

ESTUDIO, MEDIANTE EL FORMALISMO DE LA FUNCIÓN DE WIGNER, DE LOS EFECTOS DE LA RADIACIÓN DE PUNTO CERO EN LA GENERACIÓN DEL BIT CUÁNTICO FOTÓNICO

A. Casado¹, S. Guerra² & J. Plácido²

¹ Departamento de Física Aplicada III. Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla, 41092 Sevilla. España
acasado@us.es

² Grupo de Ingeniería Térmica e Instrumentación
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, 35017 Las Palmas de Gran Canaria, España

PACS: 42.50.-p, 03.67.-a, 03.65.Sq, 03.67.Dd

Resumen

Este artículo está dedicado al estudio de distintos tipos de bits cuánticos fotónicos utilizados en el procesado de información cuántica en óptica (espacial, de polarización, y el pulso láser de femtosegundo), utilizando la representación de Wigner de la óptica cuántica. Se analiza la relación entre la generación del bit cuántico fotónico y la activación de los modos del campo de punto cero en diferentes sistemas ópticos. Se muestra que las propiedades de los bits cuánticos aparecen como consecuencia de la estocasticidad inherente al campo de punto cero.

Palabras clave: Representación de Wigner, campo de punto cero, bit cuántico fotónico.

Abstract

In this paper we apply the Wigner representation of quantum optics to the description of several types of photonic qubits: the spatial qubit, the polarization qubit and the time-bin qubit, used in optical quantum information processing. We analyse the relationship between the generation of photonic qubits and the activation of zeropoint field modes in different optical systems. The properties of the quantum bits appear as a consequence of the intrinsic stochasticity of the zeropoint field.

Keywords: Wigner representation, zeropoint field, photonic qubit.

1 Introducción

Es bien sabido que cualquier tratamiento de la información se realiza siempre utilizando sistemas físicos, en un principio, sistemas descritos por la física clásica. No obstante, en los últimos 30 años muchos científicos desarrollaron una idea que Richard Feynman había sugerido en 1982. Feynman se percató de que podría haber serias dificultades para simular sistemas mecánico-cuánticos en computadores clásicos, y sugirió que construyendo computadoras basadas en los principios de la mecánica cuántica se podrían evitar tales dificultades. Pocos años más tarde, en los 90, varios equipos de investigadores desarrollaron esta idea, demostrando que es posible utilizar computadores cuánticos para simular eficientemente sistemas que no tienen simulación eficiente conocida en un computador clásico [1, 2].

Las ventajas que ofrece la teoría cuántica, a través de propiedades que no tienen contrapartida en la física clásica, junto con los experimentos realizados con el fin de mostrar en el laboratorio estas propiedades “mágicas”, han constituido la base para el desarrollo, en la década de los 80, de la información cuántica en sus aspectos teórico y prácticos. Entre los que se incluyen: la teleportación cuántica [3, 4, 5], consistente en la transferencia del estado cuántico de una partícula a otra, estando ambas separadas por una distancia arbitrariamente grande, usando el entrelazamiento y la transmisión de cierta información clásica; la codificación densa [6], mediante la cual se transmiten dos bits clásicos de información con el envío de sólo un bit cuántico (en adelante “qubit”, del inglés *quantum bit*) desde el emisor al receptor; la computación cuántica [1, 2], con el diseño de algoritmos utilizando efectos cuánticos, muy diferentes a los de los computadores clásicos; la criptografía cuántica [7, 8, 9], para la que las propiedades de la mecánica cuántica permiten establecer una clave, de forma que la seguridad entre emisor y receptor no pueda ser vulnerada; corrección cuántica de errores y corrección cuántica tolerante a fallos, para proteger los estados cuánticos del ruido [10, 11].

Con el desarrollo de la teoría de la información cuántica, los experimentos con fotones que, durante muchos años buscaron la violación experimental de las desigualdades de Bell [12], se convirtieron en los exponentes de la experimentación en el campo de la comunicación cuántica [13, 14, 15, 16]. De este modo, la conversión paramétrica a la baja (en adelante “PDC”, del inglés *Parametric Down Conversion*) se ha convertido en un recurso fundamental en este campo. Más aún, el uso de desigualdades de Bell en procesos de distribución de clave cuántica es un ejemplo claro del vínculo que existe entre los fundamentos de la mecánica cuántica y la teoría de la información cuántica [17, 18].

El objetivo de este artículo es el estudio del papel que tienen las fluctuaciones del campo de punto cero (en adelante “ZPF”, del inglés *Zero Point Field*) en la generación del qubit fotónico. Para ello, utilizaremos el formalismo de la función de Wigner de la óptica cuántica en el marco de Heisenberg (en adelante “WRHP”, del inglés *Wigner Representation in the Heisenberg Picture*). Este formalismo constituye una alternativa, al uso del espacio de Hilbert, para el estudio de la información cuántica en óptica, aportando una interpretación complementaria que enfatiza el comportamiento ondulatorio de la luz, en contraste con el carácter corpuscular que destaca el espacio de Hilbert a través del concepto de fotón.

A diferencia del formalismo del espacio de Hilbert, que sustrae directamente el vacío electromagnético mediante el ordenamiento normal de operadores, el formalismo WRHP enfatiza los efectos del ZPF en los experimentos. Más aún, todos los experimentos con fotones generados en la conversión paramétrica a la baja, realizados con objeto de mostrar los aspectos no clásicos de la luz y la violación experimental de desigualdades de Bell, tienen una interpretación estocástica fundamentada en la positividad de la función de Wigner para este proceso. Lo cual permitió la posibilidad de estudiar el proceso de conversión paramétrica a la baja mediante ecuaciones de evolución clásica, añadiendo a la onda clásica correspondiente al láser la radiación de punto cero a la entrada del cristal [19, 20, 21, 22]. El formalismo de la función de Wigner se ha utilizado, en los últimos años, en el estudio de los experimentos de comunicación cuántica usando PDC, dando un enfoque alternativo que profundiza en la interpretación física de estos experimentos, a partir de los efectos del campo de punto cero en el entrelazamiento y en los diferentes aspectos relevantes de la comunicación cuántica, como la criptografía, la medida de estados de Bell o la teleportación [23, 24, 25, 26].

La función de Wigner de la óptica cuántica recupera la idea del punto cero como umbral en la detección, existiendo un nexo entre este formalismo y la óptica estocástica, una teoría alternativa a la óptica cuántica, que introduce el campo de punto cero como elemento esencial para la descripción de los experimentos de óptica con fotones [27, 28]. La óptica estocástica surgió con la idea de explicar los resultados de los experimentos utilizando el concepto de radiación de punto cero en lugar del concepto de fotón, regresando a la idea de la luz como algo intrínsecamente ondulatorio [29, 30, 31].

Como veremos, en este trabajo se enfatiza la imagen del fotón como una amplificación de las fluctuaciones del campo de punto cero, en contraposición al concepto de fotón como partícula con propiedades “mágicas”. El bit cuántico fotónico, como sistema con la capacidad de almacenar información cuántica, necesita de la intervención del punto cero como elemento esencial para su descripción en la WRHP, siendo éste el responsable de las propie-

dades del qubit. En la sección 2 daremos una descripción simplificada del qubit fotónico: espacial, de polarización y del *time-bin qubit* (pulso láser de femtosegundo), en el espacio de Hilbert. En la sección 3 se revisarán los aspectos más importantes del formalismo WRHP, pasando en la sección 4 a los aspectos novedosos del artículo: la descripción en la WRHP de la influencia del campo de punto cero en la generación del qubit fotónico espacial, de polarización y del *time-bin qubit*. También, trataremos la pérdida de la simetría $SU(2)$ por parte del *time-bin qubit* [32], en base a la consideración de las entradas de punto cero. Existen otros tipos de qubits fotónicos [33, 34, 35], dejando su descripción en la WRHP para futuros proyectos. Terminaremos, en la sección 5, exponiendo las conclusiones del trabajo.

