un número decimal, reconocer un número decimal a través de su expresión coloquial en términos de unidades, decenas, centenas, décimas, centésimas, etc., y determinar el valor que tiene una cifra según su ubicación en un número decimal expresado con coma. En este tipo de actividades, se pone énfasis en distinguir el valor que una cifra tiene según su posición. Por último, se presentan problemas cuya intención es hacer funcionar la forma de composición de un número decimal utilizando el significado que se le ha asignado a cada una de sus partes.

En la *sub-unidad* U_{31} se introduce la expresión 1,17, a la que inmediatamente se le atribuye el carácter conceptual de número decimal. El elemento lingüístico clave que se utiliza para establecer la equivalencia de estas representaciones se sintetiza en, "es decir 1,17".

La expresión, "los números decimales tienen dos partes, separadas por una coma", deja establecida una definición o conceptualización para el número decimal. Para estas nuevas expresiones "parte entera" y "parte decimal", se introducen proposiciones que caracterizan estas nociones, en términos de unidades, decenas, centenas para el primer caso y décimas, centésimas, etc. para el segundo caso.

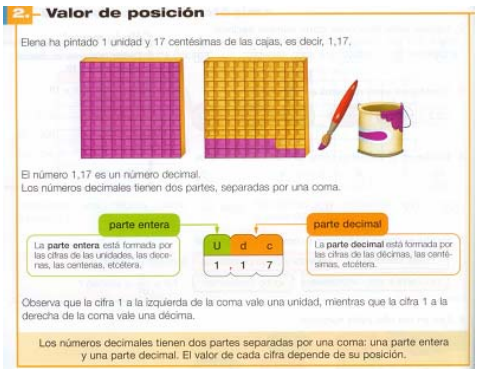


Figura 5. Valor de posición

A continuación se realiza una observación sobre la diferencia de valor que asume la cifra 1 dependiendo de su ubicación. A propósito de ello, en el cierre de la sección se observa la proposición, “el valor de cada cifra depende de su posición”, la que se desprende como consecuencia de la definición de número decimal establecida previamente y retomada aquí. La justificación de esta propiedad esta ligada a las definiciones de parte entera y parte decimal mencionadas.

Podemos observar algunas cuestiones significativas:

- Para introducir el valor de posición el autor primero introduce el número decimal como expresión y como concepto. El concepto se halla ligado exclusivamente a una forma de escritura (la escritura con coma).
- Las definiciones de décima y centésima presentadas en la unidad anterior (U_2), de manera descontextualizada, podrían adquirir significación o necesidad de estudio en esta sub-unidad U_{31}.
- La proposición, “el valor de cada cifra depende de su posición”, se establece como generalización a partir de la observación particular del valor que toma una misma cifra en dos posiciones diferentes, observadas también en un número específico.

En referencia a la *sub-unidad U_{32}*, podemos observar que, el valor de una cifra según su posición puede quedar solo a nivel de expresión, dado que a nivel conceptual se refuerza la separación en partes del número decimal, cuestión muy referida en las investigaciones por el riesgo de tratar esas partes como entidades independientes y en consecuencia como números enteros, pudiendo impedir la conceptualización del número decimal a través de nuevas significaciones progresivas (Irwin, 2001; Merenluoto, 2004; Suh, et al., 2008).

La décima y la centésima, en la unidad U_2, han sido presentadas y trabajadas en su mayoría como expresión fraccionaria, forma que no es retomada en ninguna ocasión en estas secciones, puesto que tal como han sido presentados los elementos de significado las expresiones fraccionarias no son requeridas ni necesarias para el desarrollo de las actividades planteadas. No obstante, la fracción decimal como soporte para argumentar sobre el rol que asumen las cifras que constituyen un número decimal, en su representación “con coma”, desde edades tempranas, puede colaborar en la distinción futura entre número decimal y expresión decimal de un número real.

Entre los problemas presentados en la *sub-unidad U_{33}*, interesa destacar dos de ellos.

El primero, problema 14, p. 97 dice lo siguiente:

Averigua de qué número se trata.

