

## UNA MIRADA HACIA LAS "MATEMÁTICAS MODERNAS"

Jesús Hernández

Los cambios de los programas de la asignatura de matemáticas en la enseñanza secundaria de muchos países europeos, incluida España, y otros lugares como Canadá y, en cierto modo, los Estados Unidos, con la introducción de lo que se dio en llamar *matemáticas modernas*, tuvieron una repercusión considerable tanto en el mundo académico como en los medios de comunicación. Fue una de las pocas ocasiones en que se habla —y, sobre todo, se discute— de matemáticas fuera de los ámbitos restringidos habituales.

Estos cambios, que comenzaron hacia los últimos años cincuenta, tuvieron vigencia durante unos quince años, y fueron entonces suprimidos, a veces un tanto abruptamente, para ser sustituidos por lo que, si no fue —no podía serlo— una vuelta a lo anterior, se le parecía bastante. La sensación de haber cometido un error, de haberse embarcado en una empresa equivocada, se hizo bastante general y llevó a una revisión a fondo de todas las innovaciones introducidas.

Hoy, casi treinta años después del final de aquel periodo, cabe preguntarse por el sentido que tuvo, lo que pudo aportar de nuevo, los errores (irreparables o no) cometidos y las consecuencias de todo género de ellos derivadas. El espacio de que disponemos aquí nos limita a unas pocas observaciones sobre aspectos que nos parecen importantes, sobre los que vale la pena volver la mirada.

### La *matemática moderna*

No parece que este movimiento de la *matemática moderna* tuviera un centro único. A falta de una historia general y omniabarcadora —que, por lo que sabemos, no existe— se diría más bien que comenzó en forma embrionaria en muchos lugares distintos (Suiza, Bélgica, Holanda, Canadá, Francia) y a cargo de grupos de maestros y profesores de secundaria a los que se unieron a menudo psicólogos y pedagogos. También hubo actividades semejantes en los Estados Unidos, país siempre especial y hasta único para todo lo que tiene que ver con el sistema educativo.

Parece que el lanzamiento con éxito del *Sputnik* soviético en 1957 tuvo influencia, y hasta puede que grande, en desencadenar el movimiento. El miedo a quedarse atrás a causa de una educación científica y técnica inferior cundió y tal vez contribuyó a facilitar lo que de otro modo hubiera sido más arduo o imposible. Pudo ser así, en efecto.

El caso es que las cosas comenzaron a cambiar, y bastante velozmente. Como se decía, las inquietudes comenzaron en esos países que se califican de

civilizados, pero después Francia —un país mayor, más influyente internacionalmente, y con una historia matemática gloriosa— tuvo, o al menos así se veía desde España, el papel principal. Algunos matemáticos importantes intervinieron en los cambios (véase más abajo); también, para decirlo todo, en las críticas a la reforma, algunas de las cuales, como las de René Thom, tuvieron amplio eco. Seguramente contribuyó también lo centralizado y jerarquizado del sistema educativo francés. Los cambios introducidos lo fueron no sólo en los contenidos de los programas (que también) sino en la forma, las notaciones, el vocabulario, y la visión general de la materia y de sus relaciones con otras como la física.

Una de las ideas recurrentes, que es posible encontrar en textos de la época, es la de que los grandes avances que había hecho la ciencia matemática desde finales de siglo hasta la fecha no podían dejar de reflejarse en una enseñanza que se venía repitiendo sin tenerlos en cuenta durante largos años. Desde este punto de vista, Francia parecía especialmente bien situada para tomar la iniciativa, y se diría que algo de esto tuvo que ver con el grupo Bourbaki, del que hablamos después.

Pero además se juntó otra circunstancia cuya articulación con la anterior no es del todo clara, pero sí, en todo caso, importante: la influencia que tuvieron los progresos de la psicología evolutiva y muy en particular los trabajos de Piaget, alguien además muy interesado por la ciencia en general, la matemática en particular, y la epistemología. De todo ello intentamos decir algo más en lo que sigue.

