

## ALGUNOS ASPECTOS DE MATEMÁTICAS RECREATIVAS

Fernando Corbalán

El primer aspecto a considerar es el sentido de las matemáticas recreativas (MR en lo sucesivo). Y suele ser conveniente apelar al origen de la palabra, a la etimología. Porque si lo que se suele entender por *recrear* es, según el diccionario, 'divertir, alegrar', no hay que olvidar que también *recrear* es 'recrear', crear de nuevo, volver a producir algo. Y aunque a primera vista parezcan dos acepciones lejanas, que tienen poco que ver, están bastante cerca. Sobre todo si encaramos el aprendizaje como un descubrimiento y como una exploración de lo descubierto hasta llegar a trazar un plano (que progresivamente hay que ir enriqueciendo) del nuevo territorio al que se accede, si se plantea la búsqueda del conocimiento como la invención de mundos desconocidos para nosotros (aunque pueden ser conocidos a la perfección por muchos otros), lo que nos lleva al disfrute y al deslumbramiento del primer explorador ante el desvelamiento de lugares o monumentos esplendorosos. Es la situación (no muy frecuente pero tampoco tan rara), que describe en su autobiografía el conocido divulgador y novelista Arthur Koestler (1905-83): "desde la infancia hasta la edad universitaria, las matemáticas y las ciencias siguieron siendo casi mis únicos intereses, y el ajedrez mi entretenimiento principal. Me fascinaban especialmente la geometría, el álgebra y la física, porque estaba convencido —como también lo estuvieron los pitagóricos y los alquimistas— de que en estas disciplinas se hallaba la clave del misterio de la existencia. (...) Dedicarse a buscar la solución de este secreto me parecía el único propósito digno del hombre, y cada paso de la búsqueda lleno de encantos y animación". Y añade un comentario que tendríamos que tener presente de forma permanente en la enseñanza: "Nuestro sistema de educación promueve la indiferencia hacia las leyes de la naturaleza, deficiencia comparable a la miopía o al daltonismo". A pesar de que ya han pasado varios decenios desde que fueron escritas, las palabras anteriores no han perdido, por desgracia, demasiada vigencia, aunque nos gustaría creer que están en camino irreversible de ser historia pasada.

23

Para llegar a obtener un aprendizaje *recreativo* por tanto, la enseñanza en su conjunto tendría que consistir en afrontar el reto del abordaje de situaciones interesantes. Por lo que es pertinente la recomendación de Puig Adam (del que este año 2000 celebramos el centenario de su nacimiento): hay que hacer todo lo posible para no contestar a preguntas que nadie nos ha hecho. Porque si no, me permito añadir, corremos el riesgo de que nuestras respuestas no interesen a nadie. De esa recomendación podemos dar una formulación positiva: una de las tareas más importantes del profesorado tiene que ser que los alumnos nos hagan (y sobre todo se hagan) preguntas y entonces poder trabajar por contestarlas (nosotros y ellos), o por llevarles a nuevas preguntas que a su vez habrá que contestar. Así se conseguirá un aprendizaje recreativo (en el sentido de que se vuelve a crear la matemática que otros ya crearon) y divertido.

## Algo de historia

Puesto que los creadores de verdad de las matemáticas han debido participar del espíritu de que hablamos, la historia de las recreaciones matemáticas es paralela a la propia historia de las matemáticas. Es más, puede ser la propia historia de la misma materia, ya que hasta fechas recientes en que aparecen los matemáticos profesionales (que obtengan placer o no están *obligados* a producir o enseñar matemáticas), las matemáticas han avanzado a golpes de placer: quienes se dedicaban a ellas lo hacían porque encontraban un disfrute especial en su estudio y en el esfuerzo por hacerlas avanzar. En otro caso se hubieran dedicado a otra *diversión* o *hobby*. Pensemos, por personalizar, en Fermat (1601-65), uno de los grandes matemáticos de la historia, que consiguió todos sus resultados siendo un ‘amateur’ de las mismas. Y que si la historia no nos ha legado más que los cultivadores destacados, algo parecido pasaba con el resto de los matemáticos.

En cuanto a la necesidad de escribir libros (o textos) de divertimentos (o al menos de hacer asequibles y amenos los libros *serios*) ha sido constante también a lo largo de la historia. Por citar algunos europeos, desde la vuelta a nuestro continente del papel puntero en la historia de las matemáticas, Fibonacci (1170-1250) aportó múltiples ejemplos de recreaciones numéricas (buena parte de los cuales eran adaptadas de las árabes) con las que deslumbró a sus contemporáneos; o el mismo Tartaglia (1499-1557), que obtuvo la fórmula de resolución de la ecuación de tercer grado, fue quien comenzó el género de diversiones matemáticas. Y por fin Cardano (1501-1576), el divulgador un tanto fraudulento de la fórmula de Tartaglia, confiesa esa inclinación cuando dice que “también es posible hacer ciertas concesiones a la amenidad, como es frecuente en los libros de historia”.

