

Las Tablas y Gráficos Estadísticos como Objetos Culturales

Pedro Arteaga, Carmen Batanero, Gustavo Cañadas y J. Miguel Contreras
(Universidad de Granada)

Fecha de recepción: 17 de febrero de 2010

Fecha de aceptación: 28 de mayo de 2010

Resumen

Además de la presencia constante de información estadística en los medios de comunicación, muchos organismos nacionales e internacionales proporcionan en la actualidad acceso libre a sus bases de datos de información estadística a través de Internet. Surge como consecuencia la demanda social de educación estadística que permita comprender e interpretar esta información en la toma de decisiones. En este trabajo sintetizamos la investigación que describe las competencias requeridas en la construcción y lectura crítica de tablas y gráficos estadísticos.

Palabras clave

Cultura estadística, tablas y gráficos estadísticos, niveles de lectura, niveles de comprensión, juicios de asociación

Abstract

In addition to the constant presence of statistical information in the media, many national and international institutions provide today free access to their statistical data base through the Internet. Consequently, there is an increasing social need for statistics education that helps understand and interpret this information in decision making. In this work we summarise research describing the competences needed in building and critically reading statistical tables and graphs.

Keywords

Statistical literacy; statistical tables and graphs; reading levels; understanding levels; association judgments

1. Introducción

Hoy día es constante la presencia de la estadística en nuestra sociedad, donde se reconoce su utilidad como una herramienta metodológica que permite analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar estudios y experimentos y tomar decisiones adecuadas en situaciones de incertidumbre. Como consecuencia la enseñanza de la estadística se ha incorporado, desde hace unas décadas, en forma generalizada en todos los niveles educativos (Batanero, 2002). Además instituciones como la Unión Europea y la Organización de Naciones Unidas sienten la necesidad de medir el progreso en la sociedad actual, con indicadores como la cohesión social, riqueza o calidad de vida. Asimismo se proponen una serie de variables para explicar estos indicadores, como el impacto o la sostenibilidad medioambiental, la equidad o el capital humano, cuya medida es conceptualmente y técnicamente compleja. Así las agencias y oficinas estadísticas ponen a disposición de los ciudadanos toda clase de datos, con la intención de informarles y hacerles partícipes de sus decisiones, un objetivo importante en una sociedad democrática. Pero, para poder desarrollar una mejor comunicación entre estas instituciones y el público a quien se dirigen sus actividades, surge la



necesidad de que los ciudadanos sean capaces de valorar dicha información, es decir, sean estadísticamente cultos (Ridgway, Nicholson y McCusker, 2008).

Este interés por mejorar la formación estadística, se ha visto también reflejado en los decretos de enseñanzas mínimas (MEC, 2006a y b), en los cuáles se aumenta los contenidos que deben ser enseñados dentro del Bloque Tratamiento de información, azar y probabilidad, en todos los ciclos de Educación Primaria. En este nivel educativo se incluye, entre otros contenidos estadísticos, el estudio de las tablas de frecuencia simple y de doble entrada y el trabajo con gráficos estadísticos, sugiriendo que los alumnos deben interpretar elementos significativos de tablas y gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos y aprender a construirlos. El estudio de la estadística continúa y se amplía en la Educación Secundaria Obligatoria. En dichos decretos se observa que además hay un cambio de enfoque, presentando la estadística como una metodología de resolución de problemas y promoviendo el razonamiento estadístico de los alumnos. También se valora la importancia de analizar críticamente la información presentada en la prensa y otros medios de comunicación, como herramienta valiosa para conocer y analizar mejor la realidad.

1.1. Tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales

Uno de los retos de la enseñanza es conectar ésta con la realidad y con la sociedad del momento. Esta conexión entre escuela y vida cotidiana se podría llevar a cabo en el tema de estadística, aprovechando la presencia de datos de todo tipo en los medios de comunicación. En este sentido, Espinel (2007) indica la conveniencia de ampliar la enseñanza con algunos gráficos presentados con frecuencia en la prensa (por ejemplo los no cartesianos), que no suelen ser trabajados en la escuela. Por otro lado, el considerable aumento de nuevas tecnologías y del uso de Internet por parte de los ciudadanos, amplía hoy día los medios de comunicación personal. El éxito de las redes sociales como Youtube o Facebook, donde las personas tienen oportunidad de presentar información sobre ellos mismos, de blogs o páginas web de todo tipo, incrementa las oportunidades de encontrar y descargar gran variedad de datos estadísticos sobre diversos temas de actualidad. Una de las competencias básicas que se pretende transmitir al alumnado en los decretos de enseñanzas mínimas (MEC, 2006 a y b) es la de “aprender a aprender”. No hay duda que la gran cantidad de información estadística disponible en Internet en estos momentos proporciona amplias oportunidades de aprendizaje sobre los temas más variados; pero esta oportunidad será desaprovechada si no se dispone de los conocimientos básicos que permitan interpretar dicha información.

Además de por su presencia en los medios de comunicación e Internet, el aprendizaje de las tablas y gráficos estadísticos es importante, por otros muchos motivos. Por un lado, son un potente instrumento para comunicar información y para resumirla en forma eficiente (Cazorla, 2002). Wild y Pfannkuch (1999) hablan de la *transnumeración* como uno de los modos esenciales de razonamiento estadístico, que consiste en obtener una nueva información, que no estaba disponible en un conjunto de datos al cambiar de un sistema de representación a otro. En este sentido, los gráficos y tablas son instrumentos de transnumeración por su papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos. Por ejemplo, en la Figura 1, se representan datos tomados de Rouncenfield (1995) sobre esperanza de vida al nacer y tasa de natalidad (número de niños vivos nacidos por cada 1000 habitantes en un año) en un total de 97 países. El diagrama cartesiano de dispersión muestra una tendencia decreciente, que indica la existencia de una correlación negativa entre estas dos variables y permite conjeturar que la relación no es exactamente de tipo lineal, por lo que habría que analizar diferentes familias de curvas, para encontrar cuál sería la línea de regresión más adecuada para sintetizar estos datos. Toda esta información proporcionada por el diagrama de dispersión era muy difícilmente visible en el listado de datos brutos, por lo que al pasar del listado al diagrama hemos realizado un proceso de transnumeración.

