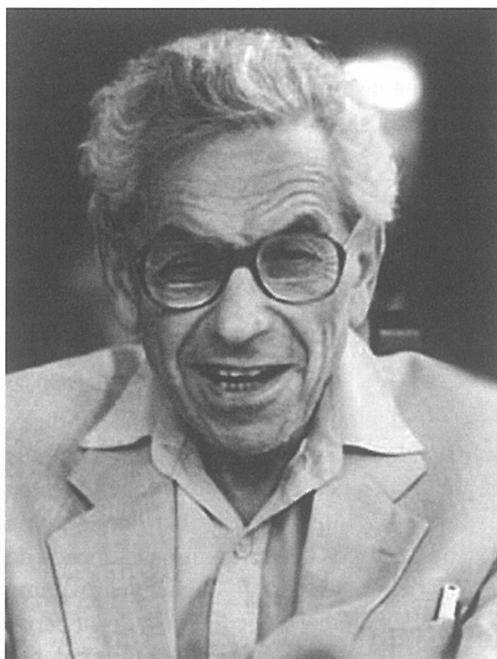


## PAUL ERDÖS: EL ARTE DE CONJETURAR Y DEMOSTRAR

Jaroslav Nešetřil



*Paul Erdős*

Este artículo versa sobre Paul Erdős, uno de los pilares de la matemática del siglo XX. El espacio disponible no permite ni una somera descripción de todas sus múltiples actividades. Recomendamos al lector interesado que consulte la abundante bibliografía existente sobre la figura de P. Erdős. Incluimos una muestra de dichas fuentes en las referencias al final del artículo [8, 4, 2, 3, 12, 9, 11]. El propósito de esta breve nota, es intentar responder a la siguiente pregunta básica:

92

Dado el carácter peculiar del estilo de vida y de trabajo de Erdős, ¿cuál es la

razón por la que se ha convertido en uno de los matemáticos más influyentes del siglo XX?

La respuesta a esta pregunta es mucho más compleja de lo que cabría esperar, y no se debería recurrir a la utilización de analogías con otros matemáticos, como se ha hecho en algunos artículos y libros existentes sobre la vida de Erdős. Hemos intentado recoger la evidencia que pueda ayudar a dar una respuesta a la pregunta formulada más arriba, esta evidencia es fruto de los muchos ratos pasados con Erdős, y la colaboración científica del autor con Erdős.

Decir que Paul Erdős es uno de los matemáticos más importantes del siglo XX, es simplemente anecdótico y poco informativo. Su producción científica es inmensa, y en este artículo únicamente mencionaremos una pequeña muestra. A diferencia de otros matemáticos prolíficos, Erdős ha tenido una gran

relevancia e impacto en la comunidad científica. En cierta manera, se puede considerar a Erdős como un *fenómeno* de las Matemáticas que ha tenido el doble papel de hijo y profeta del siglo XX. Profundamente personal y libre, su estilo de *académico errante* le fue impuesto por la situación política global en Europa y la guerra fría. En su peculiar lenguaje: “ni Joe ni Sam pueden restringir mis viajes” (Joe se refería a la Unión Soviética y Sam a los EE. UU.) [2, 8].

Quizás sea todo un símbolo que uno de los mejores matemáticos del siglo nunca tuvo una posición permanente en una universidad o un centro de investigación. Y sin embargo, ha tenido una sorprendente e inmensa influencia en las matemáticas y en la vida académica de las últimas décadas. Se le considera uno de los *educadores* más influyentes del siglo. Aunque formalmente nunca dirigió una tesis, cientos de matemáticos se reconocen como discípulos suyos. Nunca ocupó cargo de director, decano o similares en institución alguna, sin embargo varias prestigiosas instituciones le consideran uno de sus fundadores, y varios centros de investigación llevan su nombre.

¿Cuál es la clave de estas paradojas difíciles de explicar y entender? Intentaremos esbozar lo que creemos que son los ingredientes fundamentales en esta alquimia.

En primer lugar, Erdős fue un matemático de primera línea. Niño prodigio, gran parte de su educación básica le fue dada de forma personalizada por sus padres, que eran profesores de enseñanza secundaria. Obtuvo muy joven su *grado de doctor* y resolvió de manera tan elegante varios problemas de teoría de números que I. Schur (uno de los matemáticos importantes en la década de los 30, que trabajó en álgebra y teoría de números) le denominó como *Zauberer von Budapest*, esto es, el *mago de Budapest*. Al comienzo de su carrera científica, su interés principal fue en teoría de números. Durante sus primeros 8 años, de las 64 publicaciones realizadas, únicamente 3 artículos no pertenecen a este campo: dos artículos que tratan sobre grafos eulerianos infinitos y uno que está dedicado a lo que actualmente se conoce como teoría de Ramsey.

