

# ELECCIONES Y MATEMÁTICAS

María Candelaria Espinel Febles

En base a dos hechos que ocurrieron en la transición a la democracia en nuestro país, se dan algunas ideas sobre las teorías de elección social y la asignación de escaños.

## Elección de Adolfo Suárez. Teoría de elección social

Los resultados de una votación, en un cierto colectivo de votantes, depende del método utilizado. Algunas paradojas de los sistemas de votación, las puede aprovechar el que dirige la votación para obtener resultados a su favor. En la primera fase de la transición a la democracia, la elección de Suárez como Presidente del Gobierno fue una sorpresa. Para su elección se puso en funcionamiento una sofisticada técnica de voto por parte del presidente del Consejo del Reino y de las Cortes, Torcuato Fernández-Miranda.

En julio de 1976, la composición del Consejo era de 15 personas y el presidente; éstos debían proponer al Rey una terna de tres candidatos a Presidente del Gobierno. El proceso de votación fue el que sigue: se propusieron 32 personas que se redujeron a 19 por *consenso*, y dado que entre los 15 Consejeros existían distintas inclinaciones políticas, el presidente clasificó los 19 nombres por *familias* ideológicas: católicos, tecnócratas y falangistas, argumentando que debía haber pluralidad ideológica en la terna elegida. El presidente hizo que se votara a los 19 candidatos de uno en uno por *mayoría simple*, eliminando a todos aquéllos que no obtenían la mitad más uno de los votos. Al final, según su método, debería quedar un candidato por *familia*. En las tres últimas votaciones se vota a los candidatos de *dos en dos* siguiendo una votación separada para cada *familia*. No se conoce exactamente las ordenaciones de preferencias de los votantes, pero tras *sucesivas eliminaciones* quedaron seis candidatos. Estos se agruparon en tres *familias* y se votaron por separado de dos en dos, obteniéndose los resultados:

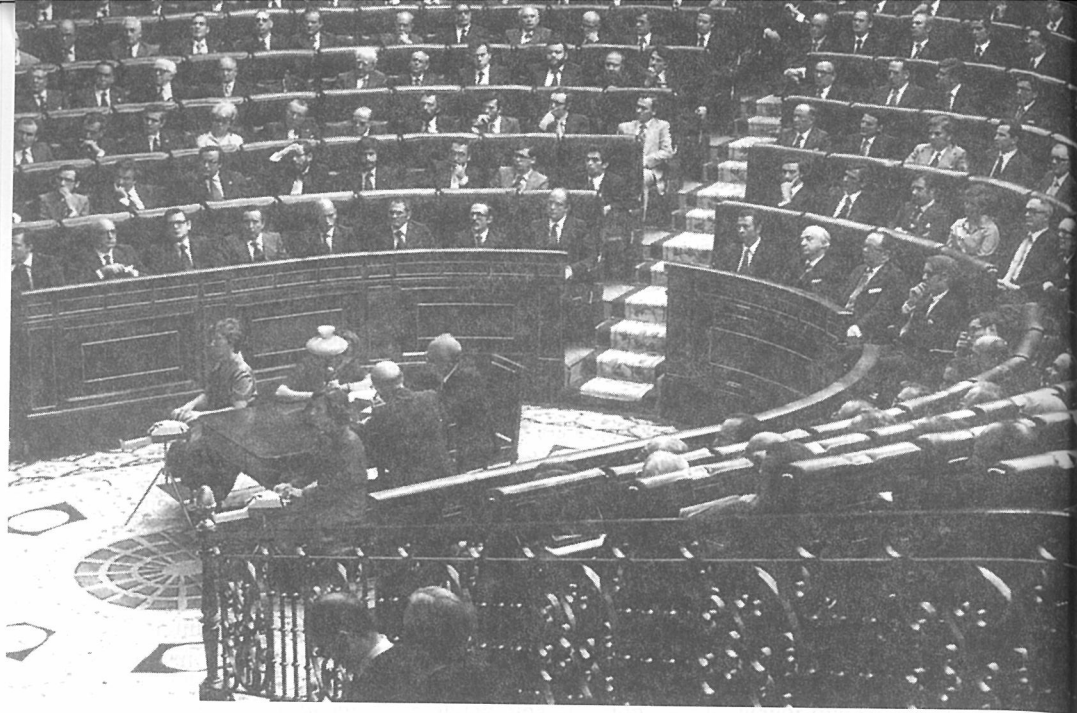
Católicos: Silva, 15; Alvarez Miranda, 0.