- *La parte entera es 16.*
- *Las centésimas es la mitad de la parte entera.*
- *Las décimas es la mitad de las centésimas.*

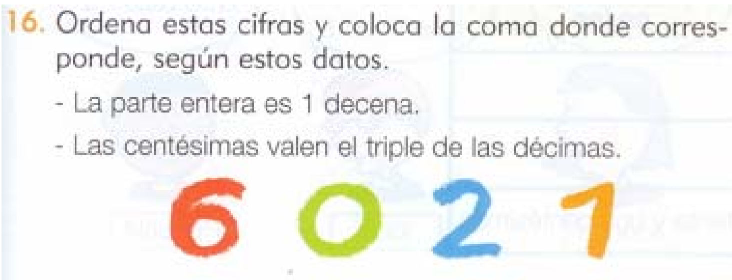
En este problema se solicita encontrar un número dadas ciertas condiciones que deben cumplir las cifras que lo componen. El “tipo” de problema es rico, puesto que da la posibilidad al alumno de construir un número a partir de la interpretación que el niño ha dado a cada posición y el significado que tiene el valor de la cifra según su posición. No obstante, se puede evidenciar un posible uso “abusivo” de lenguaje que da lugar a conflictos epistémicos y cognitivos.

Cuando se indica “las centésimas es la mitad de la parte entera”, ¿A qué está haciendo referencia dicha expresión? Tratemos de interpretarla; la parte entera son 16 unidades, luego su mitad son 8 unidades, este sería el valor asignado a las centésimas, es decir, 800 centésimas. A su vez, las décimas son la mitad de 800 centésimas esto es 400 centésimas, o equivalentemente 40 décimas. Luego, como 800 centésimas son equivalentes a 8 unidades y 400 centésimas a 4 unidades, el número buscado sería: 16 u + 8 u + 4 u= 28 u. y con ello, según esta interpretación el número pedido es 28.

No obstante, la forma en que se hallan expresadas las condiciones, puede llevar al niño a no considerar la relación entre la posición que ocupa una cifra y el valor asignado a la cifra que ocupa dicha posición. Es decir, podría pensar que el *valor* de la cifra de las centésimas es 8 (8 centésimas), y el *valor* de la cifra de las décimas es 4 (4 décimas) con lo cual el número encontrado sería el número decimal 16,48.

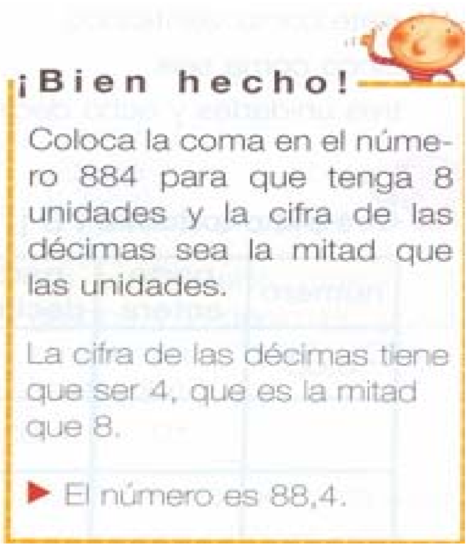
En el segundo problema, el 16, de la pág. 97 (Fig.6), ocurre algo similar, con el agravante que se proporcionan las cifras y por lo tanto el niño se verá forzado a realizar una interpretación que no es la que expresa la segunda condición.

Si el valor de las décimas es 2, tendríamos 2 décimas, luego como las centésimas valen el triple de las décimas, entonces tendríamos 6 décimas, es decir 60 centésimas, luego el valor de las centésimas debería ser 60. El cual obviamente no corresponde. Ahora, si el valor de las décimas es 6, el triple de su valor es 18 décimas o 180 centésimas, es decir 1 unidad y 8 décimas. Por lo tanto, ninguna de las posibilidades dadas se corresponde con los valores pedidos y en consecuencia el número decimal buscado no existe. Contra la afirmación de existencia dada en la consigna del problema.


16. Ordena estas cifras y coloca la coma donde corresponde, según estos datos.
- La parte entera es 1 decena.
- Las centésimas valen el triple de las décimas.

6 0 2 1

Figura 6. Escritura de un número decimal


¡Bien hecho!

