NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 84, noviembre de 2013, páginas 135-145

Otros puzles planos y El Ladrillo del Torneo

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático[1])

Resumen

Como continuación del artículo de esta serie publicado en el número 83, presentamos varios puzles planos, bidimensionales, que se obtienen diseccionando letras mayúsculas de trazos rectos (F, H, K, L y T) en unas pocas piezas, de tal manera que su reconstrucción resulta poco obvia. Analizamos los posibles procesos seguidos para su resolución, basándonos en lo observado con los participantes en el Komando Matemático y la Exposición Matemáticas 2000. También abordamos el Puzle "Ladrillo" presentado en el anterior artículo y que está formado por poliprismas de diferentes tipos que se encajan hasta formar el "ladrillo". Se estudian las soluciones encontradas por los alumnos presentados al Torneo para alumnos de segundo de la ESO 2013 y por nosotros. Por último, adelantamos lo que será el contenido del próximo artículo sobre policubos y poliprismas.

Palabras clave

Puzles planos. Puzles de encajar bidimensionales. Disección de letras mayúsculas. Policubos y "poliprismas". Procesos en la resolución de puzles planos de disección de letras. Soluciones a los puzles de disección de letras mayúsculas y al puzle "ladrillo".

Abstract

As a continuation of the previous article in this series, we present several puzzles planes, two-dimensional, dissecting obtained straight lines capital letters (F, H, K, L and T) in a few pieces, so that the reconstruction is not very obvious. We analyze the possible processes followed for resolution based on the findings with the participants in the "Komando Matemático" and Maths Exhibition 2000. We also address the Puzzle "Brick" presented in previous article and poliprismas consists of different types which engage to form the "brick". We study the solutions found by the students of second High School Tournament 2013 presented to and for us. It advances, what will be the content of the next article on polycubes and "poliprismas".

Keywords

Puzzles planes. Two dimensional puzzle to fit. Dissection of capital letters. Polycubes and "poliprismas". Processes solving puzzles letters dissection planes. Solutions for capital letters dissection puzzles and puzzle "brick".

Más puzles de disecciones de figuras planas

Además de los puzles ya vistos en el artículo publicado en el número 83, en este artículo presentaremos otros del mismo tipo (ensamblaje bidimensional) y, como ya habíamos indicado, procederán de la Exposición y del Komando Matemático.

[1] **El Club Matemático** está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón** y **Manuel García Déniz**, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente. jaruperez@gmail.com / mgarciadeniz@gmail.com

Sociedad Canaria *Isaac Newton*
de Profesores de Matemáticas

Disecciones de letras

Cualquier figura plana es susceptible de ser diseccionada. Por supuesto, también las figuras de las letras, especialmente las mayúsculas. Se utilizan preferiblemente las que están formadas por líneas rectas, sin curvas. Además, una idea básica es diseccionar en pocas piezas iguales o distintas, y el genio aparece cuando dichas piezas puedan disponerse para formar un cuadrado. Prácticamente está diseccionado todo el alfabeto, pero en este artículo nos limitamos a las más conocidas y que exponemos en el Komando y en la Exposición Matemáticas 2000, construidos de forma artesanal.

El puzle de la T

Por su elegancia y simplicidad, el puzle de la T nunca ha sido superado. Es tan simple que el que lo encuentra por primera vez queda frustrado cuando por más vueltas que le dé no puede resolverlo. Mucha gente, incluso, da por buenas, soluciones evidentemente absurdas que atentan contra las normas de los puzles y contra la visión del modelo.

El puzle "T" más antiguo encontrado era un anuncio para el té White Rose Ceylon por Seeman Brothers, Nueva York, de 1903. Otra vieja referencia al puzle de la T aparece en "Carpintería y Mecánica para chicos" publicada por A. N. Hall (1918).

El puzle de la T, también fue usado como anuncio de embutidos por Armour & Co., de Chicago. Las cuatro piezas del puzle, que la compañía también llamó "el Atormentador", estaban cubiertas por ambas caras de textos que proclamaban la calidad superior de sus productos. Así se presenta el puzle de la T en la Exposición Matemática 2000 (Figura 1).

