EL PROCESO DE GENERALIZACION Y EL APRENDIZAJE DEL LENGUAJE MATEMATICO

Presentada por **Manuel Fernández Reyes**

Se habla insistentemente de la necesidad de enseñar una Matemática «útil». Pienso que el término no debe entenderse simplemente en su acepción de «instrumental»; no se trata sólo de que el alumno adquiera unos mecanismos que le permitan resolver las situaciones y problemas que se le presenten a lo largo de su vida escolar y fuera del aula. Tanto el que finalice sus estudios en la materia al término de la E.G.B., el B.U.P. o la F.P., como el que los continúe en la Universidad, debe llevar como bagaje matemático mínimo el dominio de estos dos aspectos:

a) La capacidad de búsqueda y expresión y lectura correctas de relaciones matemáticas.
b) Seguridad y rapidez operatoria.

Cubrir estos objetivos no es fácil, no se me oculta. Sin embargo, creo que los profesores, por muy diversas razones, no los tenemos en la debida consideración. Este trabajo pretende solamente llevar a ustedes la idea de la necesidad de que meditemos sobre ello e intentemos llegar a unas conclusiones que, quizá, permitan más tarde ofrecer soluciones. No se tome, pues, lo que sigue, por un intento de darlas, sino, más bien, como un conjunto de interrogantes que propongo como base de partida.

En general el planteo de un problema de Matemática o Física elemental se reduce, en esencia, a la búsqueda y correcta expresión de relaciones entre datos e incógnitas. ¿Queda esto claro para nuestros alumnos? Creo que no; y ello, debido a que no los habituamos, *desde un principio,* a ver las cosas así. Por el contrario, pretendiendo que su capacidad de abstracción es nula y haciendo muy poco para desarrolláserla, les presentamos un amplio y mareante mosaico de cuestiones que el niño llega a ver como totalmente diferentes y, por tanto, requeridas de distintos procedimientos de resolución, cuando, en realidad, se trata, en muchísimos casos, de lo mismo y, en consecuencia, pueden matematizarse bajo la misma expresión. Veamos algunos ejemplos:

1) Enseñamos a restar haciendo hincapié en lo de «quitar» y no destacando suficientemente que también se trata de hallar el valor de un sumando desconocido, lo que hace que más tarde no vea el alumno nada de común entre la operación de restar, que ya conoce, y la resolución de la ecuación $x+a=b$, que le proponemos. ¿Ocurriría esto si trataramos la adición y, simultáneamente, la sustracción como operación inversa?

2)Insitimos en que dividir es «repartir» y, de pasada, decimos que también es buscar un factor desconocido. Llegado el momento, justo cuando el niño no recuerda otra cosa que, si acaso, el automatismo de la división, decimos, creyendo a veces que es algo más serio que lo anterior, que una ecuación de primer grado se reduce finalmente a la forma $a.x=b$, de donde $x=b/a$. Se le obnubila entonces la mente al pobre alumno e irremediablemente, se equivoca cuando es b menor que a.

3)En lugar de aprovechar la división para, por ejemplo, proponer que el alumno encuentre la relación entre el perímetro de la circunferencia (que para mayor confusión llamamos «longitud») y su diámetro-cuya constancia pudiera resultarle al menos curiosa-, explicamos, con el mismo orgullo que si acabáramos de descubrirlo, que $L=2\Pi r$ y, a continuación, proponemos una multitud de ejercicios, advirtiendo, claro, queese extraño garabato Π vale aproximadamente 3,14. Una magnifica ocasión perdida para que el niño investigue, mida, divida y, lo que es más importante, se sitúe en el camino de buscar y expresar relaciones matemáticas interesantes. Y, además, una oportunidad de que, con base en una propiedad de la división, calcule L en la ecuación $L/2\Pi=3,14$.

4) Construyendo con la mayor precisión posible diversos triángulos rectángulos-en principio con lados múltiples enteros de 3,4 y 5-y pidiendo a los alumnos que midan sus lados, eleven las medidas al cuadrado y tabulen los resultados, ¿no los estamos conduciendo al redescubrimiento del teorema de Pitágoras?. Pero, generalmente, no se procede así, sino que se empieza por demostrar formalmente dicho teorema.

5) Cuando explicamos la resolución de sistemas de ecuaciones por sustitución, no los aplicamos, por ejemplo, a la determinación del área de un rectángulo en función del perímetro y un lado, o al cálculo de la velocidad final en $V=Vo+a.t$, dados Vo y t y despejando a de $F=ma$. Lo que suele hacerse es intentar que el alumno automatice el método mediante la resolución de sitemas y más sistemas, cada vez más rebuscado. Y así, se da frecuentemente el caso de alumnos inteligentes y capaces de atacar cualquier sistema circense de ecuaciones y que, sin embargo, no saben qué hacer cuando, pongamos por caso, se encuentran en 1º de B.U.P. con el clásico problema de calcular la suma de los términos de una progresión aritmética de la que se conoce todo menos el último término.