23

Puede hacerse otra lectura de la historia de las matemáticas mirando las partes de la misma que han tenido sus orígenes de forma directa en uno de los casos particulares importantes de la MR, los juegos, o en el análisis de los mismos. Y en ese aspecto nos vamos a detener un poco en lo que sigue (ver también Corbalán, 1994).

En los albores de las matemáticas como tales, hace unos 25 siglos, Pitágoras y sus discípulos basaron su indagación intelectual en el hecho de que los números eran la base fundamental para conocer el mundo y las personas. Y por eso se aplicaron a la búsqueda de propiedades de los mismos y a la investigación de números especiales, como los primos, los perfectos o los amigos. En el mismo nombre se advierte una relación próxima y lúdica con ellos, cuyas características definieron con tanto acierto, que todavía siguen sin haber mostrado todas sus propiedades y dando trabajo a los investigadores. Y en el caso de los primos, tras siglos como saber teórico, sin aplicaciones prácticas, han reaparecido como un elemento fundamental de la criptografía que está en la base de las comunicaciones por la amplia red de Internet. Es el primer ejemplo en el tiempo de un aspecto común a otras ramas de las matemáticas: algo que empezó como pasatiempo, como juego, ha dado lugar a múltiples aplicaciones prácticas. Incluso desde ese punto de vista es difícil separar la matemática *seria* y la *recreativa*.

Podemos dar un salto en el tiempo y llegar al siglo XVII, donde nos encontramos al Caballero de Mére (1610-85), un jugador impenitente, con la perspicacia suficiente para darse cuenta de que incluso los juegos de azar pueden tener un tratamiento matemático. Y con la suerte de tener amigos que le pudieron echar una mano en ese campo: es sabido que le propuso algunos problemas de este ámbito a Pascal (1623-62), el cual

a su vez se los envió a Fermat, y en la correspondencia entre ambos sobre los mismos está el origen de la teoría de la probabilidad (algo que ya había intuido unos años antes Cardano, que escribió su *Liber de ludo aleae* sobre el tema), bien extensa en la actualidad.

Avanzamos otros cuantos años y nos dirigimos a la ciudad de Königsberg, en la Prusia Oriental, la ciudad natal de Kant (en la actualidad llamada Kaliningrado y perteneciente a Rusia) en la que había una *diversión* extendida a toda la ciudadanía: cómo realizar un paseo por la ciudad pasando por los siete puentes que había en la misma, pero una sola vez por cada uno. Es conocido que el gran Euler (1707-83) probó la imposibilidad de un recorrido de ese tipo (algo que ya sospechaban sus habitantes) y puso las bases de lo que sería la teoría de grafos, omnipresente en nuestra vida diaria. Y ya en este siglo que termina Von Neumann (1903-57) escribió el libro *Teoría de juegos y conducta económica* que tanta importancia ha tenido en el tratamiento matemático de la Economía.

Vemos pues en este fugaz recorrido que las fronteras entre la matemática seria y la recreativa se difuminan (al menos con la perspectiva del tiempo) hasta casi desaparecer. Nos corrobora lo que decía el poeta alemán Heine: “Aquellos que se toman el juego como un simple juego y el trabajo con excesiva seriedad, no han comprendido mucho ni de uno ni de otro”.

Si nos referimos a autores específicos de MR, los que explícitamente la tratan como objeto principal, hay que citar al primer clásico: al francés Bachet que en 1612 publicó su libro de *Problemas divertidos que se resuelven con números*, que es la fuente en la que beben muchos otros en los siglos posteriores. Ya a partir de finales del siglo pasado son dignos de recuerdo E. Lucas, L. Carroll (con su *Alicia* entre otros), Rouse Ball, Dudeney o Sam Loyd. Entre los contemporáneos sin duda el más destacado es Martin Gardner, cuyos numerosos artículos y libros (en su práctica totalidad accesibles en castellano en cualquier librería especializada) constituyen una auténtica Biblia del tema.