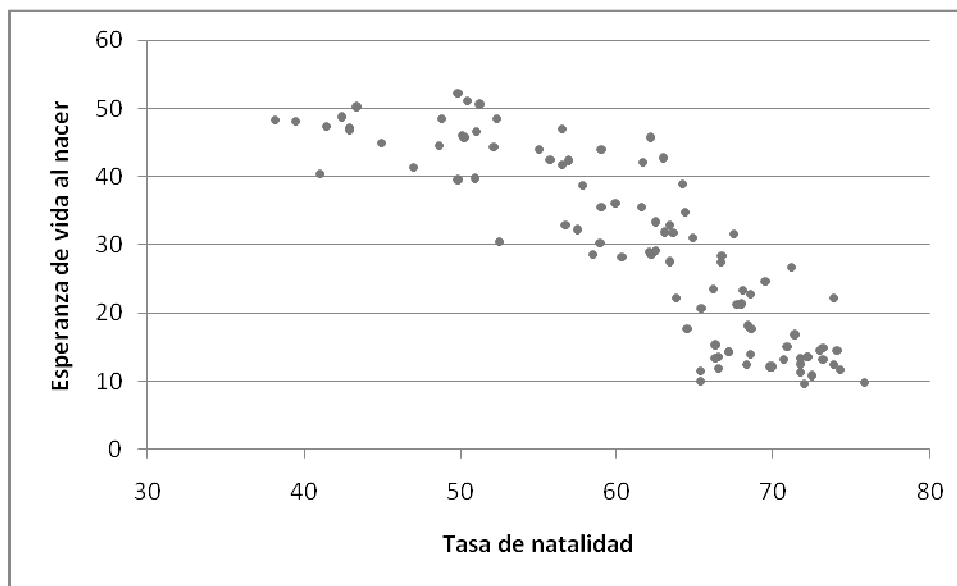


Figura 1. Esperanza de vida en función de la tasa de natalidad

La importancia de tablas y gráficos se debe también a que la ciencia las utiliza como representaciones semióticas externas para construir y comunicar los conceptos abstractos. Por tanto, el aprendizaje de los conceptos científicos está ligado al de estas representaciones y al de sus procesos de construcción y transformación. Estas representaciones se usan también en las ciencias como puente entre los datos experimentales y las formalizaciones científicas y ayudan a determinar las relaciones entre las variables que intervienen en los fenómenos, para poder modelizarlos. En la enseñanza de las ciencias, las tablas y gráficos también ayudan a visualizar conceptos y relaciones abstractas difíciles de comprender (Postigo y Pozo, 2000). Por ejemplo, en la tabla 1 presentamos datos del peso de 2000 recién nacidos, clasificando las madres como fumadoras o no. Este tipo de tabla (tabla de contingencia) es una herramienta en el estudio del concepto de *asociación estadística*. La proporción de niños bajo de peso en el ejemplo es .172 en las madres fumadoras y solo .06 en las no fumadoras, por lo que el *riesgo relativo* de tener un niño bajo de peso no es el mismo en los dos grupos de mujeres en esta muestra. Si la muestra hubiese sido tomada al azar entre una población de mujeres que fuesen iguales en otras características que puedan influir en el peso del niño (por ejemplo, edad o condiciones físicas), diríamos que las variables *están asociadas*. La comprensión de los conceptos de asociación y riesgo relativo se facilita con ejemplos presentados en tablas de doble entrada (denominadas también tablas de contingencia).

	Bajo de peso	Peso normal	Total
Madre fumadora	43	207	250
Madre no fumadora	105	1645	1750
Total	158	1852	2000

Tabla 1. Peso de recién nacidos en madres fumadoras y no fumadoras

Watson (2006), por su parte, resalta la importancia de las tablas y gráficos, por facilitar la transición entre el muestreo u obtención de datos y el cálculo de resúmenes estadísticos. Esto es debido a que, una vez construido el gráfico o tabla, los datos ya han sido organizados y agrupados según los distintos valores de una o varias variables estadísticas y por tanto su interpretación puede ser



de gran ayuda a la hora de calcular e interpretar las medidas de tendencia central y de dispersión. Así, la tabla 1 sería un primer paso en el análisis estadístico más formal entre las variables, que podría continuar con la realización de un contraste Chi-cuadrado, para analizar si la asociación observada en la muestra, supuesta esta elegida al azar de la población, es estadísticamente significativa.

En lo que sigue, analizamos en primer lugar la importancia actual de la cultura estadística y las definiciones de este término por diversos autores y seguidamente describimos las competencias relacionadas con la interpretación y construcción de tablas y gráficas. Finalizamos con algunas recomendaciones para la enseñanza del tema y formación de profesores.

2. ¿Qué es la cultura estadística?

En los últimos años se ha venido forjando el término “statistical literacy” para reconocer el papel del conocimiento estadístico en la formación elemental (Moreno, 1998; Murray y Gal, 2002). Diversos autores han intentado describir la naturaleza de la cultura estadística y constructos relacionados con ella, tales como “conocimiento estadístico” y “razonamiento estadístico”. Aunque hay desacuerdos entre las distintas definiciones, todos comparten la necesidad actual de que los ciudadanos sean capaces de tratar con diversos tipos de informaciones estadísticas y sus representaciones que se les presentan por distintos medios de comunicación y en distintos contextos de su vida. Algunas indicaciones de la importancia de este movimiento son el Sexto Congreso Internacional sobre Enseñanza de la Estadística (<http://icots6.haifa.ac.il/icots6.html>) que estuvo dedicado a “El desarrollo de una sociedad estadísticamente culta”, las seis ediciones del International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking and Literacy (<http://srtl.stat.auckland.ac.nz/>); el International Statistical Literacy Project (<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/islp/>) y la página web Statistical Literacy (<http://www.statlit.org/>) que incluye actividades, libros, materiales y un boletín con el mismo nombre.