Figura 1

Figura 2

En la figura 2 se muestran las cuatro piezas. Un triángulo isósceles rectángulo; dos trapecios rectángulos de diferente tamaño, pero con la misma altura (ancho) sobre los lados paralelos; un pentágono con un ángulo cóncavo (270º). Esta última pieza es la que provoca el desconcierto. El modelo de la T del cartel se presenta unas veces con un simple dibujo a escala diferente al tamaño de las piezas y otras veces en un marco del mismo tamaño para rellenar.

Y es curioso que, en contra de lo que ocurre en otros puzles de este tipo, la dificultad es la misma. Se tropiezan una y otra vez, pero se empeñan en conseguirlo porque no pueden comprender que con sólo cuatro piezas y un modelo tan simple sean incapaces de resolverlo. Hemos observado que, independientemente de la edad, la principal dificultad al enfrentarse al puzle está en la obcecación en considerar que los trapecios rectángulos han de cubrir los dos tramos de la T. Colocan uno verticalmente y el otro horizontalmente, luego los intercambian, los giran, intentan que las otras piezas rellenen el espacio sin cubrir. Cuando les hacemos ver, que alguna de las piezas pueden ir en diagonal, ya el procedimiento para encontrar la solución se amplía.

Solemos apuntar dos maneras diferentes de acercarse a la solución. Siempre partiendo de un análisis de las piezas y del modelo. El modelo tiene seis ángulos rectos y dos cóncavos de 270º. El triángulo tiene un ángulo recto; los trapecios tienen dos ángulos rectos; el pentágono no tiene ángulos rectos y sí uno cóncavo. Hay que buscar las relaciones entre las piezas y el modelo.

El primer razonamiento se realiza a base de colocar las piezas que tienen ángulos rectos en la posición que el modelo determina. Cada pieza tiene su lugar; un trapecio, el más largo, irá en el brazo largo de la T; otro, el más corto, en el brazo corto; el triángulo irá en el otro extremo del brazo corto. Quedará así un hueco en el centro de la figura; ahí deberá ajustarse la cuarta pieza, el pentágono. Bastará con hacer giros de las piezas, sin quitarlas de su posición, hasta encontrar la manera adecuada de disponerlas.

El segundo razonamiento consiste en comenzar por situar la pieza más rara, la que no encaja, en ningún sitio, el pentágono. Evidentemente, al relacionarla con el modelo, se aprecia que el ángulo cóncavo que contiene ha de ser uno de los dos que posee el modelo de la T. Situarla correctamente lleva a no poder hacerlo de manera ortogonal; sólo es posible hacerlo de forma inclinada; hay dos posibles posiciones; a partir de cada una de ellas, averiguar cuál es la correcta mediante la disposición de las otras para completar la figura.

En cualquiera de los dos casos se llega a la siguiente solución mostrada en la figura 3.

Figura 3

Es curioso observar que, después de encontrarla, se siguen maravillando de su simplicidad estructural y su dificultad de resolución. La desarman una y otra vez para volver a armarla. Y, cada cierto tiempo, vuelven a ella para asegurarse que la solución no se les ha evaporado de su mente.

Por otro lado, es un puzle fácil de fabricar, al ser todos sus cortes rectos.

Puzle de la ELE

Esta vez se trata de reconstruir una ELE a partir de seis piezas de diferentes formas (figura 4).

Figura 4

Se presenta con un cartel (figura 5), cuyo texto dice: **ROMPECABEZAS DE LA ELE. Con las seis piezas azules construya una ELE en el marco que se presenta al lado (figura 6).**

Figura 5

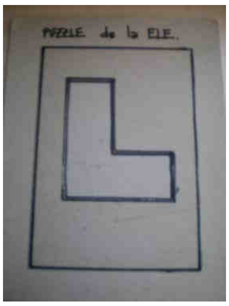


Figura 6

Lo primero, como siempre, es analizar las piezas (datos) y el modelo (objetivo), buscando las relaciones entre ellos que permitirán la búsqueda de la solución.