2 El qubit fotónico

El sistema cuántico más simple, utilizado en información cuántica, es un sistema dicotómico denominado *qubit*. Si se utiliza para codificar la información un cierto observable \hat{A} , éste tendrá dos estados propios y dos valores propios. Los estados propios constituyen una base, $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, que recibe el nombre de base computacional. El qubit representa la unidad de información en la teoría de la información cuántica, y se representa mediante la superposición [36, 32]:

$$|\psi\rangle = \gamma|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (1)$$

donde γ y β son números complejos. En la medida del qubit, es decir, en la medida del observable del que $|0\rangle$ y $|1\rangle$ son estados propios, $|\gamma|^2$ ($|\beta|^2$) es la probabilidad de obtener el bit 0 (1). Dada la condición de normalización, se verifica $|\gamma|^2 + |\beta|^2 = 1$.

El qubit puede representarse mediante dos parámetros θ y φ :

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + e^{i\varphi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle, \quad (2)$$

y gráficamente, a partir de un punto de la esfera de Bloch [36] (figura 1).

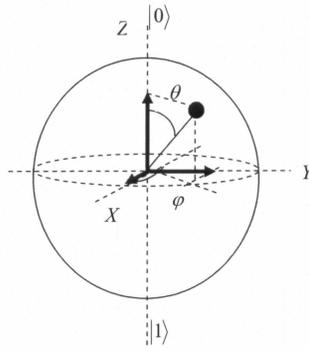


Figura 1: Representación de un qubit en la esfera de Bloch. Los estados ortogonales se corresponden con puntos opuestos en la esfera, y el bit cuántico está representado por un punto de la superficie esférica.

La implementación de qubits con fotones (qubits fotónicos) se puede hacer de varias formas [37, 32], según el grado de libertad que se utilice para codificar la información. En este artículo vamos a referirnos a tres de ellas:

1. Utilizando el momento del fotón (modos espaciales o caminos), se tiene lo que se conoce como qubit espacial. Se consigue, por ejemplo, a partir de un divisor de haz (en adelante “BS”, de *Beam-Splitter*). Si un fotón con momento definido incide por uno de los canales de entrada del divisor, siendo a y b los modos de salida, el estado correspondiente a la salida del divisor se expresa mediante la superposición:

$$|\psi\rangle = \gamma|a\rangle + \beta|b\rangle. \quad (3)$$

2. Si se utiliza la polarización del fotón para almacenar la información, se tiene el qubit de polarización. Los estados de polarización en la base rectilínea son: el correspondiente a polarización vertical, $|V\rangle \equiv |1\rangle$, y el autoestado de polarización horizontal, $|H\rangle = |0\rangle$. El qubit se representa por la superposición:

$$|\psi\rangle = \gamma|H\rangle + \beta|V\rangle. \quad (4)$$

La fase relativa entre las dos componentes puede modificarse aplicando un retardador de onda.

3. Otra posibilidad es generar un *time-bin qubit* a partir de un interferómetro Mach-Zehnder. Si un pulso (conteniendo un fotón) incide sobre el primer divisor del interferómetro, y éste tiene una diferencia

de caminos mayor que el tamaño del pulso, el estado correspondiente al fotón que sale por una de las salidas del segundo divisor, suponiendo que la otra salida no se detecta ningún fotón, es una superposición de estados (dos pulsos):

$$|\psi\rangle = \gamma|l\rangle + \beta|s\rangle, \quad (5)$$

donde l y s se refieren a los caminos largo y corto del interferómetro, respectivamente. La fase relativa puede ajustarse mediante un desfaseador, en uno de los brazos. Un aspecto muy interesante de este tipo de qubit es la pérdida de la simetría $SU(2)$ [32].

3 El formalismo de Wigner en óptica cuántica

En esta sección vamos a revisar los aspectos fundamentales del formalismo de Wigner de la óptica cuántica, dentro del marco de Heisenberg (WRHP).

En el formalismo del espacio de Hilbert, el operador campo eléctrico correspondiente a un haz de luz se expresa mediante la suma de dos operadores mutuamente conjugados

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) + \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\mathbf{r}, t), \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\mathbf{r}, t) = i \sum_{[\mathbf{k}], \lambda} \left(\frac{\hbar \omega_{\mathbf{k}}}{2L^3} \right)^{\frac{1}{2}} \epsilon_{\mathbf{k}, \lambda} \hat{a}_{\mathbf{k}, \lambda}(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}, \quad (7)$$

donde L^3 es el volumen de normalización y $\hat{a}_{\mathbf{k}, \lambda}(t)$ es el operador de destrucción correspondiente a un modo de vector de onda \mathbf{k} , y cuyo vector de polarización es $\epsilon_{\mathbf{k}, \lambda}$, siendo $\omega_{\mathbf{k}} = c|\mathbf{k}|$. La suma está restringida al conjunto de modos pertenecientes al haz, el cual contiene frecuencias en un rango entre ω_{\min} y ω_{\max} , y vectores de onda cuyas componentes transversales están limitadas por una cota superior [21]:

$$\omega_{\min} < \omega_{\mathbf{k}} < \omega_{\max}, \quad |\mathbf{k}^{\text{tr}}| \ll \frac{\omega_{\min}}{c}. \quad (8)$$

En experimentos donde no interviene la polarización se utiliza la aproximación escalar, bien conocida en óptica clásica. Se multiplica la amplitud (7) por $\sqrt{2}$, de modo que la parte relevante del vector campo eléctrico es:

$$\hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) = i \sum_{[\mathbf{k}]} \left(\frac{\hbar \omega_{\mathbf{k}}}{L^3} \right)^{\frac{1}{2}} \hat{a}_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}. \quad (9)$$

Las ecuaciones (6), (7) y (9) corresponden a la imagen de Heisenberg, donde toda la dependencia temporal está en los operadores de creación y destrucción $\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}^{\dagger}(t)$ y $\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}(t)$, y el estado del campo electromagnético está representado por un operador densidad $\hat{\rho}$, independiente del tiempo.

La evolución temporal de los operadores $\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}(t)$ está representada por la ecuación:

$$\dot{\hat{a}}_{\mathbf{k},\lambda} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}, \hat{H}], \quad (10)$$

donde \hat{H} es el hamiltoniano del sistema. Por ejemplo, para el campo electromagnético libre esta dependencia es de la forma:

$$\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}(t) = \hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}(0) e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t}. \quad (11)$$

Para situaciones donde se produce interacción entre campos electromagnéticos esta dependencia es más compleja y contiene toda la dinámica del proceso.

