

El solitario: un juego con mucho juego

Manuel García Déniz

Descripción e historia

La primera vez que tuve este juego en las manos debió ser por los años 50. Se vendía en forma de caja redonda, de plástico fuertemente coloreado, como una polvera de las que usan las mujeres para guardar el maquillaje. Cabía exactamente en la palma de la mano y se podía guardar en el bolsillo del pantalón. Al abrirlo se encontraba el tablero agujereado en forma de cruz, con los peones que se movían saltando. Era apasionante buscar la solución. Tenía un nombre curioso, casi desaparecido, pero que aún pervive en algunas patentes comerciales españolas.

Hay un libro editado por el Ministerio de Educación y Ciencia que recopila muchos artículos de Pedro Puig Adam sobre didáctica de las matemáticas. Se titula *La matemática y su enseñanza actual* y en uno de sus capítulos, sobre el material y la matemática en el juguete, aparece el artículo *Estructuras matemáticas en un juego solitario* (pp. 284-290). En él se nos dice: «En esta nota me propongo ilustrar cómo la consideración de ideas de simetría y dualidad, permite guiar la solución de un juego solitario, bastante difundido y de cierta dificultad cuando se intenta resolverlo sin una conducción racional de su estrategia. Este juego se expende en el comercio con el absurdo nombre de ‘Cha-chachá’».

Los orígenes del Solitario no se conocen con certeza. Las reglas son tan simples que se jugaba, incluso aunque no esté registrado, en tiempos muy antiguos.

Algún autor hay que dice que se trata de un juego romano y que Ovidio lo describe con gran detalle (!).

Sin embargo no fue conocido en Francia hasta el siglo XVI. Un francés que exploraba entonces América señala la manera en que los indios clavaban sus flechas en los agujeros de una tablilla ahuecada simétricamente; a partir de ahí inventa las reglas del juego.

De hecho, se juega sobre el mismo tablero que el juego más antiguo de la «zorra y los gansos», popular en casi toda Europa. Alguien, que conocía ese tablero, pudo idear unas reglas diferentes y convertirlo en el actual juego tal y como lo conocemos.

La mayoría de los autores, en cambio, opinan que el «Solitario», parece haber sido inventado en Francia durante el siglo XVII por un noble encarcelado en régimen de aislamiento riguroso en La Bastille. El Solitario de clavijas se muestra en un grabado datado en 1697 de Claude-Auguste Béréy, titulado «Madame la princesse de Soubize jouant au jeu de Solitaire», y también en un grabado de 1698 de Trouvain. El juego obviamente ya era popular en Francia en aquella época. Tuvo su mayor difusión en el siglo XVIII.

De ahí pasó a Alemania e Inglaterra donde se popularizó muchísimo en la época victoriana, modificándose además en la variante inglesa de 33 agujeros, más conocida hoy que la original de 37.

La primera referencia escrita conocida del Solitario fue encontrada en un papel escrito para la Academia de Berlín en 1710 por Gottfried Wilhelm Leibnitz (1646-1716).

«Sirve -dice- para perfeccionar el arte de pensar.»

«El solitario anterior me agrada mucho. Yo lo juego en orden inverso. Es decir, en lugar de hacer una figura determinada (por ejemplo una ficha en el cuadro central) según las reglas del juego, o sea saltando sobre una ficha a un lugar vacío y retirando la ficha sobre la que se ha saltado, me parece mejor jugar al revés: partiendo de una figura determinada, saltando sobre un lugar vacío y poniendo una ficha en el lugar vacío sobre el que se ha saltado. De esta forma uno puede proponerse la tarea de formar una figura dada si es posible, como ciertamente lo es, si antes ha sido destruída. Pero para qué todo esto?, preguntarás. Contesto: para perfeccionar el arte de la invención. Pues debemos tener los medios de construir cualquier cosa que se encuentre por medio del ejercicio de la razón.»