Muchos estadísticos han reflexionado sobre esta idea, debido a la necesidad de conseguir que la sociedad valore y colabore en su trabajo. Como señala Ottaviani (1998): “los estadísticos sienten la necesidad de difusión de la estadística, no sólo como una técnica para tratar los datos cuantitativos, sino como una cultura, en términos de capacidad de comprender la abstracción lógica que hace posible el estudio cuantitativo de los fenómenos colectivos” (p. 1). Ello requiere conseguir que la educación estadística básica sea una realidad para todos.

Gal (2002, pg. 2) define la cultura estadística como unión de dos competencias relacionadas: “a) Interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante.”

Watson (1997) sugiere que la cultura estadística implica ser capaz de comprender el texto, significado e implicaciones de la información estadística en el contexto en que se presenta y que incluye tres componentes de sofisticación progresiva: el conocimiento básico de los conceptos estadísticos, la comprensión de los razonamientos y argumentos estadísticos cuando se presentan dentro de un contexto más amplio de algún informe en los medios de comunicación o en el trabajo y una actitud crítica que se muestra al ser capaz de cuestionar argumentos que estén basados en evidencia estadística no suficiente o sesgada. Gal (2002) partió de este modelo para construir el suyo propio en el que englobó elementos de conocimiento estadístico y matemático, habilidades básicas de lectura, conocimiento del contexto y capacidad crítica.

Garfield (1999) considera como componentes de la cultura estadística la comprensión del lenguaje estadístico y capacidad de interpretar tablas y gráficos, así como el poder dar sentido a los datos que aparecen en la prensa, encuestas y otras situaciones cotidianas. Rumsey (2002), por su parte prefiere hablar de competencia estadística, incluyendo en ella las competencias básicas necesarias en el razonamiento y pensamiento estadístico. Para esta autora la competencia estadística básica requiere una percepción de los datos, comprensión de conceptos estadísticos básicos y su terminología, así como de los principios básicos de recogida, representación y resumen de datos. También es necesario alcanzar unas habilidades básicas de interpretación de la información y de comunicación de resultados a otra persona.

Más recientemente, en un informe sobre el tema (Department of Education, National Center for Education Statistics, 2006) se considera como cultura estadística la capacidad de usar información impresa y escrita para funcionar en la sociedad, alcanzar los propios objetivos y desarrollarse como persona. La evaluación de estas capacidades en los adultos ha proporcionado resultados pobres, pues en este informe indica que sólo el 13% de los adultos son capaces de alcanzar un nivel superior (dentro de cuatro niveles posibles) y el 22% están bajo los niveles mínimos, es decir, no alcanzan las capacidades estadísticas básicas para funcionar en la sociedad de la información. Vemos pues que cultura estadística es algo más que capacidad de cálculo y conocimiento de definiciones. A continuación analizamos estas competencias para dos objetos estadísticos básicos: las tablas y los gráficos.

3. Lectura e interpretación de tablas y gráficos

Como se observa en la anterior discusión, hay un acuerdo general en que una persona culta debiera poder leer críticamente las tablas y gráficos estadísticos que encuentra en la prensa, Internet, medios de comunicación, y trabajo profesional. Esto supone no sólo la lectura literal de la tabla o gráfico, sino identificar las tendencias, variabilidad y posible asociación de los datos, así como detectar los posibles errores conscientes o inconscientes que puedan distorsionar la información representada (Schield, 2006).

3.1. Niveles en la lectura

Muchas de las tablas que aparecen en la prensa o Internet, combinan diversos tipos de información numérica (frecuencias, razones, porcentajes), clasificada en función de dos o más variables. Por otro lado, un gráfico es un objeto semiótico complejo, en el que podemos identificar los siguientes elementos estructurales, cada uno de los cuáles tiene sus propios convenios de construcción e interpretación que deben ser adquiridos por los estudiantes (Friel, Curcio y Bright (2001):

- El *título* y las *etiquetas* indican el contenido contextual y cuáles son las variables en él representadas. Este elemento aparece también en las tablas.
- El *marco* del gráfico, que incluye los ejes, escalas, y marcas de referencia en cada eje. Dicho marco proporciona información sobre las unidades de medida de las magnitudes representadas. Puede haber diferentes tipos de marcos y sistemas de coordenadas (lineales, cartesianas bidimensionales o multidimensionales, polares). En las tablas también se incluyen etiquetas que diferencian las variables representadas, sus valores y diferentes tipos de frecuencias y porcentajes.
- En los gráficos hay que tener también en cuenta sus *especificadores*, es decir, los elementos visuales usados para representar los datos, como los rectángulos (en el histograma) o los puntos (en el diagrama de dispersión). Los autores nos alertan de que no todos los especificadores son igualmente sencillos de comprender, sugiriendo el



siguiente orden de dificultad: Posición en una escala homogénea (gráficos de línea, de barras, de puntos, algunos pictogramas e histogramas); posición en una escala no homogénea (gráficos polares, gráficos bivariantes); longitud (gráficos poligonales o estrellados sin ejes de referencia, árboles), ángulo o pendiente (gráfico de sectores, discos), área (círculos, pictogramas), volumen (cubos, algunos mapas estadísticos), color (mapas estadísticos codificados mediante color).