La transformación de Wigner establece una correspondencia entre el operador densidad y una función de distribución en el espacio de las fases

$$W(\alpha, \alpha^*) = Tr[\hat{\rho} \Phi(\alpha, \alpha^*)] \quad ; \quad \alpha \equiv \{\alpha_{\mathbf{k},\lambda}\}, \quad (12)$$

donde

$$\Phi(\alpha, \alpha^*) = \prod_{[\mathbf{k},\lambda]} \int \frac{1}{\pi^2} e^{\beta_{\mathbf{k},\lambda}(\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}^{\dagger} - \alpha_{\mathbf{k},\lambda}^*) - \beta_{\mathbf{k},\lambda}^*(\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda} - \alpha_{\mathbf{k},\lambda})} d^2 \beta_{\mathbf{k}}. \quad (13)$$

También se establece una correspondencia entre el operador campo eléctrico y una amplitud compleja. Los operadores de destrucción $\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}(t)$ se reemplazan por amplitudes $\alpha_{\mathbf{k},\lambda}(t)$, y los operadores de creación $\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}^{\dagger}(t)$ por los complejos conjugados $\alpha_{\mathbf{k},\lambda}^*(t)$. La amplitud correspondiente al campo eléctrico se representa por:

$$\mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) = i \sum_{[\mathbf{k}],\lambda} \left(\frac{\hbar \omega_{\mathbf{k}}}{2L^3} \right)^{\frac{1}{2}} \epsilon_{\mathbf{k},\lambda} \alpha_{\mathbf{k},\lambda}(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}. \quad (14)$$

Las ecuaciones de evolución de las amplitudes $\alpha_{\mathbf{k},\lambda}(t)$ coinciden con las correspondientes a los operadores de destrucción, dadas por (10), en el caso

de que el hamiltoniano sea cuadrático, que es el caso correspondiente a la conversión paramétrica a la baja y a las transformaciones de las amplitudes en el caso de aparatos ópticos lineales.

De cara a los desarrollos que haremos posteriormente, trabajaremos con una amplitud lentamente variable con el tiempo, que denominaremos $\mathbf{F}^{(+)}(\mathbf{r}, t)$ siendo

$$\mathbf{F}^{(+)}(\mathbf{r}, t) = e^{i\omega_s t} \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t), \quad (15)$$

donde ω_s es la frecuencia central del haz. La relación entre $\mathbf{F}^{(+)}(\mathbf{r}_B, t)$ y $\mathbf{F}^{(+)}(\mathbf{r}_A, t)$ es:

$$\mathbf{F}^{(+)}(\mathbf{r}_B, t) = \mathbf{F}^{(+)}\left(\mathbf{r}_A, t - \frac{r_{AB}}{c}\right) e^{i\omega_s \frac{r_{AB}}{c}}, \quad (16)$$

donde $\mathbf{r}_{AB} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A$ y $r_{AB} = |\mathbf{r}_{AB}|$.

Dadas dos amplitudes complejas, $A(\mathbf{r}, t; \{\alpha\})$ y $B(\mathbf{r}', t'; \{\alpha\})$, la correlación entre ellas se define por:

$$\langle AB \rangle \equiv \int W(\{\alpha\}) A(\mathbf{r}, t; \{\alpha\}) B(\mathbf{r}', t'; \{\alpha\}) d\{\alpha\}, \quad (17)$$

siendo $W(\{\alpha\})$ la función de Wigner correspondiente al estado inicial.

La teoría de la detección en el formalismo de Wigner proporciona las siguientes expresiones para el cálculo de las probabilidades de detección simple y conjunta [21]:

$$P_A = k_A \langle I_A - I_{ZPF,A} \rangle, \quad (18)$$

$$P_{AB} = k_A k_B \langle (I_A - I_{ZPF,A})(I_B - I_{ZPF,B}) \rangle, \quad (19)$$

donde $I_i \propto \mathbf{F}_i^{(+)} \mathbf{F}_i^{(-)}$, $i = A, B$, es la intensidad de la luz en el detector i , y $I_{ZPF,i}$ es la correspondiente a la intensidad del campo punto cero. Por otro lado, k_A y k_B son constantes relacionadas con la eficiencia de los detectores.

En experimentos PDC donde interviene la polarización, se deduce de (19) la expresión siguiente:

$$P_{AB}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') = k_A k_B \sum_{\lambda} \sum_{\lambda'} |\langle F_{\lambda}^{(+)}(\phi_A; \mathbf{r}, t) F_{\lambda'}^{(+)}(\phi_B; \mathbf{r}', t') \rangle|^2, \quad (20)$$

donde ϕ_A y ϕ_B son parámetros controlables del experimento.

Una vez que hemos descrito el haz de luz en la representación de Wigner, vamos a resumir los aspectos fundamentales de la descripción del vacío electromagnético. El estado de vacío se representa mediante un campo estocástico:

$$\mathbf{E}_{ZPF} = \mathbf{E}_{ZPF}^{(+)} + \mathbf{E}_{ZPF}^{(-)}, \quad (21)$$

donde, teniendo en cuenta la evolución libre (11), y pasando a la función de Wigner, se tiene:

$$\mathbf{E}_{ZPF}^{(+)}(\mathbf{r}, t) = i \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \left(\frac{\hbar \omega_{\mathbf{k}}}{2\epsilon_0 L^3} \right)^{\frac{1}{2}} \alpha_{\mathbf{k}, \lambda} \epsilon_{\mathbf{k}, \lambda} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_{\mathbf{k}} t)}, \quad (22)$$

Las amplitudes $\alpha_{\mathbf{k}, \lambda}^*$ y $\alpha_{\mathbf{k}, \lambda}$ se distribuyen de acuerdo con la función de Wigner para el estado de vacío, correspondiente a la gaussiana [21]:

$$W_{ZPF}(\alpha) = \prod_{\mathbf{k}, \lambda} \frac{2}{\pi} e^{-2|\alpha_{\mathbf{k}, \lambda}|^2}, \quad (23)$$

donde $\alpha \equiv \{\alpha_{\mathbf{k}, \lambda}^*, \alpha_{\mathbf{k}, \lambda}\}$ representa el conjunto de modos del campo de punto cero. Las amplitudes de los modos de vacío verifican las siguientes relaciones de correlación:

$$\langle \alpha_{\mathbf{k}, \lambda} \alpha_{\mathbf{k}', \lambda'} \rangle \equiv \int d\alpha W_{ZPF}(\alpha) \alpha_{\mathbf{k}, \lambda} \alpha_{\mathbf{k}', \lambda'} = 0, \quad (24)$$

$$\langle \alpha_{\mathbf{k}, \lambda}^* \alpha_{\mathbf{k}', \lambda'}^* \rangle \equiv \int d\alpha W_{ZPF}(\alpha) \alpha_{\mathbf{k}, \lambda}^* \alpha_{\mathbf{k}', \lambda'}^* = 0, \quad (25)$$

$$\langle \alpha_{\mathbf{k}, \lambda} \alpha_{\mathbf{k}', \lambda'}^* \rangle \equiv \int d\alpha W_{ZPF}(\alpha) \alpha_{\mathbf{k}, \lambda} \alpha_{\mathbf{k}', \lambda'}^* = \frac{1}{2} \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \delta_{\lambda, \lambda'}. \quad (26)$$

La consideración de las expresiones (23) a (26) en el estudio de las propiedades estocásticas del campo de punto cero, trae consigo que el *ZPF* es un campo de valor medio nulo, con una energía media por modo igual a $(1/2)\hbar\omega$, e idénticas fluctuaciones.

En contraste con el estado de vacío, cuya función de Wigner es positiva, en el caso del estado correspondiente a un fotón, representado en óptica cuántica por $\hat{a}_{\mathbf{k}, \lambda}|vac\rangle$, donde $|vac\rangle$ representa al estado de vacío, la correspondiente distribución de Wigner no es una función definida positiva, lo que guarda una estrecha relación con el carácter no-clásico de este estado:

$$W_1(\alpha_{\mathbf{k},\lambda}) = \frac{2}{\pi}(4|\alpha_{\mathbf{k},\lambda}|^2 - 1)e^{-2|\alpha_{\mathbf{k},\lambda}|^2}. \quad (27)$$

La consideración de que el haz está definido a partir de un conjunto de modos, de tal modo que las señales conteniendo un fotón se representan mediante “agujas de radiación”, y de otras limitaciones de tipo experimental, de cara a la generación de estados de un fotón, da lugar a que las zonas de negatividad de la función de Wigner se reduzcan [30].