Leibnitz estaba convencido del inmenso valor educativo de los juegos, como lo manifiesta explícitamente en otra carta de 1715:

«Nunca son los hombres más ingeniosos que en la invención de los juegos. El espíritu se encuentra ahí a sus anchas... Después de los juegos que dependen únicamente de los números vienen los juegos en los que interviene la situación... Después de los juegos en los que no intervienen más que el número y la situación, vendrían los juegos en que interviene

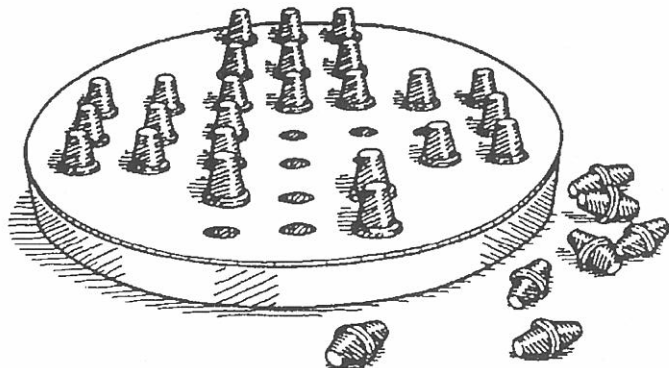
el movimiento... En fin, sería deseable que se hiciese un curso entero de juegos, tratados matemáticamente.»

Después de este gran matemático muchos han sido los que se han interesado por el estudio de este juego: Lucas, Beasley, Puig Adam, Conway, Miguel de Guzmán, etc. Algo deben haber visto en él...

Material, reglas y objetivo del juego

Tablero

El tablero del Solitario consta básicamente de una cruz griega -de brazos iguales- formada por casillas, depresiones o agujeros alineados de tres en tres, tanto vertical como horizontalmente. Esto hace un total de 33 posiciones en el modelo inglés. El modelo francés añade 4 posiciones más, situadas en los cuatro ángulos de la cruz, totalizando 37 agujeros.



Fichas

Si las posiciones del tablero vienen determinadas por depresiones, las fichas deben ser bolas; si son agujeros, las piezas deben ser clavijas que encajen en ellos; si las posiciones son casillas, las fichas deben ser peones, fáciles de coger y desplazar para evitar tirar las piezas vecinas.

Reglas del Solitario

INICIO: Las fichas están colocadas en todas las casillas excepto una, que suele ser la central.

OBJETIVO: Mediante una serie de «saltos» se eliminarán todas las fichas excepto una, que casi siempre debe quedar en la casilla que estaba vacía al comienzo.

MOVIMIENTOS: Un «salto» consiste en mover una ficha en línea recta sobre cualquier ficha adyacente para aterrizar sobre la siguiente casilla vacía, en sentido izquierda-derecha o arriba-abajo, nunca en diagonal. La ficha sobre la que se ha saltado se retira del tablero.

Una sola ficha puede continuar en una cadena de saltos conectados tanto como sea posible dar esos saltos. Una cadena de saltos se cuenta como un solo movimiento.

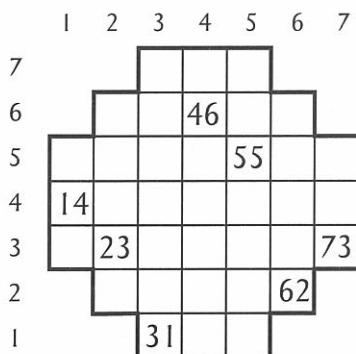
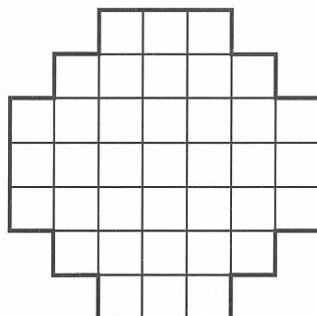
Si tomamos como ejemplo el Solitario inglés -el más conocido-, conseguir el objetivo supone eliminar 31 fichas del tablero. Cada ficha se elimina con un salto, por tanto, se necesita ese número de saltos para resolver el solitario. Pero eso no quiere decir que sean necesarios 31 movimientos. Al poder encadenar varios saltos en un mismo movimiento, es posible completar el juego en un número menor de jugadas. Hay muchas soluciones que sólo necesitan 18 movimientos. Pero es posible encontrar alguna que necesite aún menos.

Notación de las jugadas y estrategias

Un juego necesita siempre una manera de anotar las jugadas que se realizan. Repetir las jugadas una vez que el juego ha terminado es esencial no sólo para retener la solución conseguida, sino también para analizar cualquier movimiento realizado. Ello nos permite tomar un nuevo camino o retroceder hasta encontrar el punto en que tomamos una decisión equivocada.

