Recibido: lunes, 07 mayo 2007

pasatiempos ::

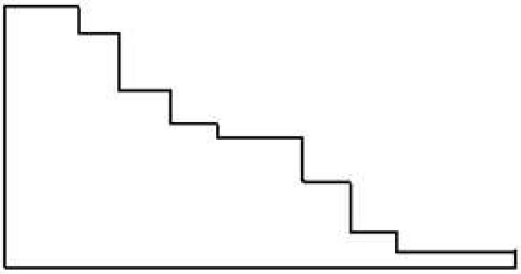
matematicalia

revista digital de divulgación matemática

Vol. 3, no. 1 (feb. 2007)

¿Qué pasaría si... (*)

...quisiéramos calcular la longitud de la "hipotenusa" en este "triángulo" rectángulo?



¿Qué fórmula obtendríamos?

[La solución, en el próximo número]

Solución al problema anterior

...quisieras comprar 10 acciones de una compañía que se cotizan a $6{,}21$ euros cada una y un cierto número de acciones de otra compañía que se cotizan a $4{,}37$ euros cada una? ¿Cuántas acciones deberías comprar de la segunda compañía, si quieres que el valor promedio de cada acción sea aproximadamente 5 euros?

Respuesta: Deberías comprar 19 ó 20 acciones.

Veamos cómo podemos llegar a esta respuesta.

Las diez acciones valen $62{,}1$ euros. Como no sabemos cuántas acciones de la otra clase tenemos que comprar, indicaremos con X esa cantidad. Es decir que en total tendremos que invertir $(62{,}1 + 4{,}37X)$ euros en comprar $10 + X$ acciones. El valor promedio será entonces de

$$\frac{62{,}1 + 4{,}37X}{10 + X} \text{ euros.}$$

Como queremos que este valor promedio sea aproximadamente 5 euros, planteamos la ecuación

$$\frac{62{,}1 + 4{,}37X}{10 + X} = 5,$$

de la cual podemos despejar el valor de X. En efecto,

$$62{,}1 + 4{,}37X = 50 + 5X,$$

o

$$12{,}1 = 0{,}63X.$$

Es decir:

$$X = \frac{12{,}1}{0{,}63},$$

que es un valor entre 19 y 20.

Si compráramos 19 acciones de la segunda clase, el precio promedio de cada acción sería

$$\frac{62{,}1 + 4{,}37 \text{ x } 19}{10 + 19},$$

unos $5{,}01$ euros cada una.

En cambio, si compráramos 20 acciones, el precio promedio sería

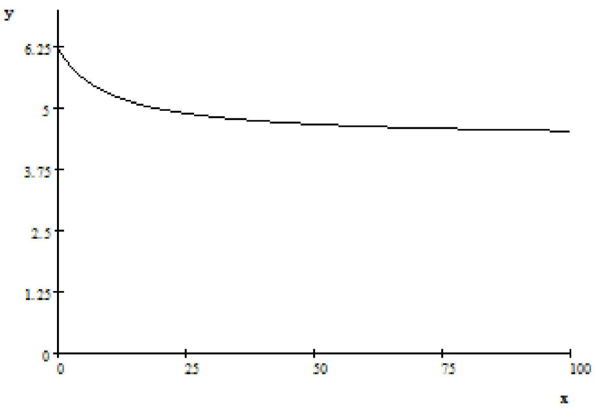
$$\frac{62{,}1 + 4{,}37 \text{ x } 20}{10 + 20},$$

unos $4{,}84$ euros cada una.

Como un comentario adicional, observemos que el precio promedio de cada acción depende del número de acciones de la segunda clase a través de la función

$$f(X) = \frac{62{,}1 + 4{,}37X}{10 + X}$$

El gráfico de esta función,



muestra que $f(X)$ es una función decreciente que se aproxima a un valor un poco menor que 5, cuando X se hace muy grande. En términos matemáticos decimos que el límite de $f(X)$ cuando X tiende a infinito es $4{,}37$. Este número es el valor aproximado del precio promedio de cada acción si compráramos una cantidad "muy grande" de acciones de la segunda clase.

Podemos calcular el límite de $f(X)$ dividiendo el numerador y el denominador por X de la siguiente manera:

$$\frac{62{,}1 + 4{,}37X}{10 + X} = \frac{\frac{62{,}1}{X} + 4{,}37}{\frac{10}{X} + 1}$$

Cuando X se hace infinitamente grande, las cantidades $62{,}1/X$ y $10/X$ se tornan infinitamente pequeñas, por lo cual el límite resulta ser igual a $4{,}37$. Este resultado quiere decir que cuando compramos "muchísimas" acciones de la segunda clase, el haber comprado 10 acciones de la primera clase no tiene ningún efecto.

En la práctica, "muy grande" puede querer decir, por ejemplo, 100 acciones, puesto que ya $f(100)$ es aproximadamente $4{,}538$. Si en cambio tomamos $X = 200$, $f(200)$ es aproximadamente $4{,}538$.

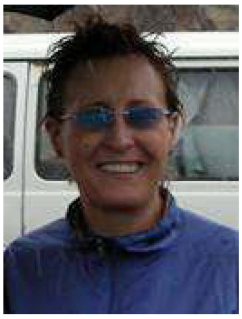
Es decir que la idea matemática de límite puede tener un sentido muy real y a veces no hay que ir muy lejos para estar bastante cerca del valor del límite.

Este problema del precio de las acciones fue en realidad una pregunta que mi oculista me hizo en mi última visita. En su caso, él ya tenía 10 acciones de una compañía que produce instrumental óptico y quería comprar más acciones porque sabía que la compañía estaba a punto de recibir autorización para poner en el mercado una nueva técnica muy precisa de examinar la córnea.

Por haber podido contestar a la pregunta de mi oculista, el año que viene me examinará la córnea con esta nueva técnica, que normalmente no usaría en casos de rutina.

Así que las matemáticas tienen ventajas inesperadas hasta en el consultorio del oculista.

Sobre la autora



Josefina (Lolina) Álvarez es Professor of Mathematics en New Mexico State University (USA). Especialista en análisis armónico y funcional, se doctoró en Matemáticas por la Universidad de Buenos Aires (Argentina), bajo la dirección de A.P. Calderón. Ha ocupado diversos puestos y cargos académicos en la Universidad de Buenos Aires y en las estadounidenses de Princeton, Chicago, Florida Atlantic University y New Mexico. Ha sido investigadora del CONICET (Argentina). Miembro de la Unión Matemática Argentina, Mathematical Association of America y American Mathematical Society, formó parte del *Committee on Committees* de esta última entre 1999 y 2002. Ha dictado numerosas conferencias en congresos y sesiones especiales e impartido seminarios en Alemania, Argentina, Bélgica, Brasil, Canadá, Colombia, España, Estados Unidos, México, Perú, Polonia, Suecia y Venezuela. Ha pertenecido y en varias ocasiones presidido los comités organizadores de distintos congresos y minisimposia. Ha ejercido como evaluadora para prestigiosas revistas especializadas. Desde 2002 es Editora Asociada del *Rocky Mountain Journal of Mathematics*. Autora o coautora de numerosos artículos científicos y varias monografías en análisis armónico y funcional y directora de dos tesis doctorales, ha desarrollado asimismo una intensa actividad en el campo de la educación matemática, habiendo recibido diversos galardones a la excelencia docente.

(*) Sección a cargo de Josefina Álvarez.