De cara a la descripción del qubit espacial y del time-bin qubit en la WRHP, dedicaremos la última parte de esta sección a la transformación de las amplitudes en un divisor de haz. Si a y b representan los canales de entrada, y c y d los de salida, siendo T (R) el coeficiente de transmisión (reflexión), tenemos:

$$\begin{aligned} E_c^{(+)}(\mathbf{r}, t) &= TE_a^{(+)}(\mathbf{r}, t) + iRE_b^{(+)}(\mathbf{r}, t), \\ E_d^{(+)}(\mathbf{r}, t) &= TE_b^{(+)}(\mathbf{r}, t) + iRE_a^{(+)}(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (28)$$

siendo \mathbf{r} el punto donde se encuentra el centro del BS. Estas relaciones son las mismas que las correspondientes a la transformación del operador campo eléctrico en el espacio de Hilbert, y también en óptica clásica. Esta coincidencia es una consecuencia de la linealidad de las ecuaciones (28).

4 El qubit fotónico en la WRHP

En esta sección usaremos el formalismo de la función de Wigner para analizar el papel que juega el punto cero en la descripción y propiedades del qubit fotónico. Si bien cualquier tipo de qubit viene descrito por un vector en un espacio de Hilbert bidimensional, cuando se pasa a la función de Wigner la descripción depende del tipo de qubit, es decir, de la magnitud que se utiliza para codificar la información. No obstante, como ya veremos, existe un denominador común a los distintos tipos de qubits fotónicos en la WRHP, representado a partir de ciertas propiedades de correlación que deben verificar las amplitudes que representan al campo eléctrico.

4.1 El qubit espacial en la WRHP

Ahora vamos a centrarnos en el qubit espacial dado por la ecuación (3). Si los estados de la base computacional representan el momento del fotón, es decir, haciendo $|a\rangle \equiv |0\rangle$ y $|b\rangle \equiv |1\rangle$, el qubit fotónico en la WRHP se representa

mediante dos haces de amplitudes $F_0^{(+)}$ (modo “a”) y $F_1^{(+)}$ (modo “b”), que verifican las siguientes propiedades de correlación:

$$\frac{P_0}{k_0} = \langle |F_0^{(+)}|^2 - I_{0,ZPF} \rangle = |\gamma|^2, \quad (29)$$

$$\frac{P_1}{k_1} = \langle |F_1^{(+)}|^2 - I_{1,ZPF} \rangle = |\beta|^2, \quad (30)$$

$$\frac{P_{01}}{k_0 k_1} = \langle (|F_0^{(+)}|^2 - I_{0,ZPF})(|F_1^{(+)}|^2 - I_{1,ZPF}) \rangle = 0, \quad (31)$$

$$\langle F_0^{(+)} F_1^{(-)} \rangle - \langle F_0^{(+)} F_1^{(-)} \rangle_{ZPF} = -i\gamma\beta^*. \quad (32)$$

Hemos omitido, por simplicidad, la dependencia respecto de \mathbf{r} y de t , que no es relevante para mostrar los resultados fundamentales, y estamos suponiendo que las amplitudes $F_0^{(+)}$ y $F_1^{(+)}$ están convenientemente adimensionalizadas. Por otro lado, las constantes k_0 y k_1 están relacionadas con la eficiencia de detección, cuya consideración es esencial en la descripción de los experimentos.

Las ecuaciones (29) y (30) muestran que la probabilidad de obtener uno u otro valor del qubit en la medida (detección), es proporcional a la diferencia entre la intensidad de la señal y la correspondiente a la radiación de punto cero en la posición del detector. La ecuación (31) indica que es imposible detectar simultáneamente el bit 0 y el bit 1 (detección conjunta nula). La última ecuación representa el acoplamiento existente entre las dos amplitudes que representan al qubit, a través de la correlación por encima del umbral de punto cero entre $F_0^{(+)}$ y $F_1^{(-)}$.

La justificación de las ecuaciones (29) a (32) introduce la radiación de punto cero como elemento esencial en la descripción del bit cuántico en el formalismo de Wigner. Para verlo, partiremos de una situación característica de la óptica clásica: un haz de luz incide sobre uno de los canales de un divisor de haz, de coeficientes de transmisión y reflexión, T y R respectivamente, estando el otro canal “vacío”. Al tratarse de luz clásica, el número de fotones por modo es grande, de modo que la intensidad y sus fluctuaciones en el canal vacío, correspondientes a “medio” fotón por modo, son despreciables. Si la intensidad de la luz va descendiendo, hasta el punto de que, el número de

fotones por modo es pequeño, llegamos al dominio cuántico, en el que las fluctuaciones de punto cero correspondientes al canal vacío, así como las asociadas al canal de entrada de la señal, son relevantes en la descripción de la luz a la salida del BS, y en sus propiedades.

Teniendo en cuenta el divisor de haz (BS), que aparece en la figura 2, veremos, en detalle, el papel que juega este dispositivo, junto con el vacío, en la formación del qubit espacial. Sea $F^{(+)}$ la amplitud correspondiente a la señal, y $F_{ZPF}^{(+)}$ la amplitud de punto cero que entra por el canal vacío. La condición de que la señal lleve solo un “fotón”, se puede establecer mediante la ecuación siguiente

$$\langle F^{(+)}F^{(-)} - I_{ZPF} \rangle = 1, \quad (33)$$

donde I_{ZPF} es la intensidad en el caso de que el canal por el que entra $F^{(+)}$ estuviese vacío. La imposibilidad de que $F^{(+)}$ contenga “más de un fotón” se puede establecer a partir de la expresión (véase la ecuación (19)):

$$\langle (F^{(+)}F^{(-)} - I_{ZPF})(F^{(+)}F^{(-)} - I_{ZPF}) \rangle = 0, \quad (34)$$

Por otro lado, la descorrelación entre la señal y el vacío que entra por el otro canal se representa por las relaciones siguientes:

$$\langle F^{(+)}F_{ZPF}^{(-)} \rangle = 0, \quad (35)$$

$$\langle F^{(+)}F_{ZPF}^{(+)} \rangle = 0. \quad (36)$$

Los haces de salida del BS (figura 2) son:

$$F_0^{(+)} = TF^{(+)} + iRF_{ZPF}^{(+)}, \quad (37)$$

$$F_1^{(+)} = TF_{ZPF}^{(+)} + iRF^{(+)}. \quad (38)$$

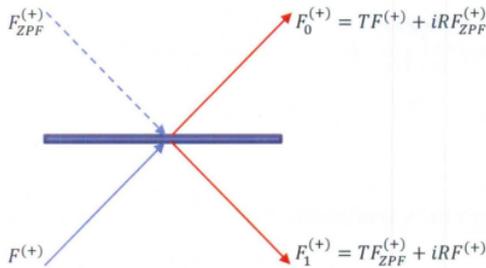


Figura 2: En la representación de Wigner, el qubit fotónico, correspondiente a la superposición de estados del momento del fotón, está caracterizado por dos haces, $F_0^{(+)}$ y $F_1^{(+)}$, generados a partir de la superposición en un BS de una señal que entra por un canal, y punto cero que entra por el canal vacío.

La fase relativa entre $F_0^{(+)}$ y $F_1^{(+)}$ se puede modificar, por ejemplo, mediante un desfaseador situado en uno de los haces.

