



Caos en sistemas biológicos I (*)

Néstor V. Torres

Departamento de Bioquímica y Biología Molecular

Universidad de La Laguna

e-mail: ntorres@ull.es

página web: <http://webpages.ull.es/users/sympbst>

Pinche sobre una fórmula para ampliarla. Vuelva a pinchar sobre ella para reducirla, o pinche manteniendo pulsada la tecla [shift] para reducir todas las que permanezcan ampliadas.

1. Introducción

La palabra “caos” ha estado tradicionalmente asociada a los conceptos de “confusión” y “desorden”. De hecho, el Diccionario de la Real Academia Española lo define como “aquel estado amorfo e indefinido que se supone anterior a la ordenación del cosmos”. Esta misma acepción es la que tiene en el Génesis, el primero de los libros bíblicos, que, en su segundo versículo, dice: “La tierra era un caos informe; sobre la faz del abismo, la tiniebla”.

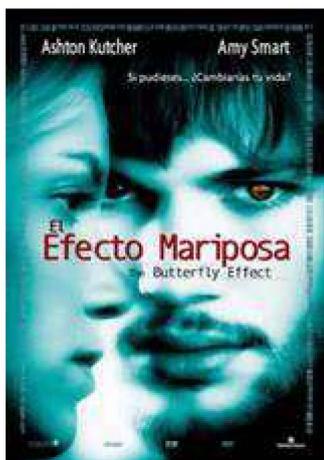


Figura 1. Póster de *El efecto mariposa* (2004).

Sin embargo, desde hace más de tres décadas, en el mundo científico se habla reiteradamente de *Teoría del Caos* (TC). Hablar de Teoría, cuyo significado alude a un conjunto de leyes que sirve para ordenar los conocimientos de una serie de fenómenos, y al mismo tiempo de Caos, que significa y sugiere desorden, parece un oxímoron, una contradicción en sus propios términos. ¿Tiene sentido hablar de una teoría del desorden, de una TC? Es esta aparente paradoja la que la TC viene a resolver, mostrando que, efectivamente, existe un orden subyacente en los *aparentemente* más desordenados e impredecibles de los comportamientos naturales.

El concepto de caos, con su inevitable referencia al orden subyacente en el desorden, resultó atractivo desde el primer momento no sólo a la comunidad científica, sino al público en general. Buena prueba de ello es el éxito que las metáforas sugeridas por esta teoría han tenido, y sin duda seguirán teniendo, en la industria audiovisual. Como ejemplo, baste citar algunas recientes producciones cinematográficas como *El efecto mariposa* (2004), o la existencia de bandas musicales en cuyo nombre aluden a la TC a través de una de las imágenes más sugestivas relacionadas con el caos, el denominado “efecto mariposa”.

2. Definición de caos determinista

¿Qué es la Teoría del Caos? La TC puede ser definida como **el estudio cualitativo del comportamiento dinámico aperiódico mostrado por sistemas deterministas no lineales**. Así presentada, esta definición requiere algunas explicaciones, necesarias para el no iniciado, si se quiere acceder a una correcta comprensión de la misma.

En primer lugar, hay que precisar que caos alude a sistemas *dinámicos*, es decir, aquellos que experimentan *variaciones en el tiempo*. Si estas variaciones son tales que ninguna de las propiedades o variables que caracterizan los cambios observados experimenta repeticiones regulares de sus valores, la dinámica se dice que es *aperiódica*. Es fácil entender que un sistema que muestre una dinámica aperiódica es esencialmente *impredecible*. Lo que resulta admirable y sorprendente de la TC es que un comportamiento aperiódico pueda ser interpretado en términos matemáticos y verificado en sistemas sencillos. De hecho, veremos que, sistemas que se describen matemáticamente mediante un conjunto sencillo de ecuaciones, manifiestan un comportamiento tan complejo e impredecible como el que se observa en los sistemas aleatorios.

Por otra parte, el término *determinista* alude al hecho de que cualquier evolución futura del sistema es una consecuencia de las condiciones en las que se encuentra éste en el instante inmediatamente anterior.