Tecnócratas: López Bravo, 13; Fernández de la Mora, 2.

Falangistas: Suárez, 12 ; Rodríguez de Varcárcel, 3.

La terna elegida fue: Silva, López Bravo y Suárez. El resultado fue el esperado para el organizador de la votación, pero la designación de Suárez sorprendió a todo el país, incluidos los 15 consejeros que le votaron, aunque como votantes habían aceptado las reglas del juego, y por tanto, también el resultado.

Los procedimientos de votación pretenden convertir las distintas preferencias individuales en una sola elección para todo el grupo, y ésta es la cuestión básica de la llamada *teoría de elección social*.



*Hemiciclo del Congreso de los Diputados durante una sesión parlamentaria.*

77

El procedimiento de elección más usual es la *regla de la mayoría* (mayoría simple), donde cada votante elige a un candidato, y el candidato que reciba más de la mitad de los votos totales es el ganador. Esta regla es válida cuando sólo se tienen dos candidatos, ya que gana el que tiene más votos. Cuando hay más de dos puede ocurrir que el candidato con mayor número de votos no tenga la mayoría absoluta de todos los votos emitidos. La solución más frecuente es recurrir a la *regla de pluralidad* (mayoría relativa), por la que se elige al candidato que queda situado en primer lugar por el mayor número de votantes. Otra solución es aplicar el *criterio Condorcet o comparación por parejas*, por el que se elige al candidato que derrota a todos los demás en elecciones entre pares de candidatos usando la regla de la *mayoría*. El ganador por este criterio puede producir una relación no transitiva, lo que se conoce como la *paradoja Condorcet*. Otro procedimiento es tener en cuenta los rangos, por el que se asignan puntos según la ordenación de las preferencias de los votantes y luego se suman para cada uno de los candidatos para determinar el ganador, lo que se conoce como *recuento de Borda*. Este método también tiene sus inconvenientes; por ejemplo, el resultado depende de la escala elegida y se presta a la votación estratégica y/o a la votación falsa.

Consideremos tres candidatos (A, B, C) que obtienen los siguientes porcentajes de votos según la ordenaciones de preferencias de los votantes:

ABC	ACB	BAC	BCA	CAB	CBA
30%	5%	5%	25%	30%	5%

Por mayoría relativa, los candidatos A y C están empatados. Al comparar por parejas, A gana a B por 65%, y B a C por 60%. Según esto, la ordenación que parece preferida por los votantes es ABC. Pero no es así, ya que C gana a A por un 60%. Es decir, que en este caso ocurre que A gana a B, B gana a C, pero A no gana a C; la relación obtenida no es transitiva. Por recuento de Borda, puntuando de 1 a 3 y luego sumando los puntos, se tiene que A consigue 205 puntos, B sólo 165 puntos y el ganador es C con 225 puntos.

La contribución más llamativa sobre sistemas de votación ha llegado con el teorema de imposibilidad de Arrow (1953), según el cuál imponiendo condiciones mínimas de racionalidad, no hay forma de combinar las preferencias individuales. Esto supone que existe un impedimento para alcanzar una función de bienestar social justa y razonable, y por tanto que ningún sistema es perfecto.

### **Asignación de escaños. La Ley de D'Hondt**

Cuando comienza la transición se produce en España la dificultad de elegir el sistema electoral con el que vertebrar una primera consulta. Se entiende que hay que buscar normas que regulen las operaciones matemáticas de transformación de votos emitidos en cuotas de representación y procedimiento electoral. Dado que la provincia era una unidad administrativa con más de 100 años de antigüedad, éstas se adoptaron como circunscripciones electorales. Se quería conseguir el asentamiento de los partidos políticos de forma que los que obtuvieran representación fueran pocos para permitir un gobierno fuerte. Para conseguir este objetivo se utilizó la ley de D'Hondt, y efectivamente, de las 200 siglas que concurrieron a las elecciones de 1977, sólo siete partidos obtuvieron representación parlamentaria.