Como veremos a continuación, las amplitudes $F_0^{(+)}$ y $F_1^{(+)}$ permiten reproducir las propiedades del qubit fotónico espacial en el formalismo WRHP. Para ello, vamos a demostrar que los valores de P_0 , P_1 , P_{01} , así como la correlación entre $F_0^{(+)}$ y $F_1^{(-)}$, coinciden con las expresiones (29) a (32), haciendo $\gamma \equiv T$ y $\beta \equiv R$. Por ejemplo, para el cálculo de P_0 , hemos de utilizar la expresión (véase la ecuación (18)):

$$\frac{P_0}{k_0} = \langle F_0^{(+)} F_0^{(-)} - I_{0,ZPF} \rangle, \quad (39)$$

donde $I_{0,ZPF}$ es la intensidad en la posición del detector en el caso de que todas las fuentes de radiación estuviesen apagadas, es decir, que sólo entrase vacío por los dos canales, siendo:

$$I_{0,ZPF} = |T|^2 I_{ZPF} + |R|^2 \langle F_{ZPF}^{(+)} F_{ZPF}^{(-)} \rangle. \quad (40)$$

Ahora, mediante el uso de las ecuaciones (37), (33), (35), y (40), obtenemos fácilmente:

$$\begin{aligned}
\frac{P_0}{k_0} &= \langle F_0^{(+)} F_0^{(-)} - I_{0,ZPF} \rangle \\
&= \langle (TF^{(+)} + iRF_{ZPF}^{(+)})(T^*F^{(-)} - iR^*F_{ZPF}^{(-)}) - I_{0,ZPF} \rangle \\
&= |T|^2 \langle F^{(+)} F^{(-)} \rangle - iT R^* \langle F^{(+)} F_{ZPF}^{(-)} \rangle + iRT^* \langle F_{ZPF}^{(+)} F^{(-)} \rangle + |R|^2 \langle F_{ZPF}^{(+)} F_{ZPF}^{(-)} \rangle \\
&\quad - I_{0,ZPF} = |T|^2.
\end{aligned} \tag{41}$$

Del mismo modo, y realizando las mismas consideraciones para P_1 , tenemos:

$$\begin{aligned}
\frac{P_1}{k_1} &= \langle F_1^{(+)} F_1^{(-)} - I_{1,ZPF} \rangle \\
&= \langle (TF_{ZPF}^{(+)} + iRF^{(+)})(T^*F_{ZPF}^{(-)} - iR^*F^{(-)}) - I_{1,ZPF} \rangle \\
&= |T|^2 \langle F_{ZPF}^{(+)} F_{ZPF}^{(-)} \rangle - iT R^* \langle F_{ZPF}^{(+)} F^{(-)} \rangle + iRT^* \langle F^{(+)} F_{ZPF}^{(-)} \rangle + |R|^2 \langle F^{(+)} F^{(-)} \rangle \\
&\quad - I_{1,ZPF} = |R|^2,
\end{aligned} \tag{42}$$

siendo

$$I_{1,ZPF} = |R|^2 I_{ZPF} + |T|^2 \langle F_{ZPF}^{(+)} F_{ZPF}^{(-)} \rangle. \tag{43}$$

Veamos a continuación la probabilidad de detección conjunta en dos detectores situados a la salida del BS. Utilizando la expresión (19) para la probabilidad de detección conjunta, tenemos:

$$\frac{P_{01}}{k_0 k_1} = \langle (|F_0^{(+)}|^2 - I_{0,ZPF})(|F_1^{(+)}|^2 - I_{1,ZPF}) \rangle \tag{44}$$

Ahora, teniendo en cuenta las ecuaciones (37) y (38), se tiene:

$$\begin{aligned}
\frac{P_{01}}{k_0 k_1} &= \langle (|TF^{(+)} + iRF_{ZPF}^{(+)}|^2 - I_{0,ZPF}) \\
&\quad \times (|TF_{ZPF}^{(+)} + iRF^{(+)}|^2 - I_{1,ZPF}) \rangle.
\end{aligned} \tag{45}$$

Sustituyendo las expresiones de $I_{1,ZPF}$ y $I_{0,ZPF}$ dadas por (40) y (43), y teniendo en cuenta las ecuaciones (34), (35) y (36), se obtiene finalmente:

$$P_{01} = 0. \tag{46}$$

Por último, calcularemos la correlación, por encima del umbral de punto cero, entre $F_0^{(+)}$ y $F_1^{(-)}$. Para ello, haremos el cálculo de $\langle F_0^{(+)} F_1^{(-)} \rangle - \langle F_0^{(+)} F_1^{(-)} \rangle_{ZPF}$, donde $\langle \dots \rangle_{ZPF}$ se refiere a la correlación entre $F_0^{(+)}$ y $F_1^{(-)}$ en el caso en el que sólo entrase punto cero en ambos canales del BS. Por un lado, teniendo en cuenta la ecuación (35), tenemos:

$$\begin{aligned}
\langle F_0^{(+)} F_1^{(-)} \rangle &= \langle (TF^{(+)} + iRF_{ZPF}^{(+)})(T^*F_{ZPF}^{(-)} - iR^*F^{(-)}) \rangle \\
&= iRT^* \langle F_{ZPF}^{(+)} F_{ZPF}^{(-)} \rangle - iT R^* \langle F^{(+)} F^{(-)} \rangle.
\end{aligned} \tag{47}$$

Ahora, considerando que

$$\langle F_0^{(+)} F_1^{(-)} \rangle_{ZPF} = iRT^* \langle F_{ZPF}^{(+)} F_{ZPF}^{(-)} \rangle - iT R^* I_{ZPF}, \tag{48}$$

finalmente tenemos:

$$\langle F_0^{(+)} F_1^{(-)} \rangle - \langle F_0^{(+)} F_1^{(-)} \rangle_{ZPF} = -iTR^*. \tag{49}$$

Las ecuaciones (41), (42), (46) y (49) son idénticas al conjunto de ecuaciones (29) a (32), sin más que hacer $\gamma = T$ y $\beta = R$, lo que muestra que la descripción del qubit fotónico necesita de la consideración de los grados de libertad del vacío, representado por la radiación de punto cero en la representación de Wigner. Las propiedades del bit cuántico están, por tanto, estrechamente relacionadas con la intervención del vacío, siendo este un elemento esencial en su descripción y propiedades. Cada uno de los dos haces $F_0^{(+)}$ y $F_1^{(+)}$ “esconde”, gracias a la presencia del vacío, un elemento de información clásica que surge en el proceso de detección (medida del qubit).

4.2 El qubit de polarización en la WRHP

Las ecuaciones (29) a (32), aun cuando han sido presentadas en el desarrollo de la teoría WRHP aplicada al qubit espacial, son aplicables a las amplitudes que caracterizan otros tipos de qubits, como sucede con el qubit de polarización, dado en la ecuación (4).

