

RESOLVER PROBLEMAS: AYUDAR A LOS ALUMNOS A PENSAR POR SÍ MISMOS

María Luz Callejo de la Vega

Hay libros que son referencias obligadas cuando se abordan ciertos temas. Si de la resolución de problemas se trata, sin lugar a dudas lo es *How To Solve It (Cómo plantear y resolver problemas)* de George Pólya: desde 1945, fecha de su aparición, hasta hoy se han vendido más de un millón de ejemplares y se ha traducido al menos a 17 lenguas; lo citan matemáticos, psicólogos, pedagogos, filósofos y didactas. Es el primero de una trilogía en la que el autor va exponiendo sus ideas sobre cómo ayudar a los alumnos a pensar por sí mismos, a resolver problemas, al tiempo que trata de desentrañar las reglas de la lógica del descubrimiento o del “pensamiento plausible”. En ellos vierte su rica experiencia como matemático y como profesor (Pólya tiene 58 años cuando publica *How To Solve It*), tratando de hacer explícitas preguntas y sugerencias que, según él son “naturales, sencillas, obvias, y nacen del sentido común”.

La obra de Pólya ha ayudado a muchos profesores a redescubrir el sentido de la educación matemática y a los investigadores a poner los cimientos de una teoría que explique el proceso de resolución de problemas (Schoenfeld, 1987). En ambos campos hemos avanzado significativamente en las dos últimas décadas. Sin embargo, queda aún mucho camino por recorrer hasta que la resolución de problemas se convierta en el núcleo de la educación matemática y podamos responder a todas las cuestiones que tiene planteadas la investigación. De entre ellas me voy a centrar en una que es nuclear en la obra de Pólya, ¿cómo ayudar a los alumnos a pensar por sí mismos?



George Pólya

Imitación y práctica

G. Pólya plantea la actividad de resolución de problemas como un arte en el que la imitación del maestro y la práctica ayudan a interiorizar un modo de hacer. Éste se basa en un proceso que comprende las conocidas cuatro fases: comprender el problema, concebir un plan, llevarlo adelante y revisarlo, que van ayudando a desbrozar el camino que conduce a la solución, gracias a sugerencias y preguntas que suelen utilizar quienes dominan este arte. Si se saben elegir y adaptar a cada problema, ofrecen pistas para diseñar un plan que, en el mejor de los casos, lleva a la meta perseguida. La actividad mental se traduce en un diálogo verbal con el maestro o en un diálogo interior con uno mismo.

En los ejemplos que expone, estos diálogos son muy lineales pues siempre se avanza hacia la solución y no hay rodeos ni vueltas atrás. Sin embargo, en la realidad las cosas suceden de otra manera y es frecuente bloquearse, quedarse “en blanco” o retroceder a una fase anterior. Durante el proceso es importante prestar atención a las decisiones que se van tomando, las razones que mueven a ello, adónde pueden llevar y plantearse si conviene seguir en la misma dirección o cambiar.

Para quien tiene cierta práctica y habilidad resolviendo problemas, las fases de Pólya le parecen naturales, pero para quien no esté familiarizado con esta actividad, es necesario un aprendizaje previo de hábitos y actitudes intelectuales que le ayuden a desarrollar el proceso. Por otra parte las sugerencias y preguntas que plantea Pólya son muy generales, como él mismo señala, y exigen saberlas seleccionar y aplicar a cada situación concreta; entre ellas algunas dan pistas muy específicas para la acción, como “hacer una tabla”, otras son muy vagas como “¿conoces un problema semejante?” y otras como “eliminar una condición” señalan un procedimiento (Puig, 1996).