Para poder leer e interpretar tablas y gráficos es necesario, aunque no suficiente, conocer estos elementos estructurales y los convenios relacionados con los mismos. Diversos autores han analizado las habilidades implícitas en la lectura y comprensión de tablas y gráficos estadísticos, siendo la clasificación más conocida la de Curcio (1989), quien definió los siguientes niveles, que también pueden considerarse para la lectura de tablas:

- “Leer entre los datos” (lectura literal del gráfico o tabla sin interpretar la información contenida en el mismo). Por ejemplo, en la figura 1, ser capaz de ver cuántos países tienen una tasa de natalidad igual a 20 niños por 1000 habitantes o leer la esperanza de vida que corresponde a cada uno. En la tabla 1 identificar el número de niños con bajo peso en las madres fumadoras.
- “Leer dentro de los datos” (interpretación e integración de los datos de la tabla o gráfico). Esta capacidad requiere la comparación de datos o la realización de operaciones con los datos. Un ejemplo en la figura 1 sería apreciar si la esperanza de vida es mayor en los países con tasa de natalidad 20 o 30 niños por 1000 habitantes o bien calcular el valor medio de la esperanza de vida en países con tasa de natalidad igual a 20 niños por 1000 habitantes. En la tabla 1, un ejemplo sería que la proporción de niños bajo de peso es mayor en mujeres fumadoras que no fumadoras.
- “Leer más allá de los datos” (realizar predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico o tabla). Por ejemplo, ser capaz de observar que a mayor esperanza de vida en la figura 1 hay menor tasa de natalidad. En la tabla 1 deducir que hay una asociación entre las variables representadas.

Friel, Curcio y Bright (2001) amplían la clasificación anterior, definiendo un nuevo nivel “leer detrás de los datos” consistente en valorar críticamente el método de recogida de datos, su validez y fiabilidad, así como las posibilidades de extensión de las conclusiones. En la figura 1, alcanzar este nivel implicaría reconocer que si la política de un país hace aumentar la tasa de natalidad, ello no implicaría una reducción de la esperanza de vida en el mismo. En la tabla 1, preguntarse si la muestra de mujeres fue aleatoria o había alguna variable que pudiera causar la asociación. Cuando se considera no sólo la interpretación de los gráficos, sino también su valoración crítica, los niveles superiores se modifican ligeramente y la categoría “leer detrás de los datos”, puede subdividirse, en función de la capacidad crítica, respecto a la información reflejada en el gráfico (Aoyama, 2007):

- *Nivel Racional/Literal*: Los estudiantes leen correctamente el gráfico o tabla, incluyendo la interpolación, detección de tendencias y predicción, pero no cuestionan la información, ni dan explicaciones alternativas. Serían los estudiantes que en los ejemplos dados observan la relación entre las variables, pero no tratan de explicarla.
- *Nivel Crítico*: Los estudiantes leen los gráficos, comprenden el contexto y evalúan la fiabilidad de la información, cuestionándola a veces, pero no son capaces de buscar hipótesis que expliquen la discordancia entre un dato y una interpretación del mismo. En los ejemplos dados, los estudiantes podrían plantearse la posibilidad de que hubiese otras variables que afectasen a la asociación observada, pero no serían capaces de poner ejemplos de los mismos.

- *Nivel Hipotético*: Los estudiantes leen los gráficos los interpretan y evalúan la información, formando sus propias hipótesis y modelos. Al leer la tabla o el gráfico los estudiantes querrían obtener más información sobre los países con alta natalidad y baja esperanza de vida o sobre la relación entre tabaco y peso del recién nacido en Internet u otros medios para decidir con esta información cuál es la variable que explica la asociación observada.

3.2. Estrategias y concepciones en los juicios de asociación

Otro tipo de investigaciones se ha centrado en las estrategias que usan las personas para realizar juicios de asociación entre las variables representadas en tablas y gráficos, por ejemplo, analizar si hay algún tipo de relación (directa-inversa; fuerte-moderada) entre la esperanza de vida y la tasa de natalidad (figura 1) o ser fumadora y tener un niño bajo de peso (tabla 1). También analizan las concepciones subyacentes en estas estrategias. El problema resulta de gran interés en psicología, y está relacionado con la toma de decisiones en ambiente de incertidumbre (Scholz, 1987) porque en muchas de estas decisiones se necesita un *juicio sobre la asociación de las variables*. Matemáticamente, la asociación es una extensión de la idea de dependencia funcional; admitiendo la existencia de correspondencia o relaciones entre dos variables de tipo aleatorio, que pueden variar en intensidad desde la independencia hasta la dependencia funcional. En el caso de variables numéricas, como las representadas en la Figura 1 esta asociación se mide mediante el coeficiente de correlación (variando desde -1 a +1) que proporciona información sobre la intensidad de la asociación (más fuerte conforme el valor absoluto del coeficiente se acerca a 1 en caso que la relación sea de tipo lineal) y la dirección (dada por el signo). En el caso de variables cualitativas hay otros coeficientes, como el de contingencia que varían de 0 a 1, pero el signo solo se considera en tablas de dos filas y dos columnas, como la tabla 1 (tabla 2x2).

La investigación sobre los juicios de asociación fue iniciada por Inhelder y Piaget (1951), quienes consideraron que la comprensión de este concepto implica las de proporción y probabilidad. Los autores sólo consideraron variables cualitativas en sus trabajos e indican como variables que puede dificultar un juicio de asociación la intensidad y el signo de la misma (en el caso de variables numéricas del coeficiente de correlación) y el tamaño de la muestra. En una primera etapa de comprensión del concepto, para juzgar una asociación en la tabla de contingencia, los sujetos solo usarían una celda de la tabla (madres fumadoras con hijos bajo de peso en la tabla 1). En un segundo nivel usarían dos datos, por ejemplo, compararían el número de hijos bajo de peso en madres fumadoras y no fumadoras, trabajando con frecuencias absolutas. Una comprensión completa de la asociación requiere el uso de todos los datos y comparar las proporciones de niños bajos de pesos en los dos grupos. Otra variable que complica los juicios de asociación es la existencia de teorías previas sobre las relaciones entre variables, pues en caso de haberlas, los sujetos se guían por sus teorías para datos con asociación moderada, aunque siguen los datos si esta asociación es muy fuerte y visible (Chapman y Chapman, 1967).