De nuevo, usaremos un argumento para justificar la relevancia del punto cero, considerando la transición entre una situación descrita por la física clásica, en la que las fluctuaciones del vacío no son importantes, a otra en la que las fluctuaciones del vacío son esenciales para la descripción de las propiedades del sistema (bit cuántico fotónico). Consideremos una fuente de luz polarizada horizontalmente. Si la intensidad de la luz se hace muy pequeña, de modo que la luz contiene “un solo fotón”, se alcanza el dominio cuántico, en el que las fluctuaciones del vacío correspondientes a la componente de polarización vertical, junto con las de la propia señal, son determinantes en las propiedades del qubit de polarización. El haz se expresa de la forma siguiente:

$$\mathbf{F}^{(+)} = F_H^{(+)} \mathbf{i} + F_{V,ZPF}^{(+)} \mathbf{j}, \tag{50}$$

donde $F_H^{(+)}$ verifica las siguientes ecuaciones, idénticas a (33) y (34):

$$\langle F_H^{(+)} F_H^{(-)} - I_{ZPF,H} \rangle = 1, \quad (51)$$

$$\langle (F_H^{(+)} F_H^{(-)} - I_{ZPF,H})(F_H^{(+)} F_H^{(-)} - I_{ZPF,H}) \rangle = 0. \quad (52)$$

donde $I_{ZPF,H}$ es la intensidad en el caso de que la amplitud $F_H^{(+)}$ estuviese “vacía”. La generación de una superposición en estados de polarización horizontal y vertical se consigue, por ejemplo, considerando la acción de un rotador de polarización sobre el haz descrito por la ecuación (50). Este dispositivo hace girar el plano de polarización de $\mathbf{F}^{(+)}$ un cierto ángulo θ . El campo eléctrico correspondiente a la salida del rotador, es

$$\begin{aligned} \mathbf{F}'^{(+)} &\equiv \begin{pmatrix} F_H'^{(+)} \\ F_V'^{(+)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_H^{(+)} \\ F_{V,ZPF}^{(+)} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} F_H^{(+)} \cos\theta - F_{V,ZPF}^{(+)} \text{sen}\theta \\ F_H^{(+)} \text{sen}\theta + F_{V,ZPF}^{(+)} \cos\theta \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (53)$$

La fase relativa entre $F_H'^{(+)}$ y $F_V'^{(+)}$ puede modificarse aplicando un retardador. Si se usa la polarización para codificar la información, cada una de las amplitudes, $F_H'^{(+)}$ (bit 0) y $F_V'^{(+)}$ (bit 1), esconde un elemento de información clásica que puede surgir en la medida del qubit, consistente, en este caso, en la medida de la polarización, para lo cual se coloca un separador de polarización en la dirección de $\mathbf{F}'^{(+)}$, y sendos detectores en los canales de salida del separador. Se puede comprobar fácilmente, utilizando las ecuaciones (18) y (19), que las amplitudes $F_H'^{(+)}$ y $F_V'^{(+)}$ verifican las propiedades de correlación (29) a (32), siendo en este caso $\gamma = \cos\theta$ and $\beta = -i\text{sen}\theta$.

4.3 El time-bin qubit en la WRHP

En el *time-bin qubit* la información se codifica en los tiempos de llegada, “temprano” y “tarde”, de un fotón a un detector. Para entender cómo se generan estos qubits [38, 39], consideremos la situación de la figura 3. Un pulso conteniendo un único fotón incide sobre un interferómetro Mach-Zehnder, el cual tiene caminos de salida distintos, l y s . El pulso se divide en el primer BS, de diferentes coeficientes de transmisión y reflexión, T_1 y R_1 , respectivamente. Si la longitud de coherencia del pulso es menor que la diferencia de caminos en el interferómetro, entonces, los haces de salida tras el segundo BS, el cual tiene idénticos coeficientes de transmisión y reflexión, consisten

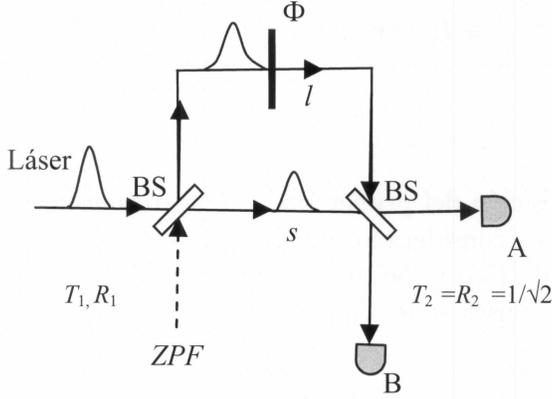


Figura 3: Interferómetro Mach-Zehnder para construir el *time-bin qubit*, donde R_1 y T_1 son los coeficientes de reflexión y transmisión del primer BS, y $R_2 = T_2 = 1/\sqrt{2}$ en el segundo divisor. La entrada del ZPF en el BS al comienzo del interferómetro es fundamental en la descripción del fenómeno en el formalismo WRHP.

en dos pulsos bien separados en el tiempo. La no detección del fotón, en uno de los detectores de salida, “parece indicar” que en el otro canal de salida viaja un fotón en un estado de superposición correspondiente a los estados “temprano” y “tarde”, en relación a su llegada al detector. Estos pueden propagarse a través de largas distancias en fibras ópticas con muy poca decoherencia, permitiendo que los sistemas de comunicación cuántica sean mucho más robustos que los basados en codificación con qubits de polarización [40, 41, 42, 43]. Sin embargo, este grado de libertad, a diferencia los casos anteriores, no muestra una simetría interna $SU(2)$. Esto implica que las operaciones básicas sobre el qubit son difíciles de implementar [32].

Del mismo modo que el ZPF juega un papel relevante en la generación del qubit espacial y de polarización, en este caso, la entrada de punto cero en el canal vacío del primer BS será determinante en las propiedades de la luz a la salida del interferómetro. Veamos ahora, en detalle, el análisis del *time-bin qubit* descrito por la ecuación (5), con el formalismo de Wigner en la imagen de Heisenberg. Las expresiones de los haces a la salida del segundo BS son (ver figura 3):

$$F_A^{(+)} = [iF_l^{(+)} + F_s^{(+)}] \frac{1}{\sqrt{2}} \quad ; \quad F_B^{(+)} = [F_l^{(+)} + iF_s^{(+)}] \frac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad (54)$$

donde $F_l^{(+)}$ ($l \equiv long$) y $F_s^{(+)}$ ($s \equiv short$) son las amplitudes a la entrada del segundo BS. Estas amplitudes están evaluadas en la posición del segundo BS, \mathbf{r}_2 , y en cierto instante t . Ahora bien:

$$F_l^{(+)} \equiv F_l^{(+)}(\mathbf{r}_2, t) = F_l^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{l}{c}) e^{\frac{i\omega l}{c}} e^{i\Phi}, \quad (55)$$

$$F_s^{(+)} \equiv F_s^{(+)}(\mathbf{r}_2, t) = F_s^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{s}{c}) e^{\frac{i\omega s}{c}}, \quad (56)$$

donde \mathbf{r}_1 es la posición del primer BS, y ω la frecuencia central de la señal de entrada. Hemos considerado, además, un cambio de fase Φ en el brazo largo. Sustituyendo (55) y (56) en (54) obtenemos las amplitudes a la salida del segundo BS a partir de las componentes a la salida del primero:

$$F_A^{(+)} = \left[iF_l^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{l}{c}) e^{\frac{i\omega l}{c}} e^{i\Phi} + F_s^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{s}{c}) e^{\frac{i\omega s}{c}} \right] \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (57)$$

$$F_B^{(+)} = \left[F_l^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{l}{c}) e^{\frac{i\omega l}{c}} e^{i\Phi} + iF_s^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{s}{c}) e^{\frac{i\omega s}{c}} \right] \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (58)$$