Coloca la coma en el número 884 para que tenga 8 unidades y la cifra de las décimas sea la mitad que las unidades.

La cifra de las décimas tiene que ser 4, que es la mitad que 8.

▶ El número es 88,4.

Figura 7. Desarrollo de una situación

El análisis precedente y el desarrollo presentado en el texto al final de la página 97, como se observa en la Fig.7, confirman la existencia de un conflicto epistémico centrado en la interpretación de elementos lingüísticos y que se pone de manifiesto por la forma en que se configuran objetos conceptuales, proposicionales y argumentativos en el desarrollo de la unidad.

Algunas conclusiones del tratamiento del valor de posición

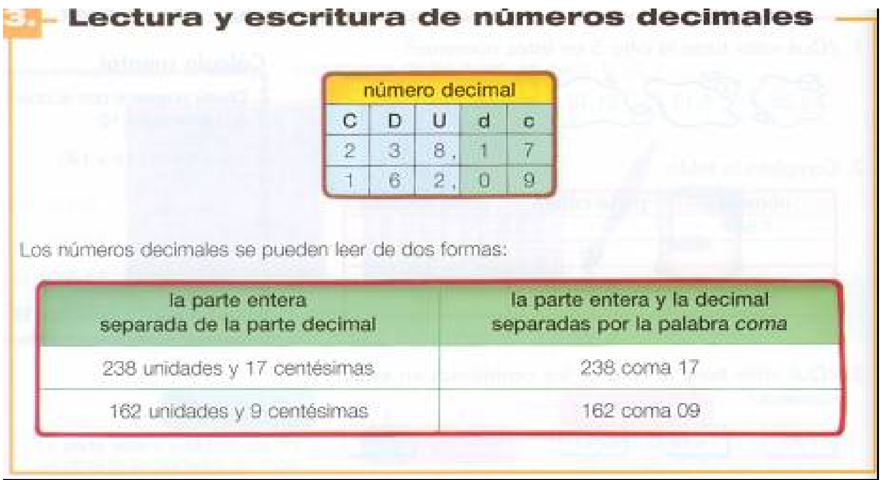
Cabe resaltar que el número decimal se define aquí como una forma de representación (la representación con coma). Pues dicha representación proviene de la equivalencia con una fracción, la cual es obtenida y representada a partir de la visualización gráfica de la relación entre una unidad y la cantidad de áreas iguales que se representan en dicha gráfica. No obstante se percibe en toda la unidad, que se le ha otorgado más el carácter de número que de expresión de un número.

Las actividades enfatizan la distinción entre ambas partes del número, lo que resulta potencialmente positivo en términos conceptuales, siempre que el tratamiento de cada una de sus partes contribuya a que el niño reconozca a dicho número como un todo, y a cada una de sus partes con la entidad que corresponda (unidad, decena, centena, décima, centésima, etc.). Conviene tener bien presente que puede ser confundido el número indicativo de la cifra con lo que ella representa efectivamente según su posición, tal como se ha demostrado en el análisis de la sub-unidad U_{33}; comprensión que resulta imprescindible para la significación conceptual del número decimal.

La situación-problema de la Fig. 6, es una situación potencialmente rica para la conceptualización de un número decimal, en su expresión con coma, a partir del conocimiento de los valores y posición de las cifras. El hecho que en la consigna se indique: “y coloca la coma donde corresponde”, no deja posibilidad al alumno que sea él quien determine el tipo de número que se le está pidiendo.

3.4. Lectura y escritura

En esta unidad se pone énfasis en dos formas de escritura y de lectura, con coma y en lenguaje coloquial, expresadas en términos de unidades, decenas, centenas, décimas, centésimas, etc. Cabe destacar que, pese a que la fracción ha sido la forma con la que se presenta y vincula el número decimal en sus primeras apariciones, dicha forma se halla ausente en esta unidad, como se observa en su introducción (Fig. 8).