Los distintos estudiosos de este juego han utilizado dos tipos: una notación numérica y otra cartesiana.

La numérica es muy simple. Cada casilla toma un número en una secuencia ordenada. De 1 a 33 en el tablero inglés, de 1 a 37 en el tablero francés. De izquierda a derecha y de arriba a abajo o en sentido contrario. A veces se usan letras en lugar de números. Tiene el inconveniente de ser difícil de recordar la posición de cada casilla por su numeración y que es diferente el número que corresponde a cada casilla según el tablero sea inglés o francés.

*Notación Cartesiana**Tablero francés*

La notación cartesiana da un par de números a cada casilla, según un eje horizontal y otro vertical, de izquierda derecha y de abajo hacia arriba, como en un diagrama cartesiano. Así cada casilla tiene siempre la misma numeración sin importar si el tablero es inglés o francés. La única diferencia está en que hay cuatro casillas -las 22, 26, 62 y 66- que sólo aparecen en el tablero francés. Pero ante un número cualquiera se reconoce inmediatamente su posición: la casilla 34 está en la columna 3 y la fila 4; la casilla 51 está en la columna 5 y la fila 1; la casilla 44 es la casilla central del solitario. Por su facilidad de lectura ésta es la notación más utilizada.

Todo juego lleva implícito algún aspecto matemático en su estructura: en la disposición del tablero, en la colocación de las fichas, en las reglas de juego... Para entenderlo bien, para dominarlo, es necesario explicitar ese contenido matemático del juego. Estudiar si es posible o no la solución que se pide, encontrar los pasos necesarios para llegar al objetivo puede suponer la utilización de aspectos matemáticos del juego no siempre evidentes, pero que están implícitos en él.

Para resolver el Solitario, los matemáticos que lo han estudiado han tratado de buscar sus secretos a partir de una serie de conocimientos, no a partir de una búsqueda azarosa y por ensayo y error simple.

Ello ha supuesto, principalmente, la utilización de aspectos tales como el grupo conmutativo de Klein o el análisis de las equivalencias entre las diversas posiciones de las fichas para lograr una prueba de posibilidad o imposibilidad de la solución.

También, a la hora de buscar las estrategias de resolución se han utilizado aspectos de simetría en el tablero, en la disposición de las fichas y en sus movimientos; combinatoria elemental; distribuir las piezas en paquetes con configuraciones sencillas que tengan solución independiente y la posibilidad de ligarlos unos a otros en forma sucesiva; teorías de equivalencias y anillos en el orden de ataque de las piezas; dar marcha atrás, suponiendo alcanzado el objetivo -ésta es la idea de Leibnitz-; etc.

Variantes

Siendo extraordinariamente rico lo ya expuesto, es necesario conocer que el juego del Solitario no se agota en lo ya explicado. Como en cualquier otro juego pueden idearse algunas variantes.

Éstas se obtienen cuando se introducen modificaciones en la forma del tablero, en la disposición de las fichas sobre el mismo, en el objetivo a conseguir o en las reglas del juego.

Clasifiquemos algunas de ellas, sin salirnos de la versión básica del juego:

Variantes del tablero

- A) Tablero francés, con 37 agujeros.
- B) Tablero inglés, con 33 agujeros.

Variantes en la disposición

- A) Tablero totalmente lleno, excepto un agujero vacío en el centro.
- B) Tablero totalmente lleno, excepto un agujero vacío en cualquier sitio del tablero.
- C) El tablero ocupado parcialmente, con un número pequeño de agujeros ocupados formando, casi siempre, alguna configuración singular.

Variantes del objetivo

- A) Al final del juego debe quedar una sola pieza en el centro.
- B) Al final del juego debe quedar una sola pieza en cualquier lugar del tablero o en un sitio determinado, no en el centro.
- C) Al final del juego debe quedar formada en el tablero una figura determinada antes del comienzo del mismo.

D) Al final del juego deben quedar algunas piezas -pocas o muchas, formando una figura determinada o no- totalmente ahogadas, es decir, sin posibilidades de «salto».

Variantes de las reglas

A) En el juego existe una «bola vigilada» que no debe moverse hasta el final del juego; hace la última captura o capturas y es la única que sobrevive al final.

B) En el juego existe una «bola muerta» que permanece sin utilizarse a lo largo del juego y es la última en ser comida.

C) El juego debe terminarse siempre con una larga cadena de saltos o «escoba» que cierra el juego.