Ahora, tendremos en cuenta que:

$$F_l^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{l}{c}) = R_1 iF^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{l}{c}) + T_1 F_{ZPF}^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{l}{c}), \quad (59)$$

$$F_s^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{s}{c}) = T_1 F^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{s}{c}) + iR_1 F_{ZPF}^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{s}{c}), \quad (60)$$

siendo $F^{(+)}$ la amplitud correspondiente a la señal, y $F_{ZPF}^{(+)}$ una amplitud de vacío que entra por el otro canal del primer BS. Ahora, sustituyendo en (57) y (58), obtenemos finalmente las amplitudes a la salida del segundo BS a partir de las amplitudes a la entrada del primer divisor:

$$F_A^{(+)}(\mathbf{r}_2, t) = \frac{e^{\frac{i\omega s}{c}}}{\sqrt{2}} \{ T_1 F^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{s}{c}) + iR_1 F_{ZPF}^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{s}{c}) + i e^{i(\frac{\omega \Delta L}{c} + \Phi)} [iR_1 F^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{l}{c}) + T_1 F_{ZPF}^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{l}{c})] \}, \quad (61)$$

$$F_B^{(+)}(\mathbf{r}_2, t) = \frac{e^{\frac{i\omega s}{c}}}{\sqrt{2}} \{ i [T_1 F^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{s}{c}) + iR_1 F_{ZPF}^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{s}{c})] + e^{i(\frac{\omega \Delta L}{c} + \Phi)} [iR_1 F^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{l}{c}) + T_1 F_{ZPF}^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{l}{c})] \}. \quad (62)$$

Las expresiones anteriores muestran, salvo un factor de fase irrelevante, dado que los detectores se hallan a la misma distancia del BS, el valor de las amplitudes del campo eléctrico en los detectores. Nótese que el ZPF interviene a través de la entrada del primer BS, pero en la expresión del campo eléctrico aparece la correspondiente amplitud del punto cero en dos instantes

distintos. Para hacer más explícita la forma en que se codifica la información en este caso, definiremos las amplitudes:

$$F_0^{(+)} = T_1 F^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{s}{c}) + iR_1 F_{ZPF}^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{s}{c}), \quad (63)$$

$$F_1^{(+)} = iR_1 F^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{l}{c}) + T_1 F_{ZPF}^{(+)}(\mathbf{r}_1, t - \frac{l}{c}), \quad (64)$$

de modo que los haces salientes hacia los detectores se pueden expresar:

$$F_A^{(+)} = \frac{e^{\frac{iws}{c}}}{\sqrt{2}} [F_0^{(+)} + ie^{i(\frac{\omega\Delta L}{c} + \Phi)} F_1^{(+)}], \quad (65)$$

$$F_B^{(+)} = \frac{e^{\frac{iws}{c}}}{\sqrt{2}} [iF_0^{(+)} + e^{i(\frac{\omega\Delta L}{c} + \Phi)} F_1^{(+)}]. \quad (66)$$

Cada uno de los haces dados por las ecuaciones (65) y (66) contiene la suma de dos términos, uno en el que aparece $F_0^{(+)}$, donde se codifica la información sobre el camino “corto”, y otro en el que aparece $F_1^{(+)}$, relacionada con el camino “largo”. Es inmediato comprobar que $F_0^{(+)}$ y $F_1^{(+)}$ verifican las relaciones de correlación que caracterizan al qubit espacial o de polarización en la WRHP, dadas por las ecuaciones (29) a (32), y esto guarda relación con la idea de que, si no se detecta el fotón en el detector A (B), entonces la ecuación (5) “podría representar” el estado del campo eléctrico correspondiente al haz B (A). Sin embargo, las características que presentan, en el formalismo WRHP, las descripciones de los qubits espacial y de polarización no se corresponden con esta última situación, y ello guarda estrecha relación con la pérdida de simetría $SU(2)$ en este caso. La primera diferencia es que, en esta situación, aparecen dos amplitudes de punto cero, en lugar de una, pues hemos de considerar las entradas del vacío en instantes distintos. Es decir, hay una mayor información aportada por el ZPF, pero ésta se reparte entre los dos haces (65) y (66), teniendo cada uno de ellos “la mitad” del fotón, lo que se representa por el factor $1/\sqrt{2}$. Por otro lado, la “no detección del fotón” en un detector, con la consiguiente consideración de que el fotón “va” por el otro camino, y se le puede asociar entonces una representación dada por la ecuación (5), está asociada a una interpretación del fotón como partícula, lo que no tiene una contrapartida clara en el formalismo WRHP, en el que se realiza el comportamiento ondulatorio. En nuestra opinión, estos argumentos guardan una estrecha relación con la pérdida de simetría.

5 Conclusiones

En este artículo hemos investigado la relación existente entre las propiedades del qubit fotónico y las fluctuaciones del vacío, utilizando para ello la representación de Wigner de la óptica cuántica en el marco de Heisenberg. La representación usual del estado del qubit, es a través de un vector (superposición) en un espacio de Hilbert bidimensional, lo que destaca el aspecto corpuscular a través del concepto de fotón como partícula. En contraposición con esta imagen, la función de Wigner realza las propiedades ondulatorias de la luz, y el elemento esencial para esta descripción es la radiación de punto cero: en la generación del qubit fotónico se activan modos del vacío, cuyas propiedades estocásticas intervienen, de forma determinante, en las propiedades del qubit. De este modo, la estocasticidad, inherente al punto cero, permite justificar muchos fenómenos físicos asociados a la teoría de la información cuántica en el marco de la óptica.

El formalismo WRHP se ha aplicado al análisis de los qubits espacial y de polarización, pasando de una situación “clásica”, en la que el número de fotones por modo es elevado, a otra situación en la que la intensidad de la luz disminuye de manera que las fluctuaciones de “medio fotón por modo”, se vuelven determinantes. Así, en el caso del qubit espacial, la señal, y el punto cero que incide por canal vacío del BS, se superponen para dar lugar a dos haces cuyas propiedades estocásticas, analizadas en el formalismo de Wigner, se corresponden con las del bit cuántico fotónico en el espacio de Hilbert. Del mismo modo, en el caso del qubit de polarización, las fluctuaciones del vacío correspondientes a la señal de entrada, polarizada horizontalmente, junto con las correspondientes al punto cero que oscila en la dirección vertical, aparecen en los dos haces de salida, una vez que ha actuado el rotador de polarización, lo que trae consigo la generación de un haz de luz cuyas propiedades, analizadas en el formalismo WRHP, se corresponden con las del qubit fotónico de polarización.

Hemos analizado también el *time-bin qubit*, en el que la información se codifica en los tiempos de llegada a un detector, y hemos puesto de manifiesto las diferencias entre nuestro análisis con el formalismo WRHP y el correspondiente a los qubits espacial y de polarización. La pérdida de simetría $SU(2)$ se refleja en el formalismo WRHP, en que los haces de salida hacia los detectores no mantienen unas propiedades de correlación similares a las dadas por las ecuaciones (29) a (32). En cambio, cada haz (conteniendo “medio fotón”) tiene las dos amplitudes, $F_1^{(+)}$ y $F_0^{(+)}$, que verifican dichas propiedades de correlación.

Otro aspecto relevante de nuestra descripción es la propiedad de intensificación, que surge de la intervención del punto cero en el canal vacío del BS, y que consiste en que la intensidad a la salida del BS puede ser mayor, para ciertas realizaciones del punto cero incidente, que la correspondiente a la señal de entrada. Este aspecto se ha destacado anteriormente, tanto en la óptica estocástica, como en el formalismo de Wigner de la óptica cuántica [27, 22], por su importancia de cara al contraste experimental de las desigualdades de Bell, y a un análisis crítico de la hipótesis de no intensificación (en inglés *no-enhancement*) [44].