3. Lectura y escritura de números decimales

número decimal				
C	D	U	d	c
2	3	8,	1	7
1	6	2,	0	9

Los números decimales se pueden leer de dos formas:

la parte entera separada de la parte decimal	la parte entera y la decimal separadas por la palabra *coma*
238 unidades y 17 centésimas	238 coma 17
162 unidades y 9 centésimas	162 coma 09

Figura 8. Lectura y escritura de números decimales

Otra cuestión de interés es el problema que se presenta en la página 99, en el que se habla de un termómetro que marca 13 grados y 7 décimas. Se plantean los interrogantes ¿Qué temperatura hay?, ¿Cómo se escribe?; la respuesta dada es “13,7 y se lee trece coma siete”. Ya hemos comentado sobre la importancia del contexto de la medida. En este caso por un lado se expresan 13 grados (lo que indica la cantidad en una unidad de medida) y se agrega 7 décimas (lo que indica simplemente un número). La respuesta mostrada es 13,7 (lo cual hace referencia a un número decimal). Este modo de expresión alerta sobre conflictos potenciales. Este juego de “imprecisiones” o “ambigüedades” puede dificultar la comprensión de los números decimales, tanto en el contexto intra-matemático, como en otros contextos.

3.5. Comparación de números decimales

Los números en todas las actividades están expresados “con coma” y la parte decimal, en casi todas las situaciones, en centésimas. Los procedimientos quedan reducidos a una aplicación sistemática de la regla de comparación establecida (ver Fig. 9). Por último, y respondiendo a la estructura de las unidades precedentes se presenta en el texto una sección con tres situaciones problemáticas.

En la *sub-unidad* U_{51} se presentan dos números decimales y se describe un procedimiento para realizar la comparación: “Entre dos números decimales, es menor el que tiene la menor parte entera. Si la parte entera coincide, comparamos la parte decimal, cifra por cifra, empezando por las décimas”. La justificación de este procedimiento está basada en la comparación de los valores de las cifras representadas en cada una de las “posiciones” que componen cada número decimal.

Se introducen dos nuevas notaciones, los símbolos mayor (>) y menor (<). Derivándose de todo ello la técnica de comparación, la que se describe en el párrafo final de la Fig. 9.

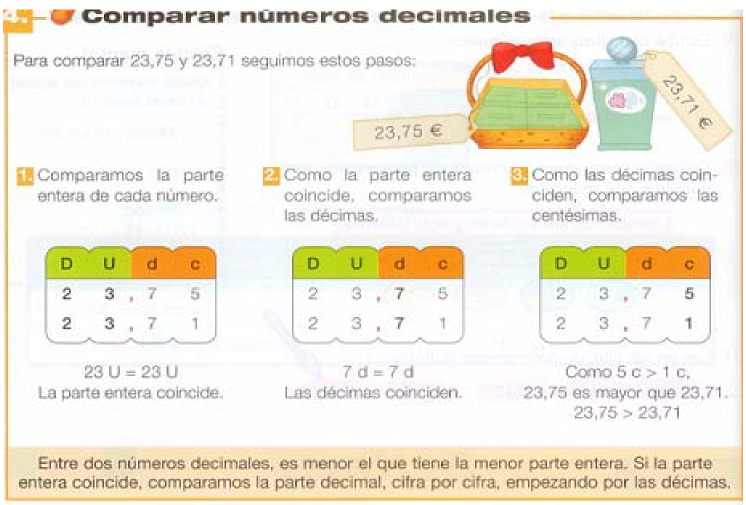
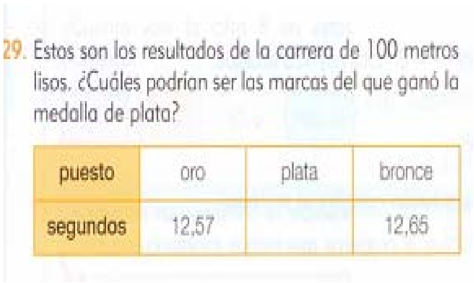


Figura 9. Comparación de números decimales

En la comparación de dos números decimales, actividad presentada en *la sub-unidad* U_{52}, la misma se plantea a partir de un ejemplo que involucra a números decimales con igual número de cifras en la parte decimal. Algunos conflictos difícilmente serán detectados por el profesor, si solo proporciona a los alumnos números decimales cuya parte decimal, en ambos números, aparece siempre con el mismo número de cifras. Al menos dos son los conflictos que se pueden manifestar y que son señalados por los investigadores. Los niños suelen considerar, por ejemplo, que 0,53 > 0,6 porque 53 > 6, asumiendo las partes decimales como números enteros (Irwin, 2001; Merenluoto, 2004; Suh, et al., 2008); mas aún no se considera la presencia implícita del cero en las centésimas (D`Amore, 2008). En otro caso, que 0,73 < 0,6, puesto que generalizan la idea que 1/100 es menor que 1/10 y es la que aplican a la parte decimal (Steinle y Stacey, 2004).