D) Las piezas pueden moverse también en diagonal.

Una vez trabajada abundantemente la versión clásica del Solitario, se puede enriquecer utilizando cualquiera de las variantes anteriores. Un juego que parecía haber terminado al encontrar la solución resulta que ahora cobra nueva vida y se convierte en un reto mucho más excitante que el anterior, ¡y mucho más difícil!

Las más populares de las variantes son las que hacen referencia al objetivo.

Cualquier juego puede plantearse para empezar con el agujero vacío en cualquier sitio del tablero y acabar con la bola final en cualquier punto del mismo. Pero no siempre es posible conseguirlo. El primer aspecto de esta variante está en buscar una prueba de posibilidad o imposibilidad para cualquier posición. Y después, si es posible tal cosa, encontrar la cadena de movimientos que lo resuelve.

Pero también puede comenzar el juego con unas pocas fichas sobre el tablero, formando una configuración especial -cruz latina, cruz griega, flecha, etc.- que debe resolverse con las mismas reglas y dejando como final una ficha en el centro del tablero -no siempre se puede-.

Otras veces se empieza con el tablero lleno o casi lleno -en ese caso, con una disposición simétrica- y se debe acabar formando una determinada figura que tenga un significado especial -una cruz, un polígono, una letra,...-. En este caso no es necesario acabar el juego; se podrían dar más «saltos», pero entonces no se alcanzaría el objetivo.

Se pueden hacer en los dos tipos de tableros. Todas las figuras que

se puedan resolver en el tablero inglés se podrán realizar en el francés, incluso con más posibilidades de solución. Pero al revés no siempre es posible.

Ahogar el juego es una variante interesante. Puede por este sistema conseguirse algunas figuras interesantes. Pero se puede empezar por resolver un problema como éste: ¿Cuál es el mínimo número de movimientos para ahogar un tablero inglés?

Hay varias comercializaciones informáticas del juego. Casi todas -al menos las que conozco- están diseñadas para el entorno Windows. Son bastante pobres. Casi todas ofrecen solamente un pequeño repertorio de configuraciones especiales y el objetivo básico para todo el tablero, no permitiendo ninguna de las variantes indicadas anteriormente. No conozco ninguna versión que incluya el tablero francés.

Las únicas ventajas que presentan son: la rapidez del ordenador en volver a colocar las fichas al final de cada juego y la posibilidad de deshacer la última jugada y retroceder para rectificarla o para analizar el movimiento realizado.

Investigación en el aula

Un aspecto interesante de los juegos está en la posibilidad de hacer pequeñas -o grandes- investigaciones a partir de ellos. El Solitario ofrece muchas ideas en este aspecto. Por ejemplo, en el estudio del tablero cabe aún hacer otra incursión. Consiste en realizar un estudio sobre tablero mínimos y, a partir de ahí, hacer una generalización del juego.

Los tableros mínimos deberían empezar por el estudio de un tablero lineal. ¿Cuál es el mínimo de casillas que debe tener para poder jugar? Evidentemente tres, dos ocupadas y una vacía. ¿Qué posibilidades hay de colocación de la casilla vacía? ¿Son todas diferentes o hay algunas simétricamente equivalentes? ¿Tienen todas solución? ¿Cuál sería la solución?

Se comienza la generalización, aumentando una a una el número de casillas del tablero lineal. Se hacen las mismas preguntas. Cuando ya se ha estudiado un número adecuado de casos particulares, se trata ahora de contestar a: ¿Hay una pauta que permita predecir qué tableros son posibles y cuáles tienen solución?

El siguiente formato de tablero es el cuadrado. El tablero mínimo, ¿será el de 2×2 o el de 3×3 ? Se comienza la investigación con el mismo esquema. Determinado el tamaño del tablero, estudiar la posición de las fichas y la colocación de la casilla vacía. ¿Es posible o no es posible la

solución? ¿Cuántas soluciones hay? Determinarlas. Ampliar de nuevo el tamaño del tablero: 4x4, 5x5, 6x6, etc. Volver a estudiar las cuestiones una por una. ¿Hay una pauta? ¿Tiene que ver la paridad?