Quizá la diversidad de ejemplos que he dado para ilustrar mi manía de que no estamos haciendo las cosas bien, ha oscurecido la idea central. Por ello, insisto: Me parece fundamental que, *desde los primeros niveles,* se consiga hacer ver al niño que su aprendizaje de la Matemática consiste en aprender a establecer relaciones, deducir consecuencias de ellas y resolver con soltura los cálculos y transformaciones que dichas relaciones encierran. Y, para lograrlo, hemos de dedicar a ello todo el tiempo necesario e, incluso, recortar los programas si fuere menester.

Conseguir adiestrar al alumnado en el buen uso del lenguaje matemático, ese maravilloso instrumento que nos permite expresarnos sin ambigüedades y hacer inferencias, para lo cual se muestra torpe e impreciso el lenguaje ordinario, exige, a mi juicio, revisar todos nuestros hábitos y trucos metodológicos, desechando lo que hasta ahora no ha dado resultado y buscando nuevos caminos y enfoques. En esta línea, quiero someter a la consideración del profesorado algunos de los puntos sobre los que actualmente estoy realizando experiencias:

1) Siempre que sea posible, los alumnos deben efectuar previamente una serie de manipulaciones que le evidencien el concepto a estudiar. Valga como ejemplo el aprendizaje de la suma de fracciones: El alumno puede llegar a ver claramente la razón de que $3/4 + 1/6 = 9/12 + 2/12 = 11/12$, si ha «jugado» antes ha dividir «cuartos» y «sextos» de una hoja de papel o de cualquier otra unidad *material,* en trozos iguales. Verá así que entonces pueden sumarse y, en su momento, le encontrará sentido a que emplee el M.C.M. para hacerlo.

2) Generalizar al máximo los conceptos, esto es, impedir que el niño llegue a ver como cosas distintas las que tienen sólo diferente aspecto. Esta generalización requiere: 1º) *adelantar* la representación de una variable (uso de x,y); 2º) no ocultar los conceptos en aras del automatismo. Al respecto, la experiencia me ha convencido de que desde un niño ha llegado a entender la escritura de los primeros números, puede concebir perfectamente que una cantidad desconocida se represente mediante un signo cualquiera, que en principio cabe que sea elegido por él, y más tarde, por acuerdo entre todos, puede ser, por ejemplo, x. Con esta iniciación y si, por ejemplo, no caemos en la tentación de enseñarle la consabida «regla prática»de que 3 4/5 es igual a «3 por 5 más 4 partido por 5», sino que, previas las manipulaciones consiguientes, ha comprendido que $3\ 4/5 = 3 + 4/5 = 15/5 + 4/5 = 19/5$, también comprenderá, sin ver en ello algo diferente, que $2\ x/3 = 6/3 + x/3 = 6+x/3$

3) La familiarización temprana con el uso de letras permite que, previa la repetición de cálculos concretos, el alumno llegue a expresar por sí sólo o con poca ayuda, algunas leyes matemáticas y físicas elementales, lo que supone un considerable avance en la adquisición del lenguaje simbólico.

4) Según se van estudiando las operaciones, ir recapitulando las propiedades e insistiendo en que el alumno compruebe si cada una de ellas es o no válida para la nueva operación. Por ejemplo, la distributividad de . y la no distributividad de $\sqrt{}$ respecto a + ; la sociatividad en a.b.c. y la no asociatividad en $(a^b)^c$. Expuestas las cosas así, creo que un alumno normal no caerá fácilmente en el error tan común de hacer $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$ y, por otro lado, cuando llegue el momento, sólo tendrá que aprender que «un conjunto dotado de dos operaciones ....», SE LLAMA ANILLO. Muy distinto es esto último a que, habiendo pasado a la ligera por aspectos tan importantes como son las propiedades operativas, y sin ser debidamente alertado, se le diga en su día, pretendiendo que lo entienda, que «un anillo es ....»

5) Evitar los ejercicios plenos de dificultades y procurar que los ejercicios lleven generalmente el soporte de un problema. Siempre que sea posible, extraer los datos de la realidad circundante, propiciando que el alumno realice mediciones y aporte datos de libros, tablas, periódicos etc.

6) No excederse en el desarrollo cíclico que, a veces, hace que una determinada cuestión sea tratada de dos o tres maneras diferentes. Pienso que es

preferible esperar y exponerla de una manera única y definitiva cuando el alumno tenga todas las herramientas necesarias. Entretanto, orientar todas las actividades posibles para que el concepto a tratar sea plenamente captado.

7) Especialmente en Geometría y Trigonometría, emplear el mínimo de teoremas en la resolución de problemas. Aunque el proceso resulte más largo, se evita el peligro de que, al tener que memorizar varios, llegue el chico a confundirlos y a verse inmerso en una confusión frustrante. Son ejemplos típicos los cuatro teoremas relativos a triángulos rectángulos -que no son en realidad más que el de Pitágoras visto de cuatro maneras- y la farragosa lista de igualdades trigonométricas deducidas de las fórmulas definitorias de las razones.