

## Graduación de la dificultad en juegos secuenciales de saltar y comer: Un ejemplo con El Solitario inglés (2ª parte)

J.A. Rupérez Padrón y M.García Déniz  
-Club Matemático-

En el número anterior de la revista hicimos algunas propuestas de problemas para resolver con un Solitario inglés. Entre ellos estaban los de Tipo A, que suponían las siguientes características:

### Tipo A

**Inicio:** El tablero ocupado parcialmente, con un número pequeño de agujeros ocupados formando, casi siempre, alguna configuración singular.

**Objetivo:** Al final del juego debe quedar una sola pieza en cualquier lugar del tablero o en un sitio de terminado, que puede ser o no en el centro.

Ofrecíamos 18 ejercicios, ordenados de menor a mayor dificultad, para buscar la solución de cada uno. Es de esperar que lo intentaran antes de ver las soluciones que ofrecíamos. No obstante quedaron tres sin solucionar, a fin de que no les tentase la curiosidad de mirar antes de haberlos resuelto. Prometíamos dar las soluciones en este número.

Empezaremos por el:

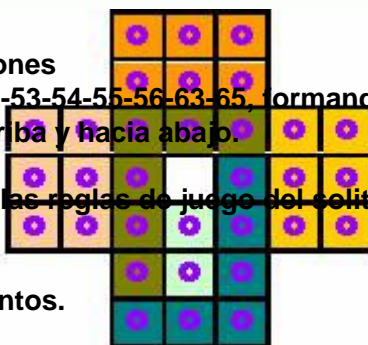
### Problema 18

**Figura:** Doble flecha.

**Descripción:** 21 bolas situadas en las posiciones 23-25-32-33-34-35-36-41-42-43-44-45-46-47-52-53-54-55-56-63-65, formando una doble punta de flecha apuntada hacia arriba y hacia abajo.

**Objetivo:** Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 44.

**Indicaciones:** Se puede hacer en 20 movimientos.



Se indicaba que el número de movimientos era 20. Eso era en el supuesto de que cada movimiento constara de un único salto. Si se logra hacer movimientos que encadenen más saltos, se puede optimizar la solución y realizar un menor número de movimientos. Ofrecemos aquí una solución en 14 movimientos que puede superarse. Basta con trabajar un poco más:

**18. Doble flecha:** 53→51, 33→53, 35→33, 23→43, 54→34, 51→31→33→35→37→57, 55→35, 57→55, 42→44, 65→45→43, 25→45, 46→44→42, 63→43, 42→44.

Había otros dos problemas muy parecidos entre sí, el 16 y el 17. ¿Los resolvieron? ¿Y si lo intentan un poco más?

También proponíamos otro tipo de problemas con el tablero completamente lleno, excepto una casilla vacía.

### Tipo B

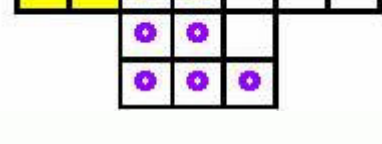
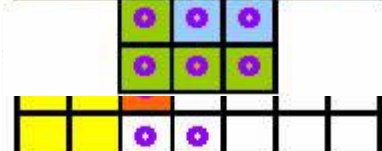
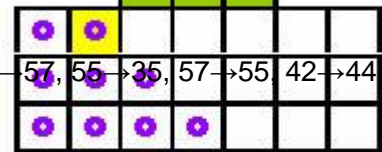
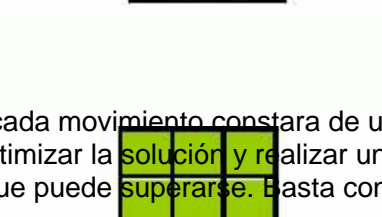
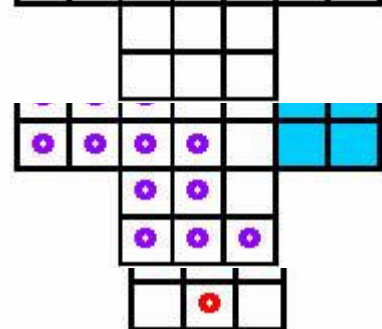
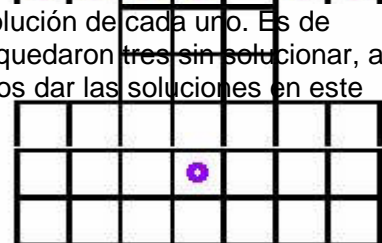
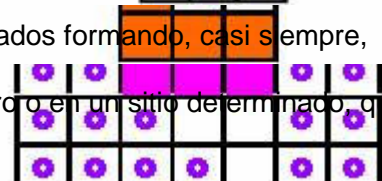
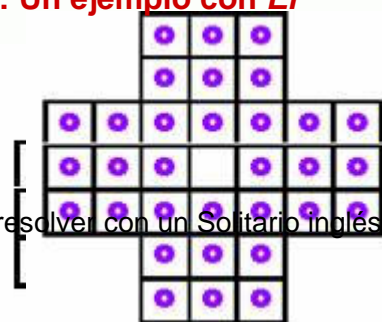
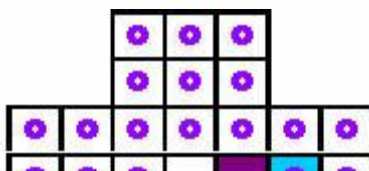
**Inicio:** Tablero totalmente lleno, excepto un agujero vacío en el centro.