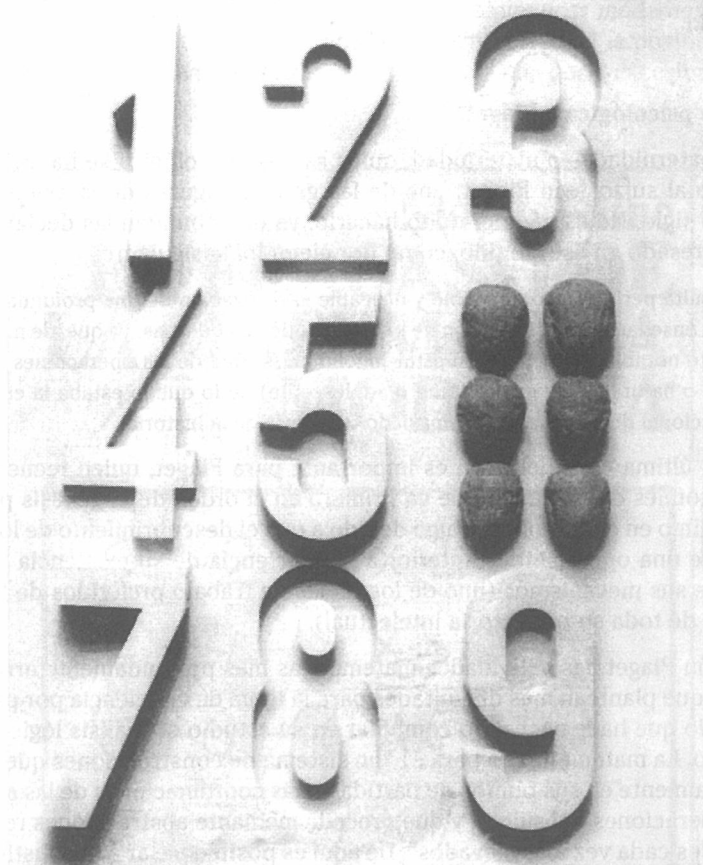
60

### La base matemática: ¿Bourbaki?

La paternidad matemática de la reforma suele atribuirse a Nicolas Bourbaki, pseudónimo utilizado por un grupo de matemáticos franceses que comenzó a publicar en los años treinta una serie de libros que bajo el título de *Elementos de matemática* ofrecía una exposición de algunas (no todas, ni mucho menos) partes de dicha ciencia. Tal exposición tenía unas características de rigor, concisión, autosuficiencia (en el sentido de no necesitar referencias a otros textos) y organización general, con multitud de referencias cruzadas de unos tomos a otros, bastante peculiares, y que hicieron en cierto modo escuela. El más conocido de sus miembros ha sido probablemente Jean Dieudonné, que actuó a menudo como portavoz, y es autor de varios textos relacionados con la reforma.

En ninguno de ellos, sin embargo, se reconoce la condición de padre, ni aun siquiera de padrino, de la reforma, aunque parece innegable que ésta no se ve con muy malos ojos. Pero, en cualquier caso, y aun aceptando que no hubiera participación directa ni tampoco voluntad de influir, sí parece que la organización de (parte de) la matemática presentada por los Bourbaki pesó, directa pero sobre todo indirectamente, en la reforma. Los Bourbaki basaron su texto en un uso muy amplio y sistemático del método axiomático en su versión moderna-inspirada sobre todo de Dedekind y Hilbert y de las llamadas *estructuras matemáticas*. Estas estructuras son de tres tipos: las algebraicas —las

J. Piaget G. Choquet J. Dieudonné  
R. Thom y otros La enseñanza de las  
matemáticas modernas Selección y prólogo  
de Jesús Hernández Alianza Universidad



60

más conocidas: grupos, anillos, etc.—, las de orden (retículos) y las topológicas (espacios topológicos). De este modo, se pretende dar no sólo una presentación sistemática, sino además una forma de inteligibilidad nueva, mostrando los ingredientes distintos que entran en la composición de las teorías y el papel jugado dentro de ellas.

En la reunión de Royaumont de 1959, se adoptaba justamente como arquetipo de la matemática la síntesis bourbakista, y de ella, o de sus aledaños, se diría que proceden otras de sus declaraciones de principios, como la de que “la concepción constructiva, axiomática y estructural de las matemáticas, fruto de la evolución de las ideas, se adapta *como un guante* a la formación de la juventud de nuestra época”. Se habla en otros lugares de una enseñanza

“orientada hacia la abstracción” y de la geometría como aplicación de las estructuras algebraicas, de acuerdo con el famoso slogan “¡Abajo Euclides!” que popularizó Dieudonné.

A. Revuz, que fue uno de los partidarios más lúcidos, no escatima sus elogios hacia los Bourbaki, que “nos abrieron las puertas de la tierra prometida”. En la medida en que, como dijimos antes, la enseñanza deba reflejar el progreso de la ciencia matemática, se remite precisamente a la versión de los Bourbaki.