En España han sido Estepa y sus colaboradores quienes han trabajado con más detalle sobre este tema (Estepa, 1994; Estepa y Batanero, 1995; Estepa y Batanero, 1996; Estepa y Sánchez, 2000), identificando estrategias usadas en los juicios de asociación en variables numéricas dadas mediante gráficos similares al de la Figura 1. Como estrategias correctas señalan el análisis de la tendencia del gráfico (decreciente en el ejemplo, lo que indica una asociación inversa entre las variables) o la dispersión de los puntos (moderada en el ejemplo, lo que sugiere que la asociación es moderada. También piden a los sujetos argumentar sus respuestas, identificando algunas concepciones incorrectas sobre la asociación:



- *Concepción causal*: cuando los sujetos identifican asociación y causalidad. La relación causal estricta ocurre cuando al variar una variable X (por ejemplo, al cambiar la cantidad de agua en un recipiente) otra variable Y cambia (el peso del recipiente cambiará). Es difícil de hallar en el mundo real relaciones perfectas de causa y efecto y por ello los estadísticos hablan de relación de causa débil cuando al variar X cambia la probabilidad de que varíe Y (Díaz, 2007). En este caso las variables estarán asociadas. Por ejemplo, a mayor número de horas de estudio aumenta la probabilidad de una mejor nota, pero no es seguro, pues el alumno podría hacer un mal examen por un cansancio excesivo. Por otro lado dos variables pueden mostrar asociación, sin que una de ellos sea causa de la otra, ni siquiera en sentido estadístico, como observamos en el ejemplo de la Figura 1. Los alumnos que tienen una concepción causal, al analizar dicha figura dirían que no hay asociación, pues la relación es debida a una tercera variable que hace variar conjuntamente la tasa de natalidad y la esperanza de vida;
- *Concepción local*: cuando los sujetos usan sólo una parte de los datos para dar su juicio. Por ejemplo, usarían sólo una celda o una fila en la tabla 1 y algunos puntos aislados en el gráfico 1 para realizar el juicio de asociación.
- *Concepción determinista*, cuando los sujetos sólo admiten la asociación en caso de relación funcional perfecta (no se admitiría asociación en ninguno de los dos ejemplos). Los sujetos que tienen esta concepción esperan una correspondencia que a cada valor de la variable independiente asigne un sólo valor de la dependiente. Así en la tabla 1 esperarían que todas las mujeres fumadoras, sin excepciones tuviesen hijos bajos de peso. En el caso de la figura 1 se esperaría que los puntos de la gráfica se situasen bien una recta o sobre la gráfica de otro tipo de función.

Como vemos, la interpretación crítica de tablas y gráficos moviliza diversos conocimientos y experiencias y es un proceso complejo en el que se requiere el conocimiento y puesta en práctica de muchos conceptos, jugando un papel primordial el contexto (Monteiro y Ainley, 2004). Monteiro y Ainley (2007) se preocupan de la laguna existente entre la interpretación de gráficos estadísticos en contexto escolar y contextos extra-escolares, como la prensa. En el contexto escolar, se insiste en los conocimientos y procesos estadísticos, prestando poca atención al contexto social del que han sido tomados los datos, lo que lleva a fallos al interpretar gráficos en que el contexto juega un papel importante. Por eso recomiendan que en la escuela se busquen ejemplos tomados de la vida cotidiana o los medios de comunicación, que puedan motivar a los estudiantes y hacerles ver la utilidad de la estadística en su formación.

4. Construcción de tablas y gráficos

También es posible definir varios niveles de dificultad en la construcción de tablas y gráficos. Por ejemplo Arteaga (2008) propuso una clasificación de los gráficos, que podría extenderse a la construcción de tablas, en función de su complejidad y los niveles de lectura que posibilitan en la clasificación de Curcio (1989) y Friel, Curcio y Bright (2001). A continuación describimos los niveles, mostrando en las figuras 2 y 3 ejemplos de gráficos producidos por participantes en la investigación de Arteaga (2008), quienes partieron de un listado de datos. Cada uno de los estudiantes realizó un experimento consistente en obtener dos secuencias, una simulada y otra real, al lanzar una moneda 20 veces, y a partir de los datos obtenidos se propuso a los estudiantes que realizasen el estudio de dos variables estadísticas (número de caras en cada una de las secuencias), pidiéndoles que las representaran. Los gráficos producidos se clasificaron según cuatro categorías, cada una de las cuáles implica un nivel superior de competencia gráfica:

- *Representación de datos individuales:* Cuando el estudiante sólo incluye en el gráfico un dato o una pequeña parte de los datos (y no el conjunto completo), como en el primer ejemplo de la Figura 2.
- *Representación de un conjunto de datos, sin llegar a resumir su distribución:* El estudiante representa los datos tal y como los ha recogido, sin llegar a clasificarlos ni calcular la frecuencia de diferentes valores (segundo ejemplo de la Figura 2). En una tabla, sería equivalente a dar un listado de datos desordenados. Hacemos notar que los gráficos de nivel 1 y 2 sólo permiten una lectura de datos literal (leer los datos) en la terminología de Curcio (1989) pues este tipo de gráficos no permite hacer inferencias o resaltar tendencias en los datos.
- *Representación de una distribución de datos* (primer ejemplo de la Figura 3). El alumno clasifica los datos y calcula la frecuencia de cada valor, llegando a utilizar el concepto de distribución de frecuencias y a representar la distribución. Este tipo de gráfico permite la “lectura entre los datos” en la clasificación de Curcio (1989), es decir, realizar comparaciones y detectar tendencias. Una tabla de frecuencias ordinaria sería un ejemplo de tabla nivel 3.
- *Representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico* (Segundo ejemplo en la figura 3). Además de formar y representar la distribución de datos, el estudiante es capaz de conjugar más de una variable, como en el segundo gráfico de la figura 3 o en la tabla 1.