Hay cuatro triángulos, un cuadrilátero y un pentágono. Tres de los cuatro triángulos son rectángulos, el cuarto es equilátero.

El cuadrilátero tiene dos ángulos rectos opuestos.

El pentágono tiene tres ángulos rectos.

Los triángulos tienen cabida en cualquier sitio; no presentan problema alguno. Del cuadrilátero casi podríamos decir lo mismo (figura 7).

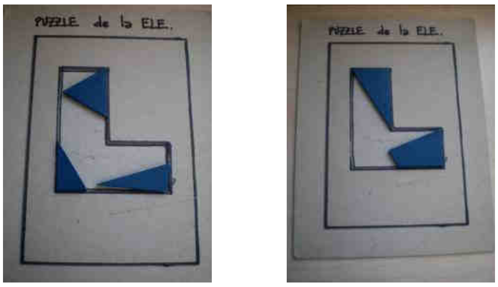
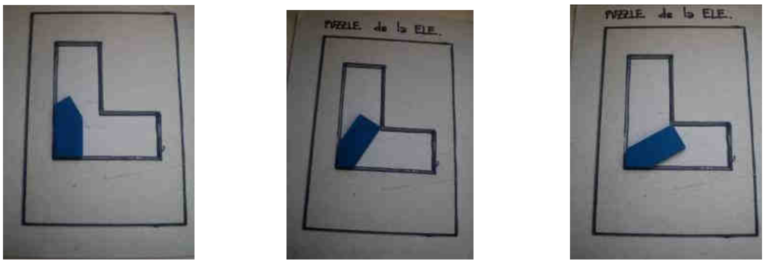


Figura 7

La única pieza complicada es el pentágono. Después de haber practicado ensayo y error un número adecuado de veces, se llega a la conclusión que esa pieza es la llave y que ha de ocupar el ángulo de la ELE.

Probamos entonces a colocarla de todas las formas posibles, utilizando como criterio ocupar el ángulo recto del modelo. El análisis pormenorizado de cada una de estas tres posiciones (figura 8) llevará, ineludiblemente, a encontrar la solución.



Posición 1 Posición 2 Posición 3

Figura 8

Un aspecto importante de la búsqueda pasa por imaginar, a partir de la pieza ya colocada, los cortes que determinan esa pieza sobre el modelo de la ELE.

En las dos primeras posiciones no resultan adecuados los cortes. En cambio en la tercera, al prolongar el lado inferior del pentágono se observa que esa única recta va a dar a la esquina superior de la base de la ELE, determinando dos triángulos que se corresponden con dos de las piezas disponibles, tal y como vemos en la figura 9.

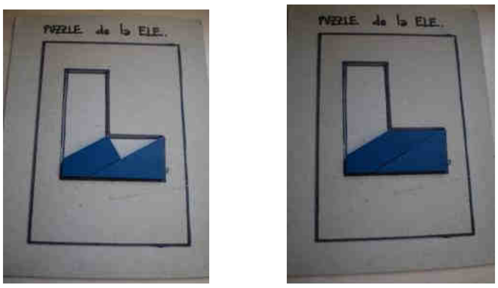


Figura 9

El siguiente paso es muy evidente; siempre ir a colocar la pieza más difícil que nos quede, el cuadrilátero. Basta con hacer un par de pruebas y se llega a la conclusión expresada en la figura 10.

Figura 10

Si volvemos a utilizar la táctica de visualizar los cortes que prolongan los dos lados libres de dicha pieza, tendremos la colocación de las dos últimas piezas, llegando así a la solución (figura 11).

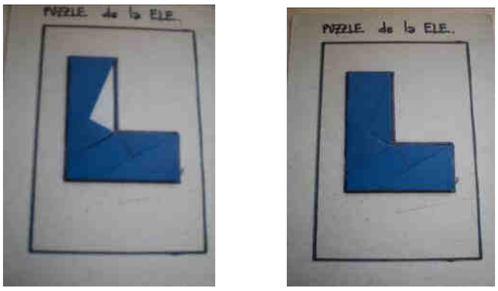


Figura 11

Puzle de la KA

Una manera de presentar este puzle es la que vemos en la figura 12.