**Objetivo:** Al final del juego debe quedar una sola pieza en el centro.

Apuntábamos la estrategia de resolución distribuyendo las fichas en paquetes con configuraciones sencillas que tengan solución independiente y la posibilidad de ligarlos unos a otros en forma sucesiva. El esquema indicado era el siguiente:

1. Paquete de tres de color morado. Fichas: 52, 53 y 54. El catalizador es la ficha 64.

Se utiliza el catalizador



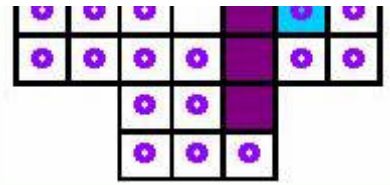
64→44

Se eliminan las fichas que quedan del paquete

52→54

44→64

Vuelve el catalizador a su sitio.



2. Paquete de tres de color rosa. Fichas: 35, 45 y 55. Catalizador en la ficha 56.

Se utiliza el catalizador

56→54

Se eliminan las fichas que quedan del paquete

35→55

54→56

Vuelve el catalizador a su sitio.

3. Paquete de seis de color azul. Fichas: 63, 64, 65, 73, 74 y 75. Catalizador en la ficha 56.

Se mueve la fila superior del paquete hacia la izquierda y se utiliza el catalizador

75→55

56→54

Se mueven las dos columnas restantes hacia la parte superior

63→65

73→75

Se mueve la fila que queda hacia la izquierda y se utiliza el catalizador para volverlo a su sitio

75→55

54→56

4. Paquete de seis de color verde. Fichas: 36, 37, 46, 47, 56 y 57. Catalizador en la ficha 25.

Se mueve la columna izquierda del paquete hacia abajo y se utiliza el catalizador

37→35

25→45

Se mueven las dos filas restantes hacia la izquierda

57→37

56→36

Se mueve la columna que queda hacia abajo y se utiliza el catalizador para volverlo a su sitio

35→35

45→25

5. Paquete de seis de color amarillo. Fichas: 13, 14, 15, 23, 24 y 25. Catalizador en la ficha 34.

Se mueve la fila superior del paquete hacia la derecha y se utiliza el catalizador

15→35

34→36

Se mueven las dos columnas restantes hacia la parte superior

13→15

23→25

Se mueve la fila que queda hacia la derecha y se utiliza el catalizador para volverlo a su sitio

15→35

36→34

6. Paquete de seis, en L, de color naranja. Fichas: 31, 32, 33, 34, 41 y 51. Catalizador en la ficha 43.

Se utiliza el catalizador hacia la izquierda  
43→23

Seguidamente, de abajo hacia arriba  
31→33

Se mueven las dos parejas que quedan en la ele, una hacia abajo y la otra hacia la izquierda  
34→32  
51→31

Se mueve la pareja restante hacia arriba y se utiliza el catalizador para volverlo a su sitio  
31→33  
23→43

7. Paquete de dos final. Fichas: 42 y 43. No necesita catalizador. Obsérvese que la ficha situada en 42 no se ha movido hasta ahora. En este momento será la que se mueva y resuelva el solitario, siendo la única superviviente de las 32.

42→44

Naturalmente, se pueden utilizar distintas maneras de empaquetar el tablero para resolver el solitario.

Este empaquetamiento lo propuso Miguel de Guzmán:

- 1º. Paquete de dos, color verde claro
- 2º. Paquete de seis, color canela
- 3º. Paquete de seis en ele, color verde azulado
- 4º. Paquete de seis, color anaranjado claro
- 5º. Paquete de seis, color oro
- 6º. Paquete de seis en ele, color amarillo oscuro

Ha de determinarse bien cuál es el catalizador de cada paquete. El paquete de dos no lo necesita. La primera bola que se movió (paquete de dos) es el catalizador del 6º paquete; es la primera que se mueve al comenzar a resolver ese paquete y, también, la que hace el último movimiento terminando el solitario.