Precisamente, el impacto que la formalización del comportamiento caótico ha tenido en la ciencia de nuestro tiempo, es consecuencia del hecho de que vino a romper la concepción de la Naturaleza que se tenía desde los trabajos de Newton (1643-1727) y Laplace (1749-1827). Las aportaciones de Isaac Newton están estrechamente asociadas con el establecimiento del determinismo en la ciencia moderna, mientras que el segundo, filósofo, físico y matemático francés, enunció la máxima determinista por excelencia, al afirmar que el comportamiento futuro de cualquier sistema podría predecirse si se conocieran con suficiente exactitud los valores de las variables, parámetros y leyes que lo controlan. Entre ambos construyen un modelo del universo similar a un juego de billar en el que el comportamiento de los planetas es la consecuencia matemática de las fuerzas y leyes que operan sobre ellos, hasta el punto de que es posible predecir no sólo su comportamiento futuro sino el pasado también, como si de una película se tratara. Desde el trabajo de estos autores, el determinismo constituye uno de los más importantes conceptos de la ciencia de nuestro tiempo.

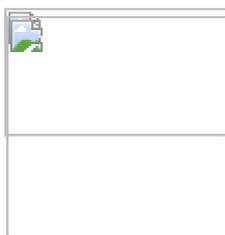
Por último, un sistema es *no lineal* cuando los efectos no son proporcionales a las causas, es decir, cuando el sistema no obedece a patrones predecibles. Durante siglos, las matemáticas y la física sólo se desarrollaron con seguridad en el ámbito lineal: ecuaciones lineales, funcionales lineales, álgebra lineal o programación lineal eran, y son, bien comprendidos. Pero los problemas no lineales son más difíciles de estudiar, debido, precisamente, a que los sistemas de este tipo no se comportan de manera “directa” y, por tanto, no pueden resolverse con las técnicas tradicionales.

Sin embargo, *el mundo real es raramente lineal*. Afrontar el análisis y descripción de la naturaleza no lineal con los recursos de las matemáticas fue el gran reto que numerosos científicos y matemáticos abordaron a lo largo del siglo XIX, una de cuyas consecuencias más radiantes es la TC.

3. Un ejemplo de caos: el atractor de Lorenz

Una vez presentado y definido el concepto de caos determinista, podemos avanzar algo más en su comprensión por la vía del estudio de un ejemplo de referencia. El primer “investigador” de la TC propiamente dicho fue un meteorólogo, Edward Lorenz^[1]. Lorenz había iniciado en la década de 1960, una serie de investigaciones dirigidas a resolver el problema de la predicción meteorológica. Para ello, diseñó un modelo matemático simplificado, basado en tres ecuaciones diferenciales, bien conocidas en el ámbito de la física de fluidos.

El modelo simplificado de Lorenz consiste en el siguiente sistema de ecuaciones:



Estas ecuaciones son *ecuaciones diferenciales*. Las ecuaciones diferenciales son un tipo especial de ecuaciones que utilizan una rama de las matemáticas denominada *cálculo*. Son muy útiles como herramientas de modelado de sistemas físicos, aunque la búsqueda de sus soluciones debe hacerse, en la mayor parte de los casos, con la ayuda de los computadores. Las ecuaciones diferenciales tienen distintas soluciones, todas ellas dependientes de las *condiciones iniciales*. O, dicho de otra manera: puesto que las ecuaciones diferenciales constituyen un modelo del sistema, conocer la evolución futura de éste requiere conocer su estado actual.



Figura 2. Edward N. Lorenz.

Así pues, el modelo de Lorenz consiste en un conjunto de tres ecuaciones diferenciales en la que cada uno de los términos $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ indica lo que varían cada una de las *variables* como consecuencia de las relaciones que se dan entre ellas y los *parámetros* del sistema σ , ρ , β . No es este el lugar para entrar a describir con detalle el sentido físico de cada uno de los términos. Bastará con decir que la variable x representa la velocidad de rotación de un cilindro de masa gaseosa; y , la diferencia de temperatura en los extremos del cilindro; z , la desviación de la temperatura del sistema. En cuanto a los parámetros, σ está relacionado con la viscosidad y la conductividad térmica de la masa de aire; ρ , con la diferencia de temperatura entre la parte superior e inferior de la columna; y β , con la altura y anchura de la misma.