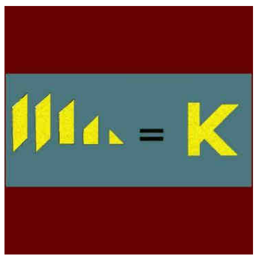


Figura 12

La Exposición Matemáticas 2000 y el Komando Matemático la presentan de la misma manera que se describió el puzle de la T, con el cartel y el modelo correspondiente a la K: **Intenta construir una K con estas piezas (figura 13).**

Figura 13

En este puzle sí ocurre que hay una gran diferencia entre trabajar con el modelo dibujado a escala pequeña y trabajar con un modelo vaciado a la misma escala que las piezas para resolverlo rellenando (figura 14). Es muy difícil trabajar el puzle siguiendo solamente el dibujo.

Figura 14

Vamos a ver su resolución con el modelo vaciado en madera. Lo llamamos la KA coloreada, debido a que cada pieza del puzle está pintada de un color diferente (figura 15).

Figura 15

Como siempre (es la estrategia general), comenzaremos por analizar las piezas (datos) y el modelo (objetivo), para encontrar sus relaciones.

Las piezas son cinco: dos romboides iguales, dos trapecios rectángulos de diferente tamaño y un triángulo rectángulo.

En el modelo es importante observar que tanto el trazo vertical como los dos trazos inclinados de la KA acaban en tramos horizontales y a la misma altura. Este detalle hace que los alumnos encuentren soluciones aparentemente correctas (para ellos y su visión superficial, claro) pero que no lo son por dicho motivo. El otro elemento importante es el pequeño tramo que aparece en la unión de los dos tramos inclinados.

Iniciaremos el proceso de resolución viendo las posiciones que pueden ocupar las piezas con forma de romboide (figura 16).

Figura 16

La simetría y el ensayo y error nos dan como única posibilidad de colocación de ambas piezas, la que aparece en la figura 17

Figura 17

Nos queda ahora colocar las tres piezas restantes. Comenzaremos por ubicar el trapecio de mayor tamaño. Hay dos posibilidades. Pero son idénticas. Cada una de ellas da lugar a una solución diferente (figura 18).

Figura 18

Al colocar ahora el otro trapecio (el de menor tamaño) vemos de nuevo dos posibilidades (figura 19). Una de ellas, la más inmediata, no deja lugar a la colocación de la última pieza que nos queda, el triángulo.

Figura 19

Habrá que buscar otra forma. Y aquí viene la gran dificultad. Mucha gente no es capaz de ver esa otra posición. Le animamos a buscarla explicando que cada pieza admite varias posiciones que se diferencian unas de otras en los giros de la pieza sobre el plano o de los movimientos simétricos (giro en el espacio). Le insistimos en que sea sistemático. Y finalmente, ¡lo consigue!

Llegando así a la solución final, después de colocar el triángulo que cierra la figura (figura 20).

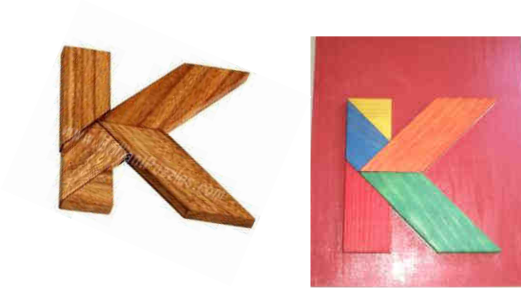


Figura 20

En la figura 21, se muestra otra versión (antigua) de este mismo puzle en el que se modifica el modelo de letra y la forma de las piezas (.