Fue autor de múltiples soluciones elegantes y simples a problemas difíciles. Inmediatamente después de terminar su doctorado en Budapest, fue invitado por Mordell a pasar dos años en Manchester, que en la década de los 30 se consideraba uno de los centros más importantes en teoría de números, y a causa de la guerra, en lugar de retornar a Budapest fue a Princeton. Aunque su estancia en Princeton únicamente duró un año (un hecho que es otra paradoja en sí mismo), permaneció en los EE. UU. varios años, viviendo de préstamos de amigos y algún trabajo docente eventual. Se puede afirmar que estos años fueron su época dorada. Esta afirmación viene refrendada por su espectacular producción científica durante ese periodo y que es difícil de repetir: por ejemplo en el periodo 1943-49 publicó 49 artículos en el *Bulletin of the American*



*Paul Erdős Multi(media)*



*Paul Erdős, composición de Jiří Načeradský y Jarik Nešetřil.*

*Mathematical Society* (AMS) y durante el periodo 1940-1948 publicó 19 artículos en *Annals of Mathematics*. En 1939, a la edad de 26 años, había publicado 49 artículos y en 1950 la cantidad de artículos publicados alcanzaba 173, número superior a la media de artículos publicados por la mayoría de los matemáticos durante toda su vida activa. Poco a poco la lista de sus coautores fue aumentando y entre otros podemos destacar: P. Turán y T. Gallai: desde sus años de estudiante en Budapest; H. Davenport, R. Rado y Chao Ko, de sus años en Manchester; M. Kac, I. Niven, A. Dvoretzky, S. Kakusani, A. Stone, L. Alaoglu, I. Kaplansky y A. Tarski, de sus primeros años en los EE. UU.

Estos hechos son un reflejo de la extraordinaria actividad y agudeza mental de Paul Erdős. Pero no son una indicación de la amplitud y profundidad de sus matemáticas. Por lo tanto, hagamos un somero repaso a algunos de sus temas de investigación. Como ya hemos apuntado, al comienzo de su carrera se concentró en la teoría de números: problemas relacionados con la distribución de primos, comenzando con su escueta demostración del postulado de Bertrand, que constituyó el núcleo de su disertación doctoral, finalizada a la edad de 21 años. Esta línea de investigación culminó con una demostración elemental del *teorema de los números primos*, lograda conjuntamente con A. Selberg, y con la creación del *método probabilístico en teoría de números*, realizada conjuntamente con P. Turán y M. Kac.

92 Fue un ardiente defensor de las *demostraciones elementales*. Esta era su máxima más fuerte y la expresaba en su símil sobre *El Libro*: “Existe un libro, *El Libro*”, que para cada enunciado matemático, contiene la demostración más simple y elegante, o la demostración más ilustrativa: *La Demostración del Libro*. Paul Erdős utilizaba este símil para indicar una meta ideal, a la que se ha de llegar en Matemáticas, la elegancia en las demostraciones. A menudo decía que cuando se marchase (en su lenguaje: cuando muriese) únicamente le pediría a Dios que le permitiese mirar en las páginas de *El Libro*. Otra de sus máximas famosas era que *no es necesario creer en Dios, pero es imprescindible creer en El Libro*. Casi nunca, por no decir nunca, afirmó que una demostración particular perteneciese a *El Libro*, contrariamente a algunas afirmaciones realizadas después de su muerte, como por ejemplo el elegante libro [1].

Pero sólo la calidad de la investigación de Erdős no explica su inmensa influencia y popularidad entre los matemáticos contemporáneos. Existen otros factores que desearíamos mencionar explícitamente.

Se podría afirmar que Paul Erdős tuvo suerte con sus temas de investigación. Muchos de los problemas y resultados que consideró en la década de los 30, han cobrado una gran relevancia en la actualidad. Esta afirmación es particularmente cierta en el caso del *método probabilístico*: entendió la potencia de los métodos elementales de conteo en las áreas de la combinatoria y la teoría de números, produjo una secuencia de artículos seminales que dieron lugar

al área de los *grafos aleatorios*, y más tarde culminó con los algoritmos aleatorios, los cuales han desempeñado un papel clave en la reciente historia de la informática. Gran parte de sus publicaciones iniciales sobre el método probabilístico fueron realizadas conjuntamente con su colega y amigo de juventud Alfred Rényi. Se puede afirmar que todos sus trabajos en combinatoria han tenido una gran influencia y relevancia en el desarrollo de la informática. Los investigadores que trabajan en el campo de la informática consideran a Erdős como un pionero de la informática teórica.