También podríamos haber acabado el solitario con la última ficha en 41, solamente con cambiar la dirección del último movimiento. Esto quiere decir que el solitario se puede proponer para acabar con la última ficha en otros sitios diferentes del tablero.

Veamos el ejemplo de la figura adjunta.

Aquí es importante determinar:

- a) qué ficha es el catalizador de cada paquete
- b) en qué orden se resuelven los paquetes

¿Lo intentan?

¿Una pista? Los dos primeros paquetes a resolver son los dos de tres fichas. El último a resolver es el paquete de 4.

Hay otras estrategias, sin realizar empaquetamientos, que resuelven el problema con menos cantidad de movimientos o, incluso, realizando movimientos de lo más curioso.

Esta solución de G. Brandreth, en 26 movimientos, ejemplifica una de las estrategias de resolución posibles, consistente en limpiar primero los brazos de la cruz para acabar en el centro con una figura sencilla (la T) en el centro que, una vez resuelta, nos lleva a la solución del solitario:

1. Limpiar Norte (excepto 36)  
46→44, 65→45, 57→55, 37→57, 54→56, 57→55
2. Limpiar Este (excepto 64)  
52→54, 73→53, 75→73, 43→63, 73→53
3. Limpiar Sur (excepto 42)  
23→43, 31→33, 51→31, 34→32, 31→33
4. Limpiar Oeste (excepto 24)  
36→34, 15→35, 13→15, 45→25, 15→35
5. Barrido circular en seis tiempos  
43→23→25→45→65→63→43
6. Limpiar la T, hacia la izquierda  
44→24, 42→44, 54→34, 24→44

En este último paso puede acabarse en 44, 14 o 74, indistintamente, con unas pequeñas variantes en los movimientos.

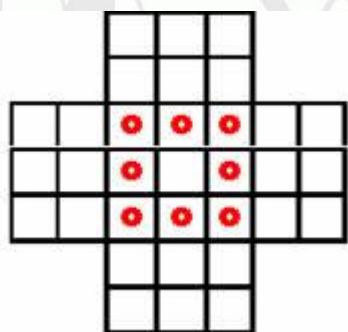
También hay otro tipo de problema con el solitario:

### Tipo C

**Inicio:** El tablero completamente ocupado salvo la casilla central.

**Objetivo:** Eliminar algunas fichas (no todas) hasta dejar sólo unas cuantas piezas formando una figura predeterminada.

#### Problema



**Figura:** El cuadrado de 8 bolas.

**Descripción:** 32 bolas situadas en el tablero, con el agujero central vacío.

**Objetivo:** Eliminar las fichas necesarias mediante las reglas de juego del solitario y dejar solamente las que aparecen en el gráfico: 33-34-35-43-45-53-54-55.

**Indicaciones:** Se puede hacer en 23 movimientos.

Hay un catálogo bastante amplio de problemas de este tipo y se pueden encontrar en bastantes libros de los recomendados.

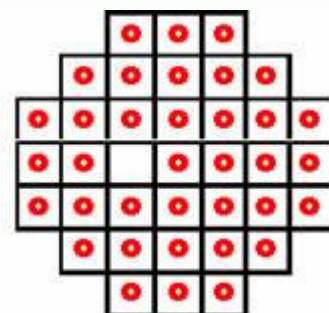
Finalmente se pueden utilizar distintas variaciones en el tablero, sin cambiar las reglas del juego, y obtener así otros solitarios curiosos que resultan de ampliar o simplificar el solitario inglés, o bien utilizar otras figuras.

### Solitario francés:



Tiene cuatro casillas más que el solitario inglés, situadas en los ángulos cóncavos de la cruz. Tiene, por tanto, 37 casillas y se resuelve con 36 bolas.

No tiene solución con el agujero central vacío.

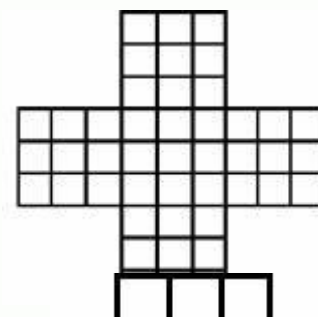
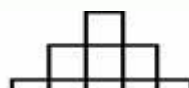


### Solitario ampliado:

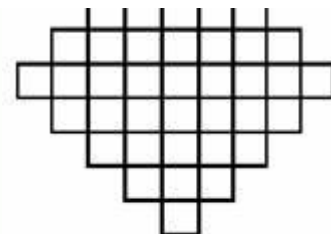
Solitario inglés con doce casillas más, tres en cada brazo, es decir, con 45 casillas.