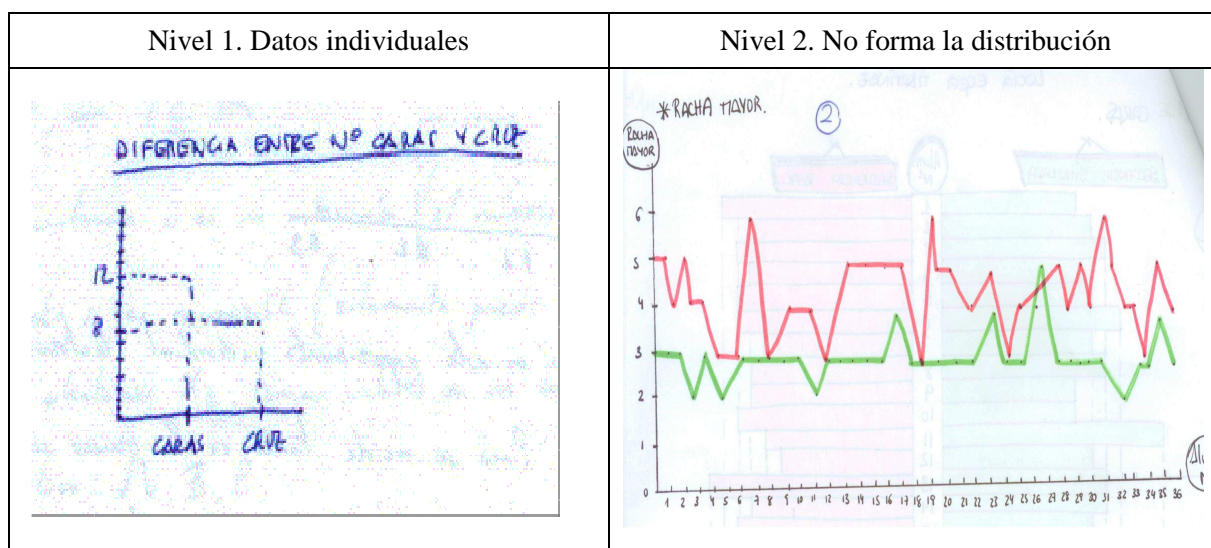


Figura 2. Gráficos de nivel 1 y 2

Los gráficos de mayor nivel de construcción en la anterior clasificación, permiten mayor nivel de lectura en la clasificación de Curcio (1989) y por ello facilitan la resolución de problemas estadísticos. Por ejemplo, en los gráficos de los niveles 1 y 2 (de la clasificación de Arteaga) no se pudo detectar la tendencia en los datos. Pero, al mismo tiempo, los errores de interpretación de los mismos crecen con esta complejidad. Aunque en el trabajo de Arteaga (2008) no todos los participantes que llegaron a los niveles 3 y 4 en la construcción del gráfico fueron capaces de interpretar correctamente los gráficos construidos para obtener conclusiones sobre el problema planteado.

Por otro lado, la competencia gráfica supone que los gráficos construidos sean correctos, aunque es frecuente elegir un gráfico no adecuado al tipo de variable representada o bien representar variables cuya comparación no tiene sentido en un mismo gráfico (Li y Shen, 1992). Espinel (2007) describe

también errores en la representación de escalas numéricas en la recta real, representación de intervalos, construcción del histograma y el polígono de frecuencias. Esta autora también observó que algunos futuros profesores no tienen coherencia entre su construcción del gráfico y la forma en que evaluaron las respuestas de estudiantes ficticios.