La representación que, en un espacio tridimensional los valores de las variables x , y , z adoptan con el tiempo, a partir de unos valores iniciales dados y para ciertos valores de los parámetros, da como resultado la imagen que se muestra en la **Figura 3**, conocida como el *atractor de Lorenz*. La representación de las órbitas seguidas, (secuencia de valores de x , y , z para cada instante de tiempo) configura una imagen tridimensional, asociada a la dinámica caótica del sistema que se denomina **atractor extraño**. En éste puede observarse que las trayectorias se pliegan

sobre sí mismas, confinadas en una región del espacio, moviéndose infinitamente sin pasar nunca por el mismo sitio, sin cruzarse nunca.

4. Propiedades del caos

La comprensión de la esencia del caos requiere la descripción de sus propiedades más significativas. Sin duda, la más llamativa de todas, es la conocida como *extrema sensibilidad a las condiciones iniciales*.

De hecho, esta fue la clave para que Lorenz detectara la dinámica caótica en su modelo. En un momento dado, este investigador quiso reproducir una trayectoria que previamente había obtenido, pero en lugar de iniciar la secuencia a partir de los valores iniciales, se propuso hacerlo a partir de un punto intermedio. Para ello, introdujo en el programa de integración numérica los valores de las variables en ese instante de tiempo. Lo que observó entonces le sorprendió, por inesperado: la nueva trayectoria se desviaba hasta acabar en un punto totalmente distinto del original. Esto se ilustra en la **Figura 4**.

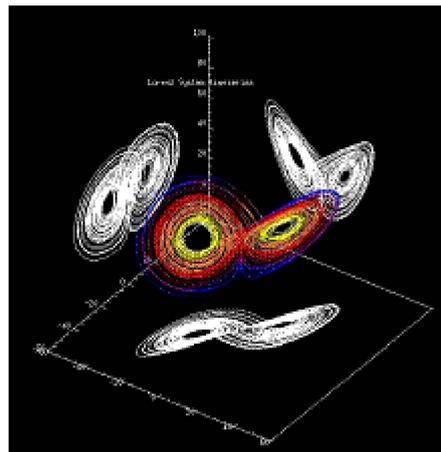


Figura 3. Atractor de Lorenz.

Lo ocurrido, descubrió poco después, fue consecuencia de que en lugar del valor exacto de las variables, que previamente habían sido calculadas hasta la sexta cifra decimal, sólo introdujo en el programa *¡las tres primeras!* En cualquier sistema no caótico, esto hubiera tenido efectos indetectables, o ninguno en absoluto, sobre su evolución temporal. El hecho de que, en este caso, una variación en la cuarta y quinta cifras decimales (totalmente fuera del alcance de cualquier procedimiento de medida experimental) tuviera consecuencias tan dramáticas en la evolución del sistema, era algo nunca visto antes.

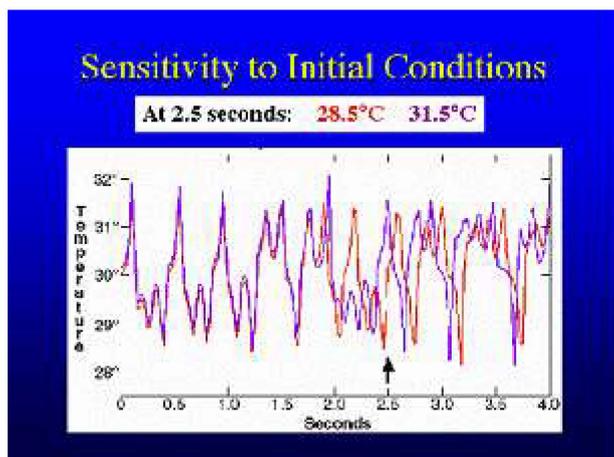


Figura 4. Extrema sensibilidad a las condiciones iniciales.