Para A. H. Schoenfeld (1985) las estrategias descritas por G. Pólya son “etiquetas” que designan familias de estrategias semejantes y, a diferencia de los algoritmos, no son prescriptivas sino que describen de manera general un procedimiento de resolución. Una vez seleccionada una de ellas hay que decidir cómo usarla. Por ejemplo, la estrategia “imaginar un problema más sencillo” se puede emplear de muchos modos, según de qué problema se trate. Aplicarla supone tomar una serie de decisiones:

- pensar en usarla (lo que no es trivial);
- decidir qué versión de la estrategia utilizar;
- buscar problemas apropiados más sencillos que sean útiles para resolver el problema;
- hacer la elección correcta del problema más sencillo;
- resolver el problema más sencillo buscando una forma de utilizar con éxito su solución para poder encontrar la del problema propuesto.

Las ideas de Pólya en la clase

El diálogo que propone Pólya es difícil de llevar a cabo en una clase, sobre todo si es numerosa o los alumnos no están motivados por la matemática. Además los “hábitos intelectuales”, actitudes, creencias y prácticas de los estudiantes, a veces no son los más adecuados y son difíciles de modificar.

Al observar estudiantes resolviendo problemas es frecuente constatar que la mayoría no dedican el tiempo necesario a preparar un plan de resolución, pues no dejan aflorar aquellas ideas que puedan tener alguna relación con el problema, para luego elegir aquella o aquellas que parezcan que pueden llevar a obtener la solución; por el contrario, se lanzan directamente a desarrollar el primer plan que se les ocurre. También descuidan la fase de revisión y, una vez que han llegado a un resultado, consideran que han terminado y no se detienen a corregir o mejorar el proceso y a reflexionar para aprender del mismo.

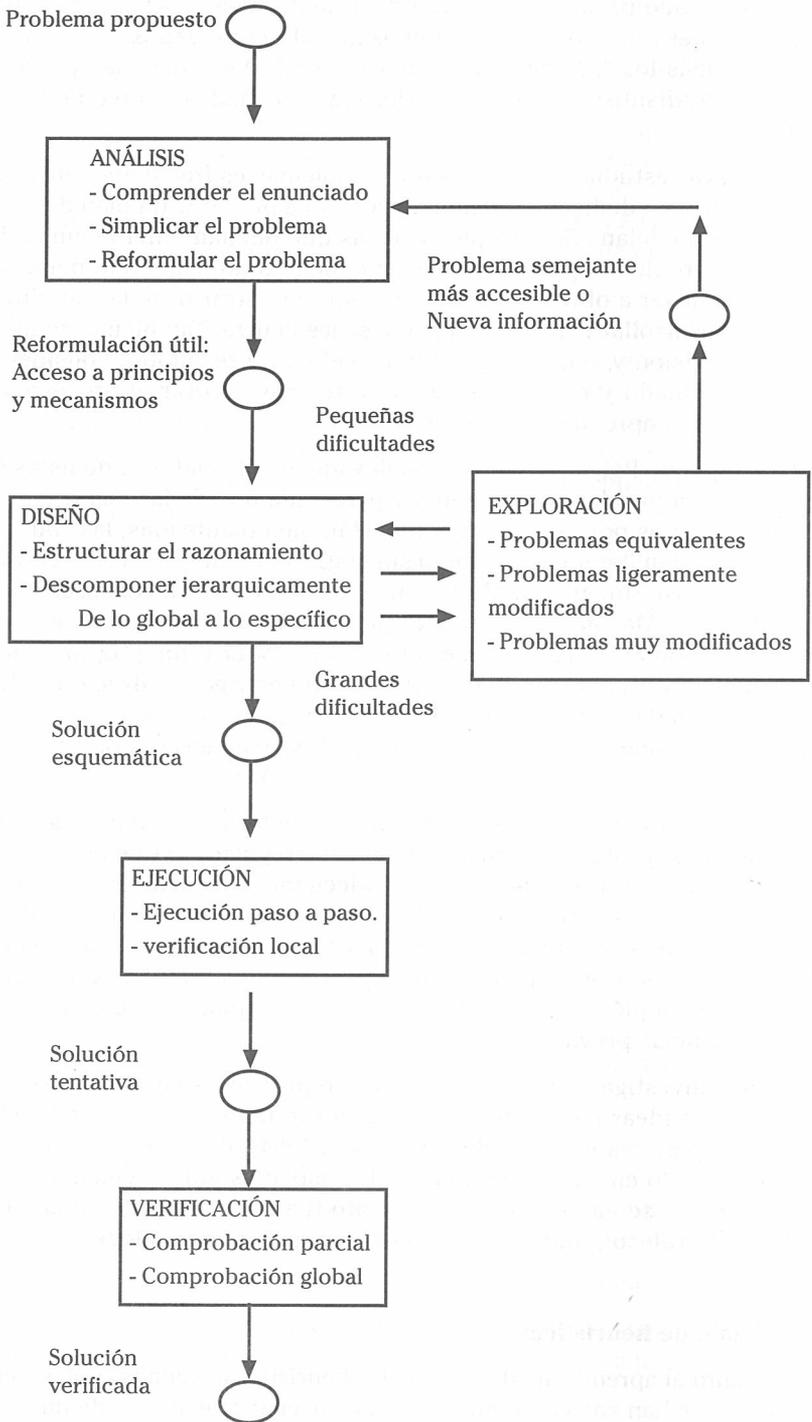
El diálogo que Pólya propone se ha llevado al aula elaborando listas de preguntas para problemas concretos y para cada una de las fases, que se dan a los alumnos por escrito. Cuando están bien planteadas, las “buenas preguntas” deben iluminar el camino sin llegar a definirlo del todo, cerrando otras vías (un buen ejemplo lo encontramos en el libro *Pensar matemáticamente* de Mason et al. 1992). El profesor ha de tener un papel muy activo animando al trabajo, a veces arduo, desbloqueando, proporcionando contraejemplos, sugiriendo particularizaciones y generalizaciones, tratando de que cada alumno dé de sí lo mejor que pueda dar. Así puede guiar a una clase, aunque las sugerencias y preguntas no estén adaptadas a cada alumno.