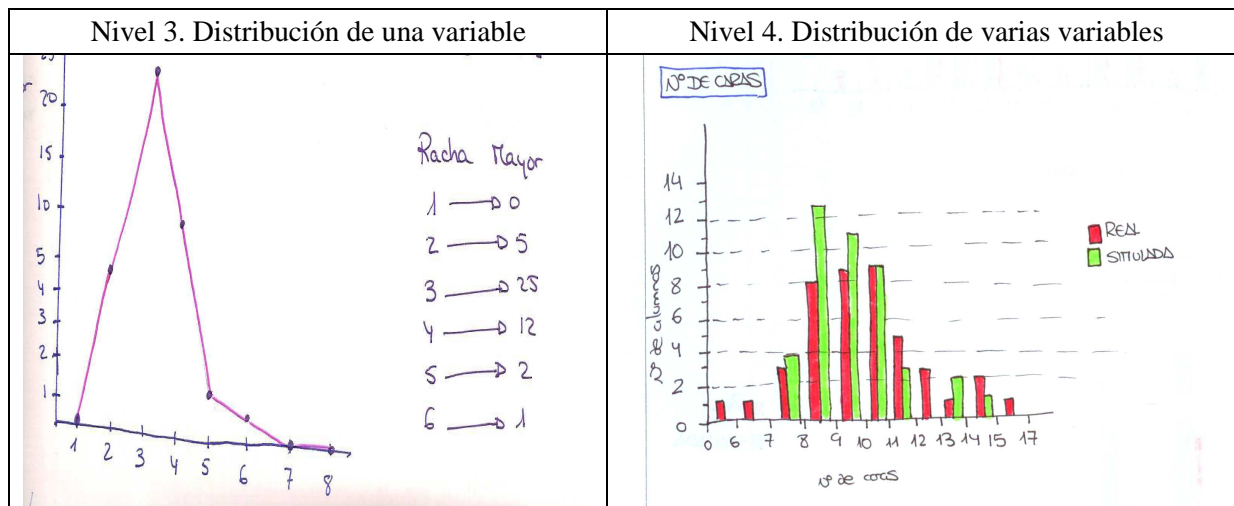


Figura 3. Gráficos de nivel 3 y 4

5. Implicaciones para la enseñanza

Como hemos puesto de manifiesto en la exposición, actualmente son numerosas las agencias internacionales y oficinas estadísticas que ponen a disposición de los ciudadanos (por ejemplo en Internet) toda clase de datos, en un esfuerzo para desarrollar una mejor comunicación entre los productores de estadísticas y los consumidores. Muchas de dichas informaciones son presentadas en forma de gráficos estadísticos y tablas, por lo que una persona estadísticamente culta debiera ser capaz de comprender e interpretar las distintas formas de presentación de datos estadísticos para aprender e informarse sobre los temas más variados. Los gráficos de barras pueden introducirse desde edades tempranas y ofrecen la oportunidad de desarrollar relaciones con otras áreas del currículo de matemáticas, ya que para su interpretación en temas familiares para los alumnos (por ejemplo medio de locomoción preferido por los alumnos de una clase para llegar a la escuela) son sólo necesarias habilidades relacionadas con las correspondencias biunívoca, suma y resta. En niveles superiores y para gráficos de barras más complicados, serán necesarios conocimientos de proporcionalidad y porcentajes para una correcta interpretación. El aprendizaje puede ampliarse progresivamente con otros tipos de gráficos. Es importante también hacer notar a los estudiantes las relaciones existentes entre los distintos gráficos y observar que no todos son adecuados para una misma situación. Además el estudio de dichas relaciones puede facilitar la comprensión de gráficos más complejos, por ejemplo se puede enseñar la construcción de un gráfico de cajas a partir de un gráfico de tallo y hojas, que permite obtener fácilmente los valores de los cuartiles de la distribución necesarios para construir el gráfico de cajas.

Con el objetivo de formar ciudadanos estadísticamente cultos, Watson (1997) propone que en la escuela se deberían introducir también tareas en las que los estudiantes tengan que crear sus producciones gráficas a partir de datos de distintas variables estadísticas proporcionados por el profesor. Los alumnos deberán pensar entre posibles relaciones entre las distintas variables y crear sus propias representaciones gráficas para contrastar así sus hipótesis iniciales. También podrían realizar gráficos a partir de afirmaciones estadísticas en las que de manera verbal se describan asociaciones

entre variables, pero sin datos numéricos. La autora asegura que a lo largo de su vida los estudiantes se encontrarán con informaciones estadísticas en las que no se muestren los datos en los que se basan y en estas ocasiones las representaciones gráficas pueden ser de gran ayuda para la comprensión de las mismas.

Además, la mayoría de los datos y sus representaciones disponibles en la prensa o Internet son multivariantes, mostrando asociaciones complejas entre las variables, que rara vez son lineales. El currículo escolar ofrece pocas posibilidades para trabajar con este tipo de datos, pues la enseñanza de la estadística usualmente se reduce al estudio de variables aisladas. Es una prioridad asegurar la formación estadística, para superar las dificultades descritas y contribuir a la mayor cultura estadística de nuestra sociedad. El desarrollo actual de las tecnologías ofrece nuevas herramientas para la enseñanza de la estadística que pueden contribuir a resolver este problema. Ridgway, Nicholson y McCusker (2008) han diseñado un software que permite analizar gráficos estadísticos interactivos y trabajar con datos reales y multivariantes (ver <http://www.dur.ac.uk/smart.centre/freeware/>). Los ejemplos propuestos por los autores permiten estudiar temas de interés social, como el consumo de alcohol en los jóvenes o el empleo. Ridgway, Nicholson y McCusker indican que sería necesario enseñar a los estudiantes las siguientes heurísticas relacionadas con la comprensión gráfica:

- Ser crítico con la fuente de los datos, exigiendo calidad en los datos.
- Identificar las variables del estudio, su tipo (cualitativa, cuantitativa) y papel en el estudio (dependiente, independiente).
- Describir y explorar los datos a fondo antes de intentar obtener conclusiones.
- Buscar relaciones no lineales entre las distintas variables y cambios a lo largo del tiempo.
- En caso de que se lleve a cabo un estudio de inferencia, evaluar en el efecto de las variables explicativas (tamaño de la diferencia de medias en los grupos analizados) y no sólo la significación estadística de los datos. Comprobar, asimismo, mediante el cálculo de intervalos de confianza que las diferencias de la variable dependiente en los grupos es sustancialmente mayor que el del error aleatorio.

El trabajo con información estadística extraída de los medios de comunicación sería otra estrategia pedagógica para acortar distancias entre los contextos escolares y extra-escolares. Pero habría que ser cuidadoso eligiendo gráficos y tablas que sean accesibles para los alumnos, y traten de temas familiares para ellos (Monteiro y Ainley, 2006). Finalmente resaltamos que la formación de ciudadanos “estadísticamente cultos” requiere también la preparación previa de los profesores que han de educarlos. El paso al título de grado en la formación de los maestros proporciona una oportunidad valiosa para la mejora de la cultura estadística de los futuros profesores.

Agradecimientos: Este trabajo forma parte del proyecto SEJ2007-60110 (MEC- FEDER), beca FPU AP2007-03222 y beca FPI BES-2008-003573.