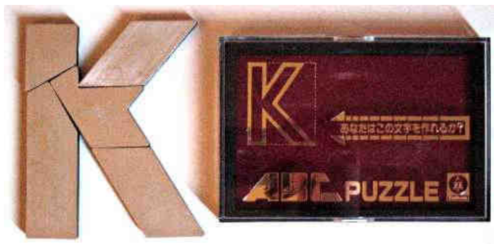


Figura 21

Hay muchísimos puzles de este tipo. Vamos a mostrar ahora alguno más, sin indicar las pautas de resolución, a fin de que nuestros lectores se entretengan en buscarlas. No basta con encontrar la solución, sino encontrar las ayudas metodológicas (pistas) que dar secuencialmente a nuestros alumnos Todo lo que encuentren pueden enviarlo a esta revista y nosotros nos encargaremos de reseñarlo en esta sección.

El puzle de la H

Este puzle es una adaptación del puzle de la T y consta de seis piezas hechas de cartón, plástico o madera (figura 22). Incluso aunque no parezca terriblemente complicado, ha probado ser un puzle bastante difícil de resolver. Era usado por la panificadora Hathaway como anuncio para sus productos. Las piezas del puzle estaban esmeradamente envueltas en una bolsa de papel y de esta forma se distribuía a los clientes.

Figura 22

En el Komando Matemático o de la Exposición Matemáticas 2000, lo presentamos a los usuarios como se muestra en la figura 23.

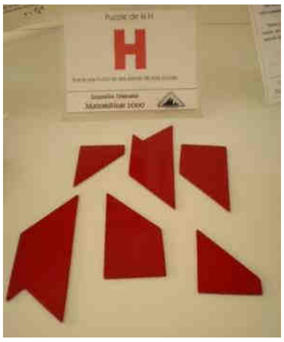


Figura 23

Puzle de la F

Figura 24

Este puzle es otra disección de una letra mediante cortes rectos. Esta vez se trata de la letra EFE y se compone de cinco piezas: tres trapecios (dos rectángulos, uno isósceles), un triángulo (rectángulo isósceles) y un extraño hexágono (figura 24).

Esta misma letra, o cualquier otra puede ser cortada de diferente manera y aparecerá un nuevo puzle. Lo importante es la originalidad del planteamiento, la sencillez de las piezas y la dificultad de visualización que contenga.

Puzle ladrillo del Torneo 2013

Habíamos indicado en el artículo de la sesión de Problemas comentados de esta misma revista, que nos ocuparíamos de la prueba manipulativa del Torneo 2013, y así haremos ahora.

Se trataba de resolver un puzle espacial, formado por siete piezas, que había que acoplar para formar un ladrillo. Puntuaba la corrección y la rapidez en encontrar la solución.

La figura 25 muestra una de las piezas del puzle. Todas eran diferentes entre sí, pero formadas por la unión de varios ortoedros básicos.

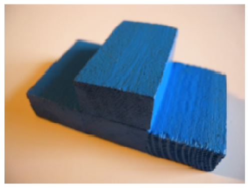


Figura 25

El modelo de ladrillo que había que formar es el que se muestra en la figura 26.

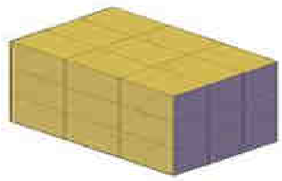


Figura 26

El diseño del puzle es de Alex, ya conocido en estas páginas, y parte de un puzle ya contenido en el Komando Matemático y denominado “Cubo maravilla”, formado por 7 piezas policúbicas, 4 de ellas iguales entre sí (figura 27).

Figura 27

Una forma de resolverlo (tiene varias soluciones) es la siguiente (figura 28):

Figura 28

La idea de Alex consiste en cambiar en las piezas del Cubo Maravilla los cubos originales por ortoedros 3x2x1 a los que llamaremos **"poliprismas"**. De manera curiosa, al desarrollar las cuatro piezas iguales del cubo, se obtienen cuatro de las que son dos iguales entre sí y las otras dos diferentes a las anteriores y entre ellas. Es decir se obtienen tres piezas diferentes. Aunque no es fácil de apreciar a simple vista. Ello es debido al desarrollo de las piezas según las tres direcciones del ortoedro. Al pegar los ortoedros por caras diferentes se obtiene esa singularidad. El ladrillo final es tres veces el ortoedro básico. Vemos ahora dibujadas las siete piezas del Ladrillo del Torneo (figura 29):