### La base psicológica: ¿Piaget?

La paternidad —o maternidad, quién sabe— psicológica se ha atribuido a menudo al suizo Jean Piaget, una de las grandes figuras de la psicología de nuestro siglo. No es nada gratuito hacerlo, ya que abundan las declaraciones del interesado en ese sentido, como por ejemplo, la siguiente:

...resulta perfectamente posible y deseable la realización de una profunda reforma de la enseñanza en la dirección de las matemáticas modernas, ya que, de modo realmente notable, éstas parecen estar mucho más cerca de las operaciones espontáneas o naturales del sujeto (niño o adolescente) de lo que lo estaba la enseñanza tradicional de estas ramas, demasiado tributaria de la historia.

Esta última consideración es importante para Piaget, quien recuerda que ya Aristóteles decía que lo que va primero en el orden de la génesis puede ir en el último en el del análisis, algo debido a que el descubrimiento de los resultados de una operación es anterior a la conciencia de su existencia y, sobre todo, de sus mecanismos (uno de los temas de trabajo preferidos de Piaget a lo largo de toda su trayectoria intelectual).

Según Piaget, las actividades matemáticas más profundamente arraigadas son las que plantean más dificultades para la toma de conciencia por parte del sujeto, lo que hace necesario combinar en su estudio el análisis lógico con el genético. La matemática es para él “un sistema de construcciones que se apoyan igualmente en sus puntos de partida en las coordinaciones de las acciones y las operaciones del sujeto, y que procede mediante abstracciones reflexivas de niveles cada vez más elevados”. De aquí es posible pasar a una justificación del carácter *natural* de las estructuras básicas bourbakistas, estableciéndose toda una serie de lazos entre lo más fundamental en lo formal y lo más elemental en lo genético. Así vienen los psicólogos evolutivos a dar una base genética a la existencia y funcionamiento de las estructuras:

Las matemáticas, una vez promovidas al estado de ciencia reflexiva y deductiva, no proceden de otro modo: estando en posesión de las estructuras madre en sus formas inicialmente más intuitivas e implícitas, y de los números *naturales* y de operaciones geométricas no menos naturales, han podido comenzar con la ciencia griega mediante una axiomatización de esos logros espontáneos infinitamente más rica de lo que se pensaría sin el análisis genético...


Esto no le impide a Piaget, sin embargo, mostrar sus reticencias ante el empleo excesivo y prematuro de la axiomática en la enseñanza, así como ante la mezcla inoportuna de la formalización con el pensamiento natural.

### Conclusión

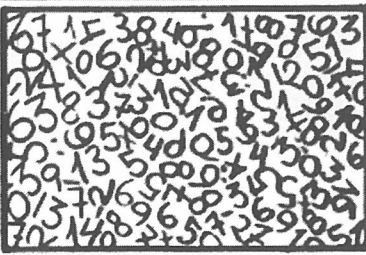
Estos reproches de Piaget no eran nuevos, ya habían sido formulados muchos años antes de que surgieran nuestras *matemáticas modernas*. Morris Kline recoge lo dicho tiempo atrás por Félix Klein acerca de la posibilidad de usar los conjuntos en la enseñanza y su oposición a una dosis excesiva de abstracción:

Morris Kline  
**EL FRACASO DE  
LA MATEMATICA  
MODERNA**

$$\begin{array}{r} 2+2-2 \times 2 : 2 \\ \hline 4+4-4 \times 4 : 5 \\ \hline 6+6-6 \times 6 : 1 \\ \hline 7+7-7 \times 7 : 1 \end{array}$$



siglo  
veintiuno  
de españa  
editores  
s.a.



Enseñar científicamente sólo quiere decir inducir a pensar científicamente, de ningún modo enfrentar al alumno, desde el principio, con fríos sistemas científicamente pulidos.

Y en el mismo libro reproduce asimismo una declaración sumamente sensata, firmada por buen número de matemáticos importantes, en la que se abona lo nocivo:

...introducir nuevos conceptos sin un fondo suficiente de hechos concretos, introducir conceptos unificadores cuando no hay experiencia que unificar, o machacar constantemente en los conceptos introducidos sin aplicaciones concretas...

Para añadir poco después:

Hay varios niveles de rigor. El estudiante debería aprender a comprender, buscar y criticar las demostraciones al nivel correspondiente a su experiencia y formación. Si se le empuja prematuramente a un nivel demasiado formal, puede desanimarse y hastiarse...

Muchas lecciones es posible sacar de este episodio de la *matemática moderna* en la enseñanza. Aquí nos limitamos a sugerir una: lo oportuno que puede ser añadir al conocimiento de la materia que ha de enseñarse y a las adecuadas razones de psicología y pedagogía una formación mayor que la (casi nula) proporcionada hoy en los aspectos histórico y epistemológico. Algo que ya pedía Puig Adam.