Bibliografía

- Aoyama, K. (2007). Investigating a hierarchy of students' interpretations of graphs. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(3). On line: <http://www.iejme/>.
- Arteaga, P. (2008). *Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos*. Trabajo fin de Master. Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Batanero, C. (2002). *Los retos de la cultura estadística*. Conferencia en las Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires. Confederación Latino-americana de Sociedades de Estadística.



- Cazorla, I. (2002). *A relação entre a habilidades viso-pictóricas e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. Tesis Doctoral. Universidad de Campinas.
- Chapman, L. J. y Chapman, J. P. (1969). Illusory correlation as an obstacle to the use of valid Psychodiagnostic signs, *Journal of Abnormal Psychology*, 74, 271-280.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M.
- Department of Education, National Center for Education Statistics. (2006). *The condition of education 2006*. Online: <http://nces.ed.gov/programs/coe/2006/analysis/sa03b.asp>.
- Díaz, C. (2007). *Viabilidad de la enseñanza de la inferencia bayesiana en el análisis de datos en psicología*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Espinel, C. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Investigación en Educación Matemática XI*, 99-119.
- Estepa, A. (1994). *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Estepa, A. y Batanero, C. (1995). Concepciones iniciales sobre la asociación estadística. *Enseñanza de las Ciencias*, 13(2), 155-170.
- Estepa, A. y Batanero, C. (1996). Judgments of correlation in scatter plots: An empirical study of students' intuitive strategies and preconceptions. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 4, pp. 25-41.
- Estepa, A. y Sánchez, F. T. (2000). Empirical research on the understanding of association and implication for the training of researchers. En C. Batanero (Ed.), *Training researchers in the use of statistics* (pp. 37-51). Granada: International Association For Statistical Education.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education* 32(2), 124-158.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review* 70(1), 1-25.
- Garfield, J. (1999). Thinking about statistical reasoning, thinking, and literacy. Trabajo presentado en el First Statistical Thinking, Reasoning, and Literacy (STRL-1). Tel-Aviv: Weizmann Institute of Science,
- Inhelder, B. y Piaget, J. (1955). *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*. París: Presses Universitaires de France.
- Li, D. Y. y Shen, S. M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics* 14 (1), 2-8.
- MEC (2006a). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Primaria*.
- M.E.C. (2006b). *Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*.
- Monteiro, C. y Ainley, J. (2004). Critical sense in interpretation of media graphs. En A. Cockburn y E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3. pp. 361-368). Norwich, UK: East Anglia University.
- Monteiro, C. y Ainley, J. (2007). Investigating the interpretation of media graphs among student teachers. *International Electronic Journal of Mathematics Education* 2 (3), 188-207. On line: <http://www.iejme/>.
- Monteiro, C. y Ainley, J. (2006). *Student teachers interpreting media graphs*. En A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics, Salvador, Brazil*: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education. Online: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>.
- Moreno, J. (1998). Statistical literacy: statistics long after school. In L. Pereira-Mendoza (Ed.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics*. Singapur: International Statistics Institute. On line: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>.

- Murray, S. y Gal, I. (2002). Preparing for diversity in statistics literacy: Institutional and educational implications. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics*. Cape Town: International Statistical Institute. On line: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>.
- Ottaviani, M. G. (1998). Developments and perspectives in statistical education. *Proceedings IASS/IAOS Joint Conference, Statistics for Economic and Social Development*, [CD-ROM]. Aguascalientes: International Association for Official Statistics.
- Postigo, Y. y Pozo, J. I. (2000). Cuando una gráfica vale más que 1000 datos: la interpretación de gráficas por alumnos adolescentes. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 89 - 110.
- Ridgway, J., Nicholson, J. y McCusker, S. (2008). Mapping new statistical Literacies and Iliteracies. International Conference on Mathematics Education, Trabajo presentado en el *11th International Congress on Mathematics Education*, Monterrey, Mexico.
- Rouncefield, M. (1995). The statistics of poverty and inequality. *Journal of Statistics Education*, 3(2).
- Rumsey, D. J. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. *Journal of Statistics Education* 10(3). Online: <http://www.amstat.org/publications/jse/>.
- Schild, M. (2006). Statistical literacy survey analysis: reading graphs and tables of rates and percentages. En B. Phillips /Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town: International Statistical Institute. On line: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>.
- Scholz, R. (1987). *Decision making under uncertainty*. Amsterdam. North Holland.
- Watson, J. (1997). Assessing statistical literacy through the use of media surveys. En I. Gal y J. B. Garfield (Eds.). *The assessment challenge in statistics education* (pp. 107-121). Amsterdam: IOS Press.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (con discusión). *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

Pedro Arteaga Cezón, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada, Licenciado en Matemáticas en 2007 en la Universidad Complutense de Madrid, se encuentra actualmente realizando su doctorado en Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Granada y es becario dentro del programa de Formación del Profesorado Universitario desde Julio del 2008.

Carmen Batanero Bernabeu, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada, es doctora en Matemáticas. Su línea de investigación es la Educación Estadística, tema sobre el que ha coordinado varios grupos de trabajo y dirigido tesis 14 doctorales. Fue presidenta de la International Association for Statistical Education (IASE) y miembro de la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) Ha publicado trabajos en revistas nacionales e internacionales (ver <http://www.ugr.es/~batanero/>).

Gustavo Cañadas, Licenciado en Ciencias y Técnicas Estadísticas en 2008 en la Universidad de Granada, se encuentra actualmente realizando el máster en Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Granada y el máster de Metodología de las Ciencias del Comportamiento y de la Salud de las Universidades: UNED, Autónoma y Complutense de Madrid.

José Miguel Contreras, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada es Licenciado en Matemáticas y Licenciado en Ciencias y Técnicas Estadísticas. Es becario de Plan de Formación del Personal Investigador desde Noviembre de 2008. Ha sido profesor de Estadística e I.O. en la Universidad de Granada