Como variante se puede ampliar sólo en dos de los brazos.

Iguals movimientos. Casilla vacía en cualquier punto.



Solitario francés con cuatro casillas más, una en cada brazo, es decir, con 41 casillas.



Iguales condiciones.

### Solitario simplificado:

Solitario inglés con 12 casillas menos, tres en cada brazo.

Sólo tiene, por tanto, 21 casillas.

### Solitario cuadrado:

El cuadrado puede tener cualquier tamaño, a partir de 3x3.

Los movimientos idénticos a los del solitario inglés.

La casilla vacía puede estar en cualquier sitio del tablero.

En éste que presentamos se sitúa la casilla vacía en una de las cuatro centrales del tablero.

La bola final debe quedar en la esquina inferior derecha.



### Solitario rectangular:

En principio puede tener cualquier tamaño y la casilla vacía estar en cualquier punto del tablero. En el caso presentado:

¿Tendrá solución?

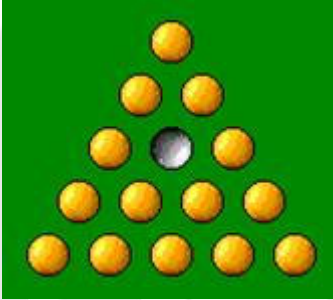
¿Dónde quedará la última bola?

### Solitario triangular:

Puede ser de 10 bolas, o de 15 bolas, o de 21 bolas simple.



El solitario se compone de casillas situadas de manera que configuren un triángulo. Para ello basta con disponer las casillas en filas tales que cada una tenga una casilla más que la anterior. El más simple, con solución posible, tiene cuatro filas con 1, 2, 3 y 4 casillas. El siguiente tendrá una fila más con cinco casillas, como el de la figura.



Añadiendo más filas se obtienen otros más complicados. Los movimientos son ahora en direcciones paralelas a los lados. La casilla vacía puede estar en cualquier sitio. Las más habituales son los vértices, el centro (como en la figura) o el centro de un lado.

También puede ser de 21 bolas ramificado (Ver "Puzzles old and New", de Slocum y Botermans) como el que aparece en la Exposición "Matemáticas 2000", de la Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas. Para conseguirlo, a partir de uno de 15 casillas, se añaden dos más en cada vértice continuando las direcciones de los lados.

### Solitario en trébol:

Se encuentra comercializado en madera, pudiéndose encontrar en las tiendas de puzzles. Claro que también se puede fabricar dibujándolo sobre una chapa o cartulina. En realidad son tres triángulos de seis bolas unidos por un vértice común, es decir, 16 casillas. Movimientos paralelos a los lados y casilla vacía en cualquier punto, especialmente en la central.

### Otros Solitarios:

También se han utilizado celdillas hexagonales y estrellas pentagonales para construir solitarios, usando las mismas reglas ya descritas.

Estos que aparecen en la fotografía son algunos de los que tenemos en nuestra colección particular.

Por si fuera poco, Berlekamp, Conway y Guy han propuesto un solitario para jugar en el plano indefinido, bajo la pregunta **¿Cómo enviar un explorador fuera?** Es muy curioso y lo pueden encontrar en el libro que ya recomendamos en el primer artículo del solitario.

Y así podríamos seguir durante un tiempo, pero creo que ya está bien. Les hemos dados las suficientes pistas para que disfruten plenamente de



este juego (Un juego con mucho juego). Con la bibliografía recomendada en el artículo anterior y buscando en la red podrán aumentar de manera espectacular los modelos de trabajo con el solitario. Para utilizar con los alumnos creemos que es bastante el material propuesto.

En cualquier caso, tienen nuestras direcciones de correo electrónico y pueden pedirnos más.

Un cariñoso saludo en este comienzo de nuevo curso. Sean felices.

### **Club Matemático.**

El **Club Matemático** está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón**, del **IES de Canarias-Cabrera Pinto** (La Laguna), y **Manuel García Déniz**, del **IES Tomás de Iriarte** (Santa Cruz de Tenerife).  
[mgarden@gobiernodecanarias.org](mailto:mgarden@gobiernodecanarias.org) / [jrupid@gobiernodecanarias.org](mailto:jruppad@gobiernodecanarias.org)

NEWTON •