Ahora con un tablero rectangular. Primero de dos filas: 2x3, 2x4, 2x5, ..., 3x4, 3x5, 3x6, ..., 4x5, 4x6, ... Todo se repite de nuevo. Situación de la casilla vacía, estudio de las simetrías, análisis de posibilidad de la solución, búsqueda de las soluciones, búsqueda de las pautas, generalización de los resultados, conclusiones ...

El siguiente paso es coger el tablero en forma de cruz, analizando la forma mínima para el tablero inglés y añadiendo los cuatro ángulos para el tablero francés. El mínimo parece ser la cruz de 5 casillas, pero ¿tiene solución? Aumentar la cantidad de casillas, siempre con una estructura simétrica de cruz; parece lógico aumentar el ancho de los brazos a 2. Son doce ahora las casillas. Si es el tablero francés, se añaden 4 más. Entre uno y otro, ¿habrá otras posibilidades? Sí, si los brazos de la cruz tienen ancho diferente. Seguir así con la metodología explicada antes para los otros tableros mínimos.

Este tipo de investigación hace el juego prácticamente inacabable pero muy sugerente.

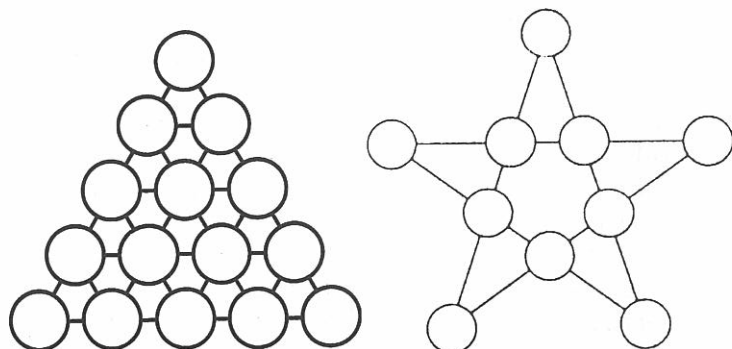
Hasta ahora se ha partido en el tablero del Solitario desde una trama cuadrículada. Pero, ¿qué ocurriría si utilizamos una trama triangular o hexagonal, isométrica?

Pues es bien fácil, que nos metemos en un nuevo mundo de tableros. Los tableros de casillas triangulares y hexagonales.

Se pueden investigar en la misma medida que los tableros anteriores. Parece innecesario recordar el proceso. Está indicado en el párrafo anterior.

Pero sí parece interesante decir que hay algunos tableros de este tipo totalmente comercializados y difundidos, especialmente el triangular. En distintos tamaños, pero siempre con la misma técnica, todos los puntos de la retícula ocupados menos uno. Las reglas de juego también las mismas, pero con más libertad de movimientos siguiendo las tres líneas de los lados de los triángulos. El objetivo también es idéntico, dejar una sola ficha al final. La posición de la casilla vacía puede estar en un vértice, en el centro de un lado o en el propio centro del tablero.

Las casillas hexagonales permiten fácilmente la formación de tableros en forma de estrella. Son también objeto de fabricación de puzzles que, con las reglas de juego del solitario, plantean la búsqueda del modo de conseguir una sola ficha final.



Hay muchos puzzles de este tipo y también con las formas ya estudiadas, de cruz, de tablero cuadrado o, incluso, de dos tableros cuadrados pequeños unidos por el vértice. Son entretenidos y, por lo común, tienen solución.

En algunos casos, los estudiosos del juego tratan de darle una posibilidad de jugarlo en pareja, bien jugando alternativamente sobre el mismo tablero, o bien jugando en tableros distintos, pero con los mismos retos. En unos casos se hace intervenir el tiempo empleado o se puntúan los objetivos alcanzados. En otras ocasiones se cuentan las fichas no comidas al final de cada partida, anotándose las al jugador que no ha podido hacer movimiento; se acumulan y, al final de varias partidas pactadas de antemano, se cuentan para saber el ganador, que será el que menos puntos tenga.

Hay muchas posibilidades creativas aún. Es bueno que cada uno idee y diseñe su propia forma de jugar competitivamente.

Bibliografía y recursos

El libro más antiguo editado en español es el de E. W. Gratz. Se trata de un libro sobre distintas amenidades matemáticas. Hasta hace muy poco se podía encontrar en las casetas de la Cuesta de Moyano en Madrid, ¡por 25 pesetas! Al parecer es una edición de alrededor de 1930, en formato muy pequeño, que dedica una gran parte al estudio del Solitario. Según confiesa el propio autor son las ideas de algunos matemáticos franceses, entre ellos el propio Lucas, acerca de la resolución de este juego.