Este efecto es el conocido como *efecto mariposa*: la diferencia entre los valores iniciales de las dos curvas es tan pequeña que es comparable al aleteo de una mariposa. O, dicho de otra manera, en el contexto de los estudios de predicción meteorológica de Lorenz: “El aleteo de una mariposa hoy provoca un cambio minúsculo en el estado de la atmósfera. Con el tiempo la evolución de la atmósfera es tal, que diverge extraordinariamente del que hubiera tenido de no haberse producido tal aleteo, de manera que puede llevar a que se genere, al cabo de un mes, un huracán en Florida, que no hubiera ocurrido de no ser por el aleteo. O, que no se produzca un tornado que, si no es por el aleteo, hubiera tenido lugar”. Este fenómeno, común en la TC, se conoce como *sensibilidad a las condiciones iniciales*: basta un pequeño cambio en éstas para que el comportamiento a largo plazo sea totalmente diferente. Y puesto que es imposible medir con tan alto grado de precisión ninguna variable, la conclusión es que es

imposible predecir la evolución futura de este tipo de sistemas, particularmente a largo plazo.

Otra de las propiedades del caos determinista es la *ubicuidad*. Se viene observando la presencia del fenómeno caótico en un gran número de sistemas de la más variada procedencia, entre los que no son los menos importantes los biológicos, y que desarrollaremos con detalle más adelante. Una interesante cuestión que se puede plantear aquí es, cuál es la razón de que, a pesar de su ubicuidad, el caos determinista haya sido descubierto y detectado hace relativamente poco tiempo. Alguna de las razones que pueden explicar este hecho, tiene que ver precisamente con los computadores. Los cálculos implicados en el estudio del caos son repetitivos, tediosos y se requieren por millones. Esto ha impedido que se avanzara en este campo hasta que los computadores, con su inmensa capacidad de cálculo, fueron accesibles. En este sentido, los computadores son para los estudiosos del caos, como los microscopios para el biólogo: sin ellos, no es posible la exploración fina del caos. Pero, además, es preciso tener en cuenta que, por sus características, es difícil distinguir el comportamiento caótico del simplemente aleatorio.

La tercera propiedad significativa del caos determinista, es la existencia de un *camino universal hacia el caos*. La aparición del comportamiento caótico responde a unas pautas comunes, independientemente del tipo de sistema del que se trate. Fue Mitchell Feigenbaum quien, en 1978, demostró la existencia de este “orden interno”, la existencia de una ruta universal hacia el caos. Esta ruta consiste en un *incremento exponencial de la complejidad de la respuesta dinámica del sistema a medida que se varía alguno de los parámetros del mismo*. Dicha respuesta pasa sucesivamente por fases de comportamiento periódico oscilatorio en las que el periodo de oscilación se incrementa exponencialmente hasta llegar a la situación de periodo infinito, es decir, caos.

Esta ruta hacia el caos se ilustra en la **Figura 5**, donde se muestran las proyecciones sobre el plano de las trayectorias obtenidas al integrar numéricamente las ecuaciones de Rössler para diferentes valores del parámetro c .