Pero estas orientaciones sólo ayudan si las actitudes y creencias sobre la resolución de problemas y la actividad autorreguladora que desarrollan los estudiantes durante el proceso son adecuadas. Normalmente es necesario enseñarles a ser conscientes de estos aspectos, a regular sus acciones en contextos y aprendizajes específicos, a que aprendan qué, cómo y cuándo tomar decisiones. Esto es difícil y a menudo exige desestabilizar y “desaprender” aquéllos modos de proceder inapropiados que han favorecido experiencias previas.

Algunas investigaciones realizadas sobre proyectos en las que se han aplicado estas ideas han mostrado que mejoraron poco la habilidad de los estudiantes para resolver problemas (Lester, 1994). Pero en muchos casos no se han tenido en cuenta algunos de los aspectos antes señalados y en los informes no se ha descrito un elemento tan importante como la intervención del profesor, que es clave en esta propuesta de diálogo.

Aprendizaje de heurísticas

En cuanto al aprendizaje de estrategias heurísticas, algunos profesores e investigadores han sostenido que, tras una enseñanza explícita de una heu-



rística particular y después de haberla aplicado de diversas formas, el individuo está preparado para utilizarla. En algunos casos se han enseñado heurísticas más particulares que las de Pólya porque son más fáciles de aplicar.

