Recibido: miércoles, 14 abril 2006

pasatiempos ::
matematicalia
revista digital de divulgación matemática
Vol. 2, no. 1 (feb. 2006)

¿Qué pasaría si... (*)

...intentáramos trazar el dibujo de la Figura 1:

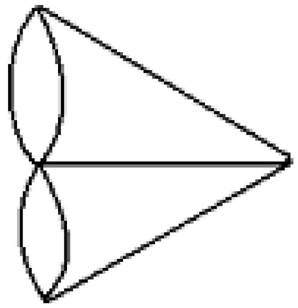


Figura 1.

sin levantar el lápiz del papel y sin repetir ninguna línea? ¿Podríamos hacerlo?

[La solución, en el próximo número]

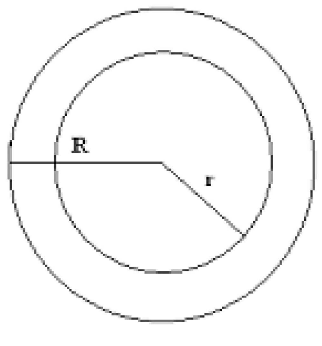
Pinche sobre una fórmula para ampliarla. Vuelva a pinchar sobre ella para reducirla, o pinche manteniendo pulsada la tecla [shift] para reducir todas las que permanezcan ampliadas.

Solución al problema anterior

...rodeáramos a la tierra con una cinta formando un círculo concéntrico con el ecuador pero un metro más largo? ¿Cuál sería la separación entre el ecuador y la cinta? Si en cambio rodeáramos de la misma manera a una guinda, ¿cuál sería la separación?

Respuesta: En ambos casos la separación sería de unos quince centímetros. Es sorprendente, ¿verdad? Veamos los cálculos, por cierto muy sencillos, que justifican esta respuesta.

Vamos a suponer que tanto la Tierra como la guinda son una esfera perfecta de radio r medido en metros, y que la cinta es una circunferencia de radio R, también medido en metros. Si miramos a la esfera desde encima del polo norte, veremos al ecuador y a la cinta, como muestra la Figura 2.



La longitud del ecuador es $2\pi r$ metros. Esto significa que la longitud de la circunferencia de radio R debe verificar la ecuación $2\pi r + 1 = 2\pi R$. O sea

$$R = r + \frac{1}{2\pi},$$

de donde la diferencia $R - r$ resulta ser el número $\frac{1}{2\pi}$, o alrededor de quince centímetros, independientemente de si estamos considerando una esfera enorme como la Tierra o una pequeñita como la guinda.

Figura 2.

Sea como fuere, este resultado es en verdad sorprendente. ¿Por qué es que nuestra intuición se rebela? Quizá sea porque el dibujo que hemos hecho no se ajusta a la realidad en ninguno de los dos casos, bastante extremos, que estamos considerando. En el caso de la Tierra, si tenemos en cuenta que el radio es aproximadamente $6,37$ millones de metros, la separación entre la Tierra y la cinta resulta ser $0,000002355\%$ del radio de la Tierra. En cambio, si pensamos que la guinda es una esfera de un centímetro de radio, la separación será 1.500% del radio de la guinda.

De los cálculos que hemos hecho resulta que cualquiera sea la cantidad en que alarguemos el ecuador, la separación no dependerá del tamaño de la esfera, aunque por supuesto dependerá de cuánto hemos agregado.

La manera en que hemos llegado a esta respuesta puede parecer muy teórica. Otra manera más natural pudiera ser el considerar cada caso por separado, usando los números apropiados. Si hacemos esto con la guinda, obtenemos sin dificultad que la separación debe ser de casi 15 centímetros, lo cual concuerda con la respuesta que ya sabemos. En el caso de la Tierra nos aparece una complicación interesante: sabiendo que la longitud del ecuador es de unos $40.074.000$ metros, tenemos que encontrar el radio de una circunferencia con longitud $40.074.001$ metros. La calculadora nos dirá que ese radio es igual a $6,37798 \times 10^6$ metros, o sea $6.377.980$ metros. Pero la misma calculadora nos dirá también que el radio del ecuador es de ¡$6,37798 \times 10^6$ metros! ¿Qué ha pasado? La diferencia de un metro entre la longitud de las dos enormes circunferencias se pierde en los redondeos internos de la calculadora. Las operaciones con letras producen en cambio respuestas muy “limpias”, sin las complicaciones numéricas que acabamos de notar.

Sobre la autora

Josefina (Lolina) Álvarez es Professor of Mathematics en New Mexico State University (USA). Especialista en análisis armónico y funcional, se doctoró en Matemáticas por la Universidad de Buenos Aires (Argentina), bajo la dirección de A.P. Calderón. Ha ocupado diversos puestos y cargos académicos en la Universidad de Buenos Aires y en las estadounidenses de Princeton, Chicago, Florida Atlantic University y New Mexico. Ha sido investigadora del CONICET (Argentina). Miembro de la Unión Matemática Argentina, Mathematical Association of America y American Mathematical Society, formó parte del *Committee on Committees* de esta última entre 1999 y 2002. Ha dictado numerosas conferencias en congresos y sesiones especiales e impartido seminarios en Alemania, Argentina, Bélgica, Brasil, Canadá, Colombia, España, Estados Unidos, México, Perú, Polonia, Suecia y Venezuela. Ha pertenecido y en varias ocasiones presidido los comités organizadores de distintos congresos y minisimposia. Ha ejercido como evaluadora para prestigiosas revistas especializadas. Desde 2002 es Editora Asociada del *Rocky Mountain Journal of Mathematics*. Autora o coautora de numerosos artículos científicos y varias monografías en análisis armónico y funcional y directora de dos tesis doctorales, ha desarrollado asimismo una intensa actividad en el campo de la educación matemática, habiendo recibido diversos galardones a la excelencia docente.

matematicalia
revista digital de divulgación matemática

(*) Sección a cargo de Josefina Álvarez.