#### Bibliografía

60

Hernández, J.: "Las estructuras matemáticas y Nicolas Bourbaki". En: *La Ciencia en el siglo XX. Aspectos de la ciencia contemporánea*. Seminario Orotava de Historia de la Ciencia, Santa Cruz de Tenerife, 1999, pp. 55-77.

Kilpatrick, J., Rico, L. y Sierra, M.: *Educación matemática e investigación*. Madrid, Síntesis, 1994.

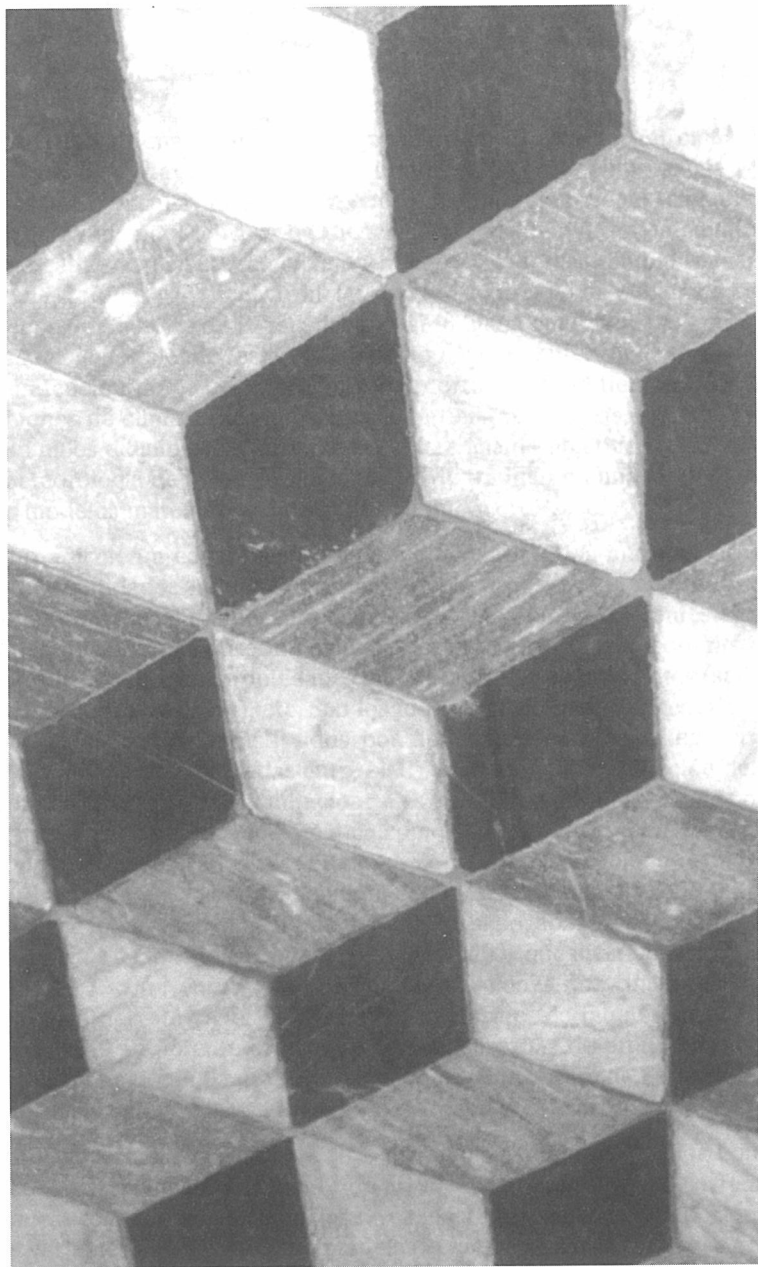
Kline, M.: *El fracaso de la matemática moderna*. Madrid, Siglo XXI, 1976.

Kuntzmann, J.: *Evolution et étude critique des enseignements de mathématique*. París, CEDIC, 1976.

Piaget, J. y otros: *La enseñanza de las matemáticas*. Madrid, Aguilar, 1968.

Piaget, J. y otros: *La enseñanza de las matemáticas modernas*. Selección e introducción de J. Hernández. Madrid, Alianza, 1978.

Revuz, A.: *Mathématique moderne, mathématique vivante*. París, O.C.D.L., 1970



*¿Escalera o suelo?*  
Luis Balbuena