Referencias

- [1] Benioff P., (1980), “*The computer as a physical system: A microscopic quantum mechanical Hamiltonian model of computers as represented by Turing machines*”, J. Stat. Phys., **22**, 563-591
- [2] Feynman R.P., (1982), “*Simulating physics with computers*”, Int. J. Theor. Phys., **21**, 467
- [3] Bennett C. H., Brassard G., Crepeau C., Jozsa R., Peres A. and Wootters W. K., (1993), “*Teleporting an unknown quantum state via dual classical and EPR channels*”, Phys. Rev. Lett., **70**, 13, 1895-1899.
- [4] Bouwmeester D., Pan J.W., Mattle K., Eibl M., Weinfurter H. and Zeilinger A., (1997), “*Experimental quantum teleportation*” Nature (London), **390**, 6660, 575-579.
- [5] Boschi D., Branca S., De Martini F., Hardy L. and Popescu S., (1998), “*Experimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual classical and Einstein Podolsky Rosen channels*”, Phys. Rev. Lett., **80**, 6, 1121-1125.
- [6] Bennett C. H., and Wiesner S. J., (1992), “*Communication via one and two particle operators on Einstein Podolsky Rosen states*”, Phys. Rev. Lett., **69**, 20, 2881-2884.
- [7] Bennett C. H., Brassard G., Breidbart S. and Wiesner S., (1983), “*Quantum cryptography, or unforgeable subway tokens*”, in D. Chaum, R. L. Rivest, A. T. Sherman, Advances in Cryptology: Proc. of Crypto 82, Plenum Press, New York, 267.

- [8] Ekert A. K., (1991), “*Quantum Cryptography based on Bell’s theorem*”, Phys. Rev. Lett., **67**, 6, 661-663.
- [9] Gisin N., Ribordy G., Tittel W. and Zbinden H., (2002), “*Quantum cryptography*”, Rev. Mod. Phys., **74**, 145-195.
- [10] Steane A., (1995), “*Multiple particle interference and quantum error correction*”, Proc. R. Soc. Lond. A., **452**, 2551.
- [11] Gottesman D., (1996), “*Class of quantum error-correcting codes saturating the quantum Hamming bound*”, Phys. Rev. A., **54**, 1862.
- [12] Bell J., (1964), “*On the Einstein Podolsky Rosen Paradox*”, Physics **1**, 195-200.
- [13] Ou Z.Y. and Mandel L., (1988), “*Violation of Bell’s inequality and classical probability in a two photon correlation experiment*”, Phys. Rev. Lett., **61**, 50.
- [14] Shih Y. H., and Alley C. O., (1988), “*New type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm experiment using pairs of light quanta produced by optical parametric down conversion*”, Phys. Rev. Lett., **61**, 2921-2924.
- [15] Aspect A., Dalibard J. and Roger G., (1982), “*Experimental test of Bell’s inequalities using time varying analyzers*”, Phys. Rev. Lett., **49**, 25, 1804-1807.
- [16] Franson J. D., (1989), “*Bell inequality for position and time*”, Phys. Rev. Lett., **62**, 19, 2205-2208.
- [17] Bouwmeester D., Ekert A. K. and Zeilinger A., (2000), “*The Physics of Quantum Information: Quantum cryptography, quantum teleportation, quantum computation*”, Springer Verlag.
- [18] Fuchs C. A., Gisin N., Griffiths R. B., Niu C.-S. and Peres A., (1997), “*Optimal eavesdropping in quantum cryptography. I. Information bound and optimal strategy*”, Phys. Rev. A, **56**, 1163.
- [19] Casado A., Marshall T. W. and Santos E., (1998), “*Type II Parametric Down Conversion in the Wigner Function Formalism: Entanglement and Bell’s Inequalities*”, J. Op. Soc. Am. B, **15**, 5, 1572-1577.
- [20] Casado A., Marshall T. W. and Santos E., (1997), “*Parametric down conversion experiments in the Wigner representation*”, J. Opt. Soc. Am. B, **14**, 494.

- [21] Casado A., Fernández Rueda A., Marshall T. W., Risco Delgado R. and Santos E., (1997b), “*Fourth-Order Interference in the Wigner Representation for Parametric Down-Conversion Experiments*”, Phys. Rev. A, **55**, 5, 3879-3890.
- [22] Casado A., Marshall T. W., Risco Delgado R. and Santos E., (2001), “*Spectrum of the Parametric Down Converted Radiation Calculated in the Wigner Function Formalism*”, Eur. Phys. J.D., **13**, 109.
- [23] Casado A., Guerra S. and Plácido J., (2008), “*Wigner representation for experiments on quantum cryptography using two photon polarization entanglement produced in parametric down conversion*”, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., **41**, 045501.
- [24] Casado A., Guerra S. and Plácido J., (2010), “*Partial Bell-state analysis with parametric down conversion in the Wigner function formalism*”, Advances in Mathematical Physics 2010, **Volume 2010**, Article ID 501521, 11 pages.
- [25] Casado A., Guerra S., and Plácido J., (2014), “*Wigner function description of entanglement swapping using parametric down conversion: the role of vacuum fluctuations in teleportation*”, Journal of Modern Optics, DOI: 10.1080/09500340.2014.983571
- [26] Casado A., Guerra S., and Plácido J., (2014), “*Wigner representation for polarization-momentum hyperentanglement generated in parametric down-conversion, and its application to complete Bell-state measurement*”, Eur. Phys. J. D, **68**, 338.
- [27] Marshall T. W. y Santos E., (1988), “*Stochastic Optics: A reaffirmation of the wave nature of light*”, Found. Phys. **18**, 185.
- [28] Marshall T. W. y Santos E., (1989), “*Stochastic Optics: A local realist analysis of optical tests of Bell inequalities*”, Phys. Rev. A **39**, 6271.
- [29] Santos E., (2005), “*Photons are fluctuations of a random (zero-point) radiation filling the whole space*”, Proc. SPIE 5866, The Nature of Light: What Is a Photon?, **36**; doi:10.1117/12.619611; <http://dx.doi.org/10.1117/12.619611>.
- [30] Marshall T. W. y Santos E., (1992), “*Interpretation of quantum optics based upon positive Wigner functions*”, Found. Phys. Lett. **5**, 573.

- [31] Marshall T. W. y Santos E., (1997), “ *The myth of the photon, en The Present Status of the Quantum Theory of light*”, Editado por Jeffers S. et al. (Kluwer, Dordrecht), 67.
- [32] Kok P., Munro W. J., Nemoto K., Ralph T. C., Dowling J. P. and Milburn G. J, (2007), “*Linear optical quantum computing with photonic qubits*”, Rev. Mod. Phys., **79**, 135.
- [33] Born M. and Wolf E., (1999), “*Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*”, Cambridge University Press.
- [34] Allen L., Barnnet S.M. and Padgett M. J., (2003), “*Optical Angular Momentum*”, Bristol Institute of Physics.
- [35] Torres J. P. and Torner Ll., (2011), “*Twisted Photons: Applications of Light with Orbital Angular Momentum*”, Bristol Wiley-VCH.
- [36] Nielsen, M.A. and Chuang, I.L., (2000), “*Quantum Computation and Quantum Information Cambridge*”, University Press.
- [37] Pan J.-W., Chen Z.-B., Zukowski M., Weinfurter H. and Zeilinger A., (2012), “*Multiphoton entanglement and interferometry*”, Rev. Mod. Phys., **84**, 777.
- [38] Brendel J., Gisin N., Tittel W. and Zbinden H., (1999), “*Pulsed energy-time entangled twin photon source for quantum communication*”, Phys. Rev. Lett., **82**, 12, 2594-2597.