23

### La situación actual

En lo que hace referencia a nuestro país, como en el resto de las ramas de las matemáticas, no es excesiva la presencia ni la profundidad de las aportaciones históricas. Pero sí cabe citar entre los contemporáneos a Rodríguez Vidal (continuador de la obra recreativa iniciada por su padre Rodríguez Anóni con el libro *Al margen de la clase*) y a Mataix. En la actualidad, y en el marco de la normalización internacional de la comunidad matemática española, la producción y la traducción es copiosa y desborda ampliamente el espacio de este artículo (puede encontrarse una buena recopilación en el artículo de M. Pazos, 1998, y en el conjunto del número 18 de la revista *UNO*, dedicado a “Juegos y matemáticas”).

En cuanto a la vida social, es de destacar la irrupción de pasatiempos de forma masiva, que tiene su exponente más conocido en el húngaro Rubik, que popularizó su cubo y otros rompecabezas por todos los rincones del planeta, hasta constituir un auténtico fenómeno de masas. Que ha continuado en los últimos años con la difusión de rompecabezas geométricos en la publicidad y, después de la eclosión de las tiendas de *todo a cien*, también en ellas a un precio muy barato. Asimismo han ido apareciendo secciones de pasatiempos matemáticos en periódicos y revistas de informa-

ción general (sea en suplementos científicos o didácticos, entre los que habría que destacar por su duración los que aparecieron en *La Vanguardia*, realizado por J. Deulofeu y en *Heraldo de Aragón*, a cargo del autor de este artículo), así como en revistas de divulgación científica masiva (*Muy interesante*, *Newton...*).

La preocupación por la utilización didáctica de la MR a dado lugar a la realización de congresos específicos sobre el tema (donde hay que destacar los tres que con el nombre de *Xornadas de matemática recreativa* ha organizado Manuel Pazos en A Coruña, con la participación en cada uno de decenas de ponentes y de centenares de asistentes), así como secciones sobre el tema en los congresos generales (como las JAEM o el ICME-8 de Sevilla). Asimismo se han utilizado de forma masiva con el alumnado actividades de MR en competiciones como las Olimpiadas Matemáticas de 8º EGB/2º ESO, que después de recorridos autonómicos llevan ya 11 ediciones en el ámbito estatal.

En cuanto a la aparición de la MR en los currículos, se puede constatar que no es (todavía) un tema *serio* (de los que tienen un apartado en los mismos), pero se ha avanzado con la última reforma de la enseñanza que ha introducido en la ESO la asignatura optativa *Taller de matemáticas* en la que aparece como una de las posibilidades a realizar. Algo que se ha aplicado efectivamente en multitud de centros de todo el país y ha mostrado sus posibilidades, ampliables a las asignaturas obligatorias de matemáticas, sobre todo para tratar la diversidad creciente de intereses y capacidades del alumnado. Pero esa falta de presencia como un tema habitual en los currículos (común a los países de nuestro entorno) ha hecho que no sean abundantes las investigaciones sobre el papel real que pueda jugar la MR en el aprendizaje de las matemáticas. Por eso quería señalar que, bajo la dirección de J. Deulofeu, realicé una investigación que muestra lo rentables que pueden ser los juegos de estrategia para la asunción por el alumnado de las grandes estrategias de pensamiento, que presenté como una Tesis de doctorado en la Universidad Autónoma de Barcelona el año 1997, bastantes de cuyos resultados están recogidos en el artículo Corbalán, 99. Es una línea de investigación (ampliable a otros aspectos de la MR) de la que se pueden esperar resultados halagüeños pero que por el momento ni continúa ni se ha extendido.

Y para acabar, recordar que buena parte de los actuales matemáticos y/o profesores de matemáticas hemos acabado en esta profesión por el placer que nos proporcionaba la resolución de divertimentos matemáticos: ese fue nuestro banderín de enganche. Aunque la experiencia personal no siempre es exportable, no estaría de más que lo recordáramos con frecuencia y lo utilizáramos en nuestras clases. No necesariamente para desarrollar vocaciones profesionales por las matemáticas, sino para incidir en la práctica del placer del conocimiento. Nuestros alumnos nos lo agradecerán (quizás no en el momento ni de forma explícita, pero sí a la larga) y a nosotros nos repercutirá en un ambiente de trabajo más estimulante y placentero.

### Bibliografía

- Corbalán, F.: *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Madrid, Síntesis, 1994.
- Corbalán, F.: *Juegos de estrategia y resolución de problemas: análisis de estrategias y tipología de jugadores en el alumnado de secundaria*, Tesis doctoral, edición microfotográfica, Servei de Publicacions, UAB, 1998.
- Corbalán, F.: "Juegos y estrategias de pensamiento", en *Aspectos didácticos de Matemáticas*. 7, ICE de la Universidad de Zaragoza, 1999.
- Pazos, M.: "Bibliografía de matemática recreativa", en *UNO*, 18, Octubre-Diciembre, 1998.