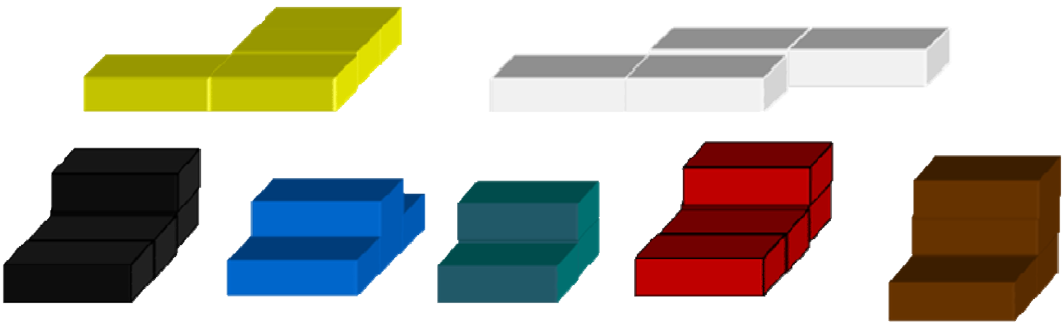


Figura 29

Al analizar la génesis de las diferentes soluciones encontramos algunos resultados parciales interesantes. Las piezas planas (1 y 4) deben ir siempre en pisos diferentes. Las piezas clave son la 2, la 6 y la 7, que deben formar el piso básico: 2 y 6 juntas o 2 y 7 juntas (o 6 y 7). Se completa con la 5 que cierra la estructura inicial. Las variantes se obtienen al estudiar las diferentes posturas que pueden adoptar entre sí. Y, naturalmente, las simetrías y los giros.

Representaremos las soluciones en un diagrama rectangular por pisos (inferior, medio y superior), donde utilizaremos números y colores para indicar dónde se ubica cada pieza. Estas soluciones fueron encontradas por los miembros del Club Matemático (autores de estos artículos) con la inestimable ayuda de nuestro buen amigo y extraordinario colaborador Francisco Aguiar, también socio de la Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas.

Solución nº 1

Piso inferior

7	1	1
7	1	3
7	1	3

Piso medio

2	6	5
7	4	4
4	4	3

Piso superior

2	6	5
2	6	5
2	6	3

Solución nº 2

Piso inferior

7	1	3
7	1	3
7	1	1

Piso medio

2	6	3
7	4	4
4	4	5

Piso superior

2	6	3
2	6	5
2	6	5

Solución nº 3

Piso inferior

7	1	1
7	1	3
7	1	3

Piso medio

2	6	5
7	4	4
4	4	3

Piso superior

2	6	5
2	6	5
2	6	3

Solución nº 4

Piso inferior

3	6	7
5	6	7
5	6	7

Piso medio

3	4	4
4	4	7
5	6	2

Piso superior

3	1	2
3	1	2
1	1	2

¿Serán nuestros lectores capaces de encontrar alguna más y que no sean equivalentes por giros y simetrías a éstas cuatro? Seguro que sí. Es fácil responder al reto. Constrúyanse un puzle ladrillo siguiendo las indicaciones anteriores y jueguen a resolverlo. Cualquier cosa que encuentren, ya saben, lo envían a la revista y nosotros lo reseñaremos.

En un próximo artículo examinaremos los **poliprismas** en profundidad. Partiendo del **Cubo de Rupe** obtenemos diferentes **poliprismas**. Encontramos 3 biprismas, 6 triprismas y 24 tetraprismas. Y hemos llamado al prisma base, de 1x2x3 unidades de lado, **prisma "canónico"**. Se abre un amplio campo, que pensamos está poco explotado, sobre el diseño y análisis de esta clase de puzles.

Hasta el próximo NÚMEROS Revista de Didáctica de las Matemáticas pues. Un saludo del Club Matemático.