Las investigaciones acerca de si la enseñanza explícita de heurísticas según el modelo:

- describir una heurística particular,
- poner un ejemplo de aplicación de la heurística a un problema,
- proponer a los alumnos problemas para que se ejerciten en su uso.

puede mejorar la habilidad para resolver problemas, son controvertidas. Por un lado algunas investigaciones muestran que cuando los estudiantes conocen diversas estrategias heurísticas tienen más recursos para abordar la resolución de un problema, de modo que si no han elegido una estrategia de forma acertada, conocen otros modos de afrontar la tarea (Suydam, 1987); por otro lado, aún no hay una evidencia clara de que se pueda mejorar la capacidad para resolver problemas enseñando sólo heurísticas. Sin embargo, si las heurísticas se enseñan en el contexto de una *estrategia directiva*, las dificultades para aplicarlas se pueden superar, pues si los estudiantes no saben qué hacer, esta estrategia les puede sugerir qué heurísticas podrían ser apropiadas y en qué orden aplicarlas. Una estrategia directiva eficaz es el esquema general que orienta a los expertos en el proceso de resolución de problemas: sus etapas, la selección de heurísticas en cada una de ellas y la toma de decisiones. No se trata de un algoritmo, sino de un esquema descriptivo. Se puede representar mediante un diagrama de flujo con cinco grandes bloques correspondientes a las etapas del proceso (Schoenfeld, 1985).

36

A mi parecer el modelo basado en la enseñanza explícita de estrategias heurísticas tiene varios puntos débiles, además del señalado por Schoenfeld:

- no considera que un problema se puede resolver de distintos modos, utilizando estrategias diversas e incluso varias a la vez;
- este modelo ahorra el trabajo de elegir la estrategia apropiada cuando se enseña a los alumnos a ejercitarse en una estrategia específica, usándola de diversos modos.

Es mejor presentar las estrategias heurísticas una vez que los estudiantes las hayan explorado de manera natural, en lugar de presentarlas a priori.

Ayudar a los alumnos a pensar por sí mismos

Siguiendo el espíritu de los trabajos de Pólya, concluyo enunciando dos aspectos que hay que tener en cuenta para "ayudar a los alumnos a pensar por sí mismos", lo cual no es tarea fácil (Callejo, 1994):

Desaprender de experiencias anteriores. Los alumnos saben cosas, no sólo del saber sistemático, sino también otras que proceden de su experiencia anterior con las matemáticas como afectos, creencias, actitudes, prácticas... Cuando éstas son negativas, hace falta que las “desaprendan”, proporcionándoles experiencias que las desestabilicen.

Aprendizaje reflexivo. Se puede enseñar a los alumnos a reflexionar sobre sus propios procesos de pensamiento y a verbalizarlos. La reflexión ayuda al autoconocimiento y a mejorar la metacognición. La formulación permite reforzar estos aspectos, pues ayuda a recordar detalles que pueden ser importantes para conocer la propia “lógica” del descubrimiento o los bloqueos.

Por último, es importante recordar que a resolver problemas se aprende lentamente y con esfuerzo, y hace falta que el profesor esté convencido de que su mejor empresa es que sus alumnos aprendan a pensar por sí mismos contando con sus orientaciones.

Bibliografía

Callejo, M. L.: *Un club matemático para la diversidad*. Col. Secundaria para todos. Narcea. Madrid, 1994.

Lester, F. K.: “Musings about Problem-Solving Research”. *Journal for Research in Mathematics Education*. 1994, n.º 25(6), pp. 660-675.

Mason, J.; Burton, L.; Stacey, K.: *Pensar matemáticamente*. Labor-Mec, 1992 (Original 1982).

Pólya, G.: *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas, México, 1965.

Puig, L.: *Elementos de resolución de problemas*. Col. Mathema. Comares. Granada, 1996.

Schoenfel, A. H.: *Mathematical Problem Solving*. Academic Press. Nueva York, 1985.

Schoenfeld, A. H.: “A Brief and Biased History of Problem Solving”. *Teaching and Learning: A Problem-Solving Focus*. F. C. Curcio (Ed.), NCTM, Reston VA, 1987, pp. 27-46.

Suydam, M.: “Indications from Research on Problem Solving”. En: *Teaching and Learning: A Problem-Solving Focus*, F. C. Curcio (Ed.), NCTM, Reston, 1987.