Un problema que podríamos catalogar como "rico" se plantea en la página 101 del texto: ¿Qué número es mayor, 11 décimas o 111 centésimas? Este problema puede promover el uso de la fracción decimal como medio adecuado para dar respuesta al problema. No solo a la conversión de lenguaje coloquial a fracción, también a la posibilidad de uso de la equivalencia de fracciones.

En la *sub-unidad* U_{53} nos encontramos con tres situaciones-problemas. En la Fig. 10, presentamos una de ellas.



29. Estos son los resultados de la carrera de 100 metros lisos. ¿Cuáles podrían ser las marcas del que ganó la medalla de plata?

puesto	oro	plata	bronce
segundos	12,57		12,65

Figura 10. Densidad de números decimales

En el problema 29 se pregunta, ¿Cuáles podrían ser las marcas obtenidas en una carrera entre 12,57 y 12,65? La discusión de este problema puede resultar útil para ir generando la idea intuitiva de densidad de los números decimales en los números racionales; pero también podría ser conflictivo para el alumno si solo se remite al contexto en que está planteado. Es muy probable que los niños den como respuesta solo 7 números decimales y no se les ocurra pensar en la posibilidad de mayor precisión (Bonotto, 2006). Las actividades que sigan a esta tarea serán esenciales para la construcción futura de la propiedad de la densidad de los números racionales en los números reales. En estos casos, el sucesor de un número, propiedad válida para los números naturales, es frecuentemente trasladada a los números decimales no solo por los niños sino también por maestros en formación inicial (Konic, 2008).

Algunas conclusiones sobre la comparación de decimales

La comparación es el procedimiento que subyace a una de las propiedades más importantes en la construcción de los conjuntos numéricos, la densidad. Por ello es que, desde la escolaridad elemental debieran establecerse las bases necesarias y adecuadas para ir generando de manera progresiva el infinito potencial y llegar en cursos avanzados a una aproximación conceptual del infinito actual. Tener esto presente implica considerar vías adecuadas de enseñanza que "garanticen" la transición y minimicen la presencia de conflictos. Como hemos observado en el análisis de esta unidad, es necesaria la presencia de una gama diversa de números decimales con diferente número de cifras decimales, en las actividades que involucran la comparación. El tipo de problemas presentados debieran contemplar además de la aplicación de una técnica, la argumentación correspondiente que justifique dicha técnica, utilizando, por ejemplo la fracción, que ha sido trabajada en lecciones anteriores, u otras formas de representación que pongan en juego los elementos básicos de una expresión decimal, esto es unidades, decenas, centenas…, décimas, centésimas, milésimas…..

4. Reflexiones finales y sugerencias para el docente

En la introducción de este artículo nos planteábamos los siguientes interrogantes, ¿En qué medida concuerda el libro de texto analizado con los resultados de las investigaciones didácticas con la enseñanza de los números decimales? ¿Qué aspectos se podrían mejorar? Hemos identificado, a partir del análisis de la lección, aspectos señalados en diferentes investigaciones, que pueden originar conflictos de significado (lingüísticos, conceptuales, procedimentales, proposicionales y de argumentación). Al señalar tales conflictos, se persigue mejorar el uso de la información proporcionada por el libro de texto, para el desarrollo de la actividad de enseñanza. En esta dirección presentamos a continuación algunas reflexiones y sugerencias para el profesor.

El autor del texto propone iniciar el estudio de los números decimales con una situación motivadora. Efectivamente, el problema planteado responde a una cuestión de la vida cotidiana, lo que puede involucrar emotivamente al alumno y en cuyo enunciado se hallan expresiones que refieren a números decimales. No obstante, la situación puede carecer totalmente de sentido para introducir estos números dado que efectivamente podría obviarse toda la complejidad que implica el tratamiento de la medida, dejando de lado el uso del metro y solo operar con las medidas expresadas en centímetros.