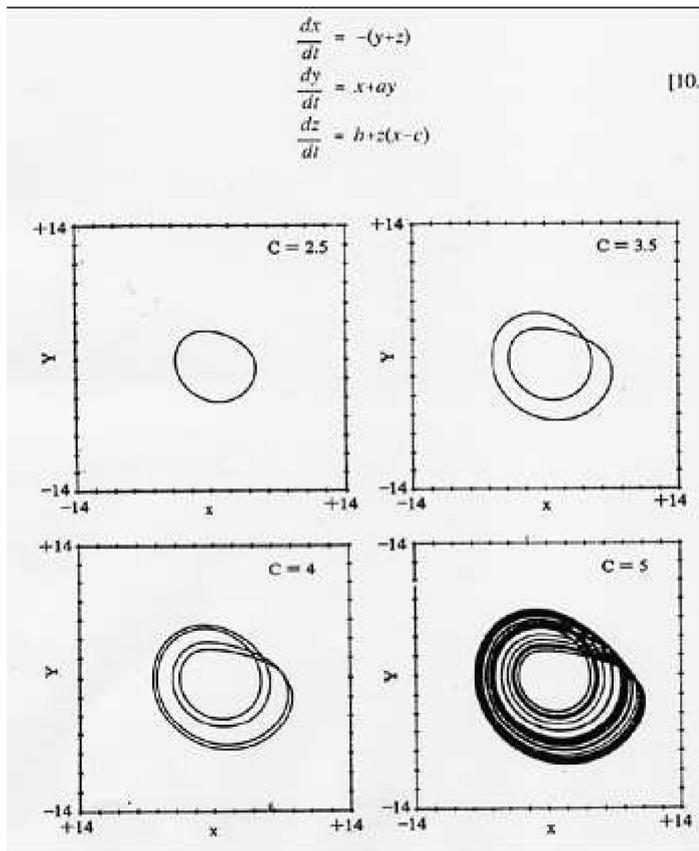


Figura 5. Ecuaciones de Rössler y evolución hacia el caos.

La razón de convergencia de las sucesivas etapas de amplificación del periodo de oscilación es siempre la misma, independientemente del sistema de que se trate. Es la llamada *constante de Feigenbaum*, cuyo valor aproximado es 4.6692016091029.

Finalmente, es preciso llamar la atención sobre una serie de condiciones que un sistema no lineal debe cumplir para que pueda mostrar comportamiento caótico. En primer lugar, dichos sistemas deben ser *termodinámicamente abiertos*. Es decir, describir una situación en la que se producen intercambios de materia y energía entre el sistema y su entorno. En segundo lugar, el sistema debe estar en *desequilibrio termodinámico* (e.g. diferencias de temperatura). Por último, el sistema debe tener más de dos variables. Los sistemas biológicos son, por definición, sistemas abiertos que operan en condiciones alejadas del equilibrio termodinámico, con muchas y fuertes interacciones no lineales entre sus numerosos elementos. Son, pues, sistemas en los que se dan las condiciones para que emerja el caos determinista y, como veremos en las secciones siguientes, éste efectivamente aparece en muchas y variadas clases de seres vivos.

[1] Edward N. Lorenz es Profesor Emérito del Massachusetts Institute of Technology desde 1981. Véase <http://www-paoc.mit.edu/paoc/people/person.asp?position=Emeritus&who=lorenz> (N. del E.)

Sobre el autor



Néstor V. Torres Darías es Profesor Titular de Bioquímica y Biología Molecular de la Universidad de La Laguna. Especialista en modelización matemática y optimización de procesos metabólicos (campo de la ingeniería metabólica), es director de numerosos proyectos de investigación financiados por agencias autonómicas, nacionales y europeas y autor de más de cincuenta trabajos de investigación y monografías publicadas en revistas internacionales sobre temas de biotecnología y bioquímica, así como de la monografía *Pathway Analysis and Optimization in Metabolic Engineering* (Cambridge University Press, 2003). Profesor visitante de las universidades de Michigan (USA), Quilmes (Argentina), Técnica de Viena (Austria), Edimburgo (Escocia, UK) y Complutense de Madrid, es miembro de la Sociedad Española de Biofísica, Society of Mathematical Biology, New York Academy of Sciences y Sociedad Española de Bioquímica y Biología Molecular. Ha sido evaluador de artículos científicos para las revistas *Journal of Theoretical Biology*, *Biotechnology and Bioengineering*, *Journal of Biotechnology* y *Mathematical Biosciences*, entre otras, así como de la Agencia Nacional de Evaluación y Prospectiva (España), Fonds zur Förderung der Wissenschaftlichen Forschung (Austria), National Science Foundation (USA), Wellcome Trust (UK) y Fondo para la Investigación Científica y Tecnológica (República Argentina). Ha dirigido y participado en varios ciclos de conferencias y escrito diversos artículos de divulgación científica. En la actualidad es Director de la Agencia Canaria de Evaluación para la Calidad y Acreditación Universitaria.



matemática

revista digital de divulgación matemática

(*) Este artículo está motivado por la conferencia del mismo título impartida por su autor en el Curso Universitario Interdisciplinar *Sociedad, Ciencia, Tecnología y Matemáticas 2004* de la Universidad de La Laguna (Tenerife, España). Se publica, fraccionado en tres partes, en los números de octubre y diciembre de 2005 y febrero de 2006 de *Matemática*.

Cerrar ventana