Comienza con el Solitario de tablero francés -37 fichas-, al que

analiza meticulosamente, y continúa con el estudio del tablero inglés - 33 fichas- como caso particular, más sencillo, del anterior.

A partir de ese momento propone el Solitario ampliado -41 fichas- y elabora toda una teoría matemática para su resolución y la de cualquier otro solitario que resulte de la generalización de estos tableros.

La generalización propuesta constituye una muestra de lo que se puede conseguir en una «pequeña» investigación a partir de un juego sencillo de tablero.

Todos los juegos tienen una inmediata aplicación en la clase de matemáticas como recurso alternativo o complementario de la labor educativa del profesor.

Dicha utilización lleva una metodología apropiada para conseguir los fines adecuados y no una simple diversión de los alumnos. La correcta planificación de las actividades lleva como consecuencia una preparación de los materiales que se vayan a utilizar. Estos materiales son, fundamentalmente, el tablero, las piezas y las fichas de trabajo. El tablero se puede adquirir a precios medianos en tiendas de juegos. Hay que buscar versiones sencillas y, a ser posible, antiguas. Hay la posibilidad de encontrarlo barato, en baja calidad, en tiendas de “todo a...”.

Pero la mejor solución para adquirirlo es construirlo uno mismo, cada alumno el suyo. Es fácil, basta con una tabla cuadrada de madera, en la que se marca con una plantilla el tablero de juego. Si se desea jugar con peones que se deslizan de casilla en casilla, se utilizan los de un juego de ajedrez, o se compran elementos sencillos y baratos como puedan ser dedos de plástico. Si se desea jugar con peones que encajan, entonces con un taladro se perforan los vértices de la rejilla que forma el tablero o los centros de las casillas. Luego se buscarán clavijas adecuadas: clavos, palillos, soportes metálicos de estantes, etc. Si se desea jugar con bolas, entonces habrá que buscar maquinaria adecuada, tornos, para hacer las depresiones en lugar de agujeros. Los boliches se pueden conseguir en cualquier tienda. Se acaba todo con un buen barniz y ¡a jugar!

Otra cosa es tener un buen número de fichas de trabajo, con las actividades elaboradas y secuenciadas para conseguir el objetivo propuesto. Es cuestión de sentarse a diseñarlas siguiendo más o menos las indicaciones que he dado anteriormente. Se pueden totalizar un sin fin

de actividades que pueden lograr que nuestros alumnos no sólo se diviertan sino que también aprendan matemáticas.

De todas formas, es importante tener en cuenta que en este tipo de trabajo se desarrollan una serie de capacidades y de hábitos de trabajo que de otra manera sería muy difícil conseguir y se aprende también toda una serie de técnicas de pensamiento lógico-matemático, estrategias para la resolución de problemas y tomas de decisión que consiguen en poco tiempo, sin casi ser consciente de ello y de una manera divertida, poner a los alumnos en condiciones de acometer investigaciones y aprendizajes significativos de una manera sencilla y eficaz.

Podemos distinguir dos tipos de libros. Por un lado, los que se refieren al propio juego del Solitario. Por otro, los que desarrollan metodologías de aplicación de los juegos en el aula.

El libro de John D. Beasley «The Ins and Outs of Peg Solitaire», de la Oxford Paperbacks -sin traducción-, es de lejos la mejor obra sobre el tema.

Otras obras importantes son:

Conway, Berlekamp, Guy - «Winning Ways» - Academic Press (sin traducción española)

Gratz - «Enigmas, curiosidades y entretenimientos matemáticos» - Lara

Miguel de Guzmán - «Cuentos con cuentas» - Labor

Libros del segundo tipo se recomiendan:

Ferrero - «El juego y la matemática» - La Muralla

Corbalán - «Juegos matemáticos para Secundaria y Bachillerato» - Síntesis

Con esto que les he contado, si deciden comprar o fabricar un tablero, les auguro muchas horas de sana diversión, solitaria o en compañía, trabajando este SOLITARIO que espero que comprendan ahora por qué es un JUEGO CON MUCHO JUEGO:

Manuel García Déniz
C.P. "Tena Artigas"
Barriada García Escámez (alto)
38009 Santa Cruz de Tenerife