La situación introductoria utilizada refiere al contexto de la medida, de uso común en la enseñanza de los números decimales, donde se utilizan múltiplos y submúltiplos de una unidad de medida (Ohlsson, 1988; Lamon, 2007). En este contexto el número decimal 1,32 interviene para expresar la medida de una longitud usando un solo tipo de unidad de medida, en este caso, el metro. La comprensión de esta manera de expresar la medida puede ser conflictiva para los alumnos, ya que la parte entera de ese número remite a un tipo de unidad y la decimal a otra (1 m y 32 cm). La situación propuesta requiere además realizar una operación de suma de cantidades de magnitudes (1,29m+3cm+4cm), la que frecuentemente es interpretada como una suma de números enteros (Brosseau, 1987).

Tal como sostienen Steinle y Stacey (2004), estas observaciones no implican dejar de lado el contexto de la medida, por el contrario, lo que se pretende es una buena interpretación de la representación.

El profesor puede usar la situación introductoria para contextualizar las nociones de número decimal (1,32), comparación de decimales (1,29 < 1,32) y sumas que incluyen números decimales (1,28 m + 4cm + 3cm = 1,35m > 1,32m). Los números decimales intervienen aquí en un contexto de medida, como una forma abreviada de expresar medidas complejas (1,32m quiere decir, 1m, 3dm y 2cm, o también 1m y 32cm), conocimiento previo que debe estar disponible para el niño. Sin embargo, este uso refuerza la concepción de que el número decimal no es otra cosa que dos naturales separados por una coma (Centeno, 1988; Socas, 2001; Steinle, Stacey y Chambers, 2006) ocultando el valor de posición: el 3 refiere a decímetros que son la décima parte del metro y el 2 a centímetros, que es la décima parte del decímetro y la centésima parte del metro. La conexión decímetro - décima y centímetros - centésima (partes de la unidad m), debe haberse enseñado previamente para que el uso de los decimales en esta situación tenga sentido pleno.

Algunas cuestiones que el maestro podría plantear en su clase a partir de esta situación:

- ¿Por qué la altura de una persona se mide sin zapatos y con el pelo aplastado?
- Si efectivamente, como había supuesto Juan, fuera posible medirse incluyendo los zapatos y el pelo levantado ¿Cuál sería la altura total de Juan, medida en metros y centímetros? ¿Cuál sería la altura total de Juan, medida sólo en metros?
- ¿Qué significa 1,32m? ¿Cuántos decímetros son 32cm?

El inicio del estudio del número decimal requiere trabajar de manera adecuada nociones como la posición que ocupa una cifra y su valor. En tal sentido la décima y la centésima son nociones que corresponden ser trabajadas, como también lo afirma la prescripción curricular (BOE, 2006). No obstante, mediante el análisis realizado, se puede observar que tal introducción se realiza en el texto de manera formal y que las distintas tareas colocadas como actividades se movilizan en un contexto puramente matemático. Este modo de abordar la décima y la centésima no deja clara la correspondencia que dichas nociones tienen con las unidades empleadas en el contexto de la medida (m, dm y cm).

Cabe destacar que cuando se aborda el valor de posición de cada cifra de un número decimal, es aquí donde claramente la décima y la centésima deberían cobrar significación. No obstante, como estas nociones son presentadas solo como expresión lingüística (5 centésimas, 2 décimas, etc.), el significado del valor de una cifra según su posición puede quedar encubierto si no se requiere la utilización de la expresión fraccionaria de la décima y la centésima como medio para justificar dicho valor. La representación fraccionaria es la única que ha sido construida, como hemos mencionado, a partir de la adición de áreas de una cuadrícula y su relación con la unidad. La expresión fraccionaria proporciona medios para la argumentación, ya que la expresión con coma solo se establece como una forma de escritura equivalente a la fraccionaria y por lo tanto se presenta implícitamente como una convención.