77

Desde las primeras elecciones democráticas hasta las más recientes de 2000, se ha utilizado la ley de D'Hondt para el reparto proporcional de escaños entre los distintos partidos políticos en función del número de votos alcanzados. El método, con una barrera para participar del 3% sobre votos válidos emitidos, toma los votos obtenidos por cada candidatura y los divide por 1, 2, 3... hasta el número de escaños correspondientes a la circunscripción. Los escaños se asignan a las candidaturas que obtengan los cocientes mayores. Este procedimiento práctico se le conoce también como sistema con mayor media y es una variante del método del divisor (la idea consiste en buscar un divisor tal que la suma que resulta de dividir el número de votos de cada partido por ese divisor sea igual al número de escaños). Se dice que el método distorsiona favoreciendo los partidos más votados. En el caso español parece que el factor fundamental para la distorsión se debe al sistema de circunscripciones por provincias ya que las diferencias de población entre unas y otras es enorme.

Ilustramos el método con los resultados de las elecciones generales de 2000 en Santa Cruz de Tenerife. Se resalta en negrita la asignación de los 7 escaños que le corresponden a la provincia.

Santa Cruz de Tenerife (Votos: 394.544)

Partido	%	Nº votos			
		1	2	3	4
PP	33.15	<b>137.976</b>	<b>68.988</b>	<b>45.992</b>	34.494
CC	33.38	<b>131.022</b>	<b>65.511</b>	43.674	32.755
PSOE	26.47	<b>103.889</b>	<b>51.944</b>	34.629	25.972
IUC	2.34	9.203			

Para el problema de asignar una cantidad de escaños  $h$  en proporción al número de votos  $v_1, \dots, v_n$  parece lógico calcular las cantidades  $q_1, \dots, q_n$ , siendo

$$q_i = h \left( \frac{v_i}{v_1 + \dots + v_n} \right)$$

Sin embargo, la cuestión no es tan sencilla ya que los valores  $q_i$ , denominados cuotas, en general, no son enteros. Así que una solución consistirá en encontrar números enteros  $x_1, \dots, x_n$ , próximos a las cuotas y que sumen  $h$ . En el ejemplo considerado se tiene  $h = 7$  y cuotas 2,59; 2,46 y 1,95 con los votos de los partidos elegibles. La cuestión está en buscar tres números enteros que sumen 7 y que conserven la proporción de las cuotas.

77

El método de asignación más primitivo es el de los restos mayores. En primer lugar, asigna a cada partido la parte entera de su cuota  $[q_i]$ ; a continuación se ordenan de mayor a menor los restos  $q_i - [q_i]$  y se asigna un escaño más, a cada uno de los partidos con mayor resto, hasta completar los  $h$  escaños. En el ejemplo, 2+1, 2 y 1+1 (con resultado 3, 2 y 2, igual al de D'Hondt). Este método presenta algunas paradojas, como que al repartir más escaños un partido puede recibir menos; este efecto se conoce como la *paradoja de Alabama*. Puede ocurrir que al comparar dos elecciones distintas un partido haya obtenido más votos pero menos escaños; se le denomina la *paradoja de los votos*. Se han propuesto otros muchos métodos, pero en 1982, se demostró que no hay un método de asignación que satisfaga ciertas propiedades deseables.

En resumen, ante la falta de métodos óptimos desde el punto de vista matemático, parece que la elección de un método es una decisión política. A pesar de los fallos que le podemos encontrar a los sistemas comentados, el profesor Amartya Sen, premio Nobel de Economía de 1998, ha puesto de manifiesto la estrecha relación entre la democracia y el bienestar de la población que puede gozar de ella.

#### Bibliografía

- Colomer, J. M.: *El arte de la manipulación política*. Anagrama. Barcelona, 1990.  
 Garfunkel, S.: *Matemáticas en la vida cotidiana*. Addison Wesley-Univ. Autónoma de Madrid, 1997.