Sus trabajos iniciaron varias de las áreas de la combinatoria actual: la teoría de Ramsey, teoría extrema, métodos no constructivos, cálculo de particiones (conjuntamente con R. Rado y A. Hajnal), geometría combinatoria... (ver [8]).

En 1987 P. Erdős habló en el seminario *KAM-Mathematical Colloquium* de la Universidad Carolingia (Praga) y después de su magnífica clase, un prominente topólogo checo, Zdenk Frolík, comentó: "...este Erdős es fantástico. Sólo habla sobre teorías que él mismo ha creado".

Seguramente Erdős tuvo suerte en la temática de su investigación, pero la *perdurabilidad* de sus resultados es sorprendente, y se ha de reconocer que se debe a su penetrante visión y su profundo conocimiento de nuestra ciencia. Erdős no era un especialista con una visión estrecha de su campo, y en su peculiar y modesta forma explicó esta perdurabilidad empleando el término *preparación*. Erdős utilizaba otra de sus encantadoras historias para ilustrar este *estar preparado*: tanto Roentgen como Crookes observaron en sus laboratorios que las placas fotográficas quedaban afectadas por su cercanía al material radioactivo, pero mientras que Crookes ordenó simplemente que las alejaran, Roentgen, que *estaba preparado*, descubrió los rayos X.

Su profundidad matemática se observa en la breve comunicación [7] donde inició las preguntas sobre densidad del Teorema de Van der Waerden. Los problemas relacionados con la densidad de conjuntos de números eran los favoritos de Erdős. Este trabajo inicial suyo llevó a importantes descubrimientos de Roth, Szemerédi, Furstenberg y, finalmente, de Gowers. El trabajo de Gowers y Erdős fue mencionado como uno de los méritos relevantes cuando le otorgaron a Gowers la medalla Fields.

Finalmente, otra razón que explica la profundidad y gran producción matemática de Erdős fue su estilo de *académico errante* combinado con su innata habilidad matemática y su increíble actividad. Su profundo sentido democrático le hacía cortocircuitar la pompa y rigidez universitaria para colaborar con los estudiantes brillantes. Es conocido el interés de Erdős por ayudar y promocionar jóvenes prodigios matemáticos. Todos estos hechos cambiaron profundamente las vidas de personas en muchos lugares de la Tierra. Las visitas de Paul Erdős cambiaron los objetivos y rituales de nuestras vidas, y le añe-

dieron la efervescencia y gratificación derivadas del hallazgo científico. Ciertamente es triste ser consciente de que *él no volverá*. Pero sus 485 coautores, los 5.337 matemáticos que tienen *número de Erdős 2* (personas que han publicado con un coautor de Erdős) ([5, 8]) y sus 1500 publicaciones son una garantía para poder afirmar que su legado perdurará por un largo tiempo (ver por ejemplo [10]).

### Bibliografía

1. Aigner, M. y Ziegler, G.: *Proof from The Book*. Springer, 1998.
  2. Babai, L.: "In and Out of Hungary: Paul Erdős His Friends and Times". En: *Combinatorics, Paul Erdős is Eighty* (Volume 2), Bolyai Soc., Budapest, 1996, pp. 7-95.
  3. Babai, L.: "Paul Erdős Just Left Town", *Notices of the AMS*. n.º 45, 1, 1998, pp. 66-72.
  4. Bollobás, B.: "Paul Erdős - Life and Work". En: [8], pp.1-41.
  5. Castro, R. de; Grossman, J. W.: *Famous Trails to Paul Erdős, The Mathematical Intelligencer*. 1999.
  6. Chung, F.; Graham, R. L.: *Paul Erdős problems in Graph Theory*. Wiley, 1999.
  7. Erdős, P.; Turán, P.: On some sequences of integers. *J. London Math. Soc.* 11 (1936), pp. 261-264.
  8. Graham, R. L.; Nesetril, J.: *Mathematics of Paul Erdős*. Volume I y II, Springer Verlag, 1999. (Estos volúmenes contienen la lista completa de publicaciones y una de las mejores descripciones del trabajo y la herencia matemática de Paul Erdős.)
  9. Hoffman, P.: *The Man Who Loved Only Numbers*. Hyperion, 1998. (Un relato popular de la vida de Erdős —no siempre fiable—)
  10. "Integers". *Electronic Journal of Combinatorial Number Theory*. Visitar el sitio de Internet <http://www.integers-ejcnt.org>
  11. Schechter, B.: *My Brain is Open. The Mathematical Journeys of Paul Erdős*. Simon & Schuster, 1998. (Una exposición divulgadora de la vida de Erdős.)
  12. Spencer, J.: "Uncle Paul", *Notices of the AMS*. n.º 45, 1, 1998, pp. 64-66.
- [Versión española de Josep Díaz, a quien el autor agradece su labor]