Consideramos necesario que el valor que asume una cifra según su posición, sea claramente argumentado por el niño, al menos en los comienzos de su uso. Esto es, no solo utilizar la expresión lingüística “tantas décimas” o “tantas centésimas” como medio de distinción, sino su justificación a través de la expresión entera o fraccionaria (según corresponda) del número que representa el valor de la cifra. Por ejemplo, en el número decimal 1,17, el primer 1 corresponde al número entero (valor) 1 y el segundo 1, corresponde al número fraccionario (valor) 1/10 o 1 décima. Esto contribuirá a concebir las necesarias distinciones entre número y expresión de un número. (Konic, Godino, Castro y Rivas, 2007; Socas, 2001).

La propiedad central en esta lección es indudablemente la relación de orden en los números decimales. De este modo se comienza a sentar las bases para la concepción de otra propiedad fundamental, la densidad de los números decimales en el conjunto de los números racionales. Podemos decir que se trata de un elemento curricular clave, que conlleva una gran complejidad y que si no se realiza un tratamiento didáctico adecuado para favorecerlo, prevalecerá, como hasta el momento, la generación de uno de los conflictos cognitivos más estudiados: la comprensión de la densidad de los números racionales en el conjunto de los reales.

La enseñanza del número decimal se prescribe en el currículo español, a partir del tercer ciclo, esto es 5^{to}. grado de la escolaridad primaria. Mientras que en los libros de textos, comienza a desarrollarse en el 4^{to}. curso; teniendo en cuenta la complejidad del aprendizaje de los decimales, revelada en este análisis, no parece pertinente anticipar la edad a la cual los niños comienzan a estudiar este contenido matemático. Con un enfoque didáctico diferente (véase, por ejemplo, las experiencias realizadas por Brousseau y su equipo) será posible tratar el tema en cuarto nivel.

Reconocimientos

Agradecemos al profesor Bruno D'Amore los comentarios y sugerencias aportadas durante la elaboración de este trabajo.

Bibliografía

Bonotto, C. (2006). Extending student´s understanding of decimal numbers via realistic mathematical modeling and problem posing. En J. Novotná, H. Maraová, M. Krátká, y N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 193-200). Praga: PME.

Brousseau, G. y Brousseau, N. (1987). *Rationnels et Décimaux dans l´scolarité obligatoire*. Bordeaux: IREM de Bordeaux I.

Brousseau, G., Brousseau, N. y Warfield, V. (2004). Rationals and decimals as required in the school curriculum: Pat 1: Rationals as measurement.. *Journal of Mathematical Behavior*, *23*(1), 1-20.

Brousseau, G., Brousseau, N. y Warfield, V. (2007). Rationals and decimals as required in the school curriculum: Part 2: From Rationals to Decimals. *Journal of Mathematical Behavior, 26*(4), 281-300.

Centeno, J. (1988). *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Madrid: Síntesis.

Cid, E., Godino, J. D. y Batanero, C. (2004). Sistemas numéricos para maestros. En J. D. Godino (Dir.), *Matemáticas para maestros* (pp. 11- 162). Granada. Disponible en Internet: http://www.ugr.es/local/jgodino/

Cramer, K., Wyberg, T. y Leavitt, S. (2009). *Rational Number Project. Fraction, operations and initial decimal ideas*. Recuperado el 20 de marzo de 2009, del sitio Web del Rational Number Proyect de la University of Minnesota: http://cehd.umn.edu/rationalnumberproject

D'Amore B. (2008). El cero, de obstáculo epistemológico a obstáculo didáctico. *Boletín de la Sociedad Puig Adam de profesores de Matemáticas, 78*, 10-37.

Fandiño, M. (2009). *Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos*. Bogotá: Magisterio

Ferrari, M. (2006). Exporare i mondi numerici del primo ciclo scolatico. *L'insegnamento della Matematica e delle Science Integrate, 29*A(3), 208-225.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, *39*(1-2), 127-135.

Godino, J. D., Batanero, C y Roa, R. (2004). Magnitudes. En J. D. Godino (Dir.), *Matemáticas para maestros* (pp. 287-315). Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperable en, http://www.ugr.es/local/jgodino/

Godino, J., Font, V. y Wilhelmi, M. (2006). Análisis onto-semiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (Especial), 133-156 .

Irwin, K. (2001). Using everyday knowledge of decimals to enhance understanding. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*(4), 399-420.

Konic, P. (2008). *Investigaciones didácticas sobre números decimales: Un estudio exploratorio con maestros en formación*. Tesis de Máster no publicada. Universidad de Granada, España.

Konic, P., Godino, J., Castro, W. y Rivas, M. (2007). Comprensión de los números decimales por estudiantes de magisterio. *XIII Congreso sobre aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.* SAEM THALES. Granada.

Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. En F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 629-667). Greenwich, Connecticut: Information Age Publishing, Inc. y NCTM.

Llinares, S. (2003). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En C. Chamorro (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 187-220). Madrid: Pearson Educación S.A.

Merenluoto, K. (2004). The cognitive- motivational profiles of students dealing with decimal numbers and fractions. En M. J. Høines y A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 297–304). Bergen, Norway: PME

Michaelidou, N., Gagatsis, A. y Pitta-Pantazi, D. (2004). The number line as a representation of decimal numbers: a research with sixth grade students. En M. J. Høines y A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 305–312). Bergen, Norway: PME

Ministerio de Educación y Ciencia (2006). *Decreto de enseñanzas mínimas de la educación primaria*. Madrid: MEC

Instituto de Tecnologías Educativas. Ministerio de Educación y Ciencia, Dirección General de Formación Profesional. *Los números decimales*. Recuperado el 16 de septiembre de 2009, de http://www.isftic.mepsyd.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2008/visualizador_decimales/menu.html.

Olhsson, S. (1988). Mathematical meaning and applicational meaning in the semantics of fractions and related concepts. En J. Hierbert y M. Behr (Eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*, (pp. 53-92). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Peña, M., Aranzubía, V. y Santalaolla, E. (2008). *Matemáticas 4*. Madrid: Ediciones SM.

Ruiz, L. (2004). Construcción de los decimales en la escuela primaria. De las fracciones a la notación decimal. En C. Chamorro (Ed.), *Números, formas y volúmenes en el entorno del niño* (pp. 189-234). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

Socas, M. (2001). Problemas didácticos entre el objeto matemático y su representación semiótica. Estudio con números decimales. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática III*. pp. 297-318.

Stacey, K., Helme, S., Steinle, V., Baturo, A., Irwin, K., y Bana, J. (2001). Preservice teachers' knowledge of difficulties in decimal numeration. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *4*(3), 205-225.

Steinle, V. y Stacey, K. (2004). Persistence of decimal misconceptions and readiness to move to expertise. En M. J. Høines y A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings. 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 225–232). Bergen, Norway: PME.

Steinle, V. Stacey, K. y Chambers, D. (2006). *Teaching and learning about decimals*. [CD]. University of Melbourne. Australia.

Suh, J., Johnston, C., Jamieson, S. y Mills, M. (2008). Promoting decimal number sense and representational fluency. *Mathematics Teaching in the Middle School. 14*(1), 44-50.

Zazkis, R. y Khoury, H. (1993). Place value and rational number representations: Problem solving in the familiar domain of non-decimals. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *15*(1), 38-51.

Patricia M. Konic, docente de la Universidad Nacional de Río Cuarto, Río Cuarto. Argentina. Profesora en Matemática y Magíster en Didáctica de la Matemática. Universidad N. de Río Cuarto. Argentina. Máster en Didáctica de la Matemática y estudiante de doctorado de la Universidad de Granada.
Email: pkonic@unrc.edu.ar

Juan Díaz Godino, es Catedrático de Universidad de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Coordina un grupo de investigación sobre los fundamentos teóricos y metodológicos de investigación en Didáctica de la Matemática. Una selección de sus trabajos está disponible en la página web del grupo: http://www.ugr.es/local/jgodino.
Email: jgodino@ugr.es

Mauro Rivas Olivo, docente de la Universidad de los Andes, Mérida. Venezuela. Profesor en Educación Matemática y Magíster en Matemática. Universidad de los Andes. Venezuela. Máster en Didáctica de la Matemática y estudiante de doctorado de la Universidad de Granada.
Email: rmauro@ugr.es