

## Graduación de la dificultad en los Juegos de Nim

J.A. Rupérez Padrón y M. García Déniz

-Club Matemático<sup>1</sup>-

Los juegos de tipo NIM tienen como característica común ser para dos jugadores que disponen de una cierta cantidad de piezas al comienzo del juego y que deben tomar alternativamente en una determinada cantidad (fija o variable) hasta conseguir que sólo quede una sola pieza sobre la mesa que al ser tomada por el último jugador da por terminado el juego.

Las diferencias entre las distintas variantes del juego están en las tres fases del mismo:

- a. En la cantidad y disposición de las piezas iniciales.
- b. En las reglas para tomar las piezas.
- c. En el objetivo final.

Con respecto a las piezas iniciales, el caso más sencillo consiste en que éstas estén todas acumuladas en un único montón. En este caso, las piezas se pueden tomar en número variable (1, 2 o 3 en cada ocasión, por ejemplo).

Una segunda situación consiste en que las piezas iniciales formen dos o más montones con diferente cantidad de piezas cada uno. En ese caso hay elección entre dos posibilidades para tomar las piezas en cada jugada: o coger cualquier cantidad de un montón, o coger una misma cantidad fija en cada uno de los montones.

Una tercera variación consistirá en que las piezas puedan estar alineadas según una configuración geométrica determinada: en una línea recta, en varias líneas rectas, en una circunferencia, en los vértices de un polígono cualquiera, o configurando el interior de un rectángulo. En cada caso las reglas para tomar las piezas son más bien del segundo tipo, exigiéndose la contigüidad para tomar más de una a la vez.

En cuanto al objetivo final, solamente hay dos posibilidades:

- El que toma la última pieza pierde (la más común).
- El que toma la última pieza gana.

Veamos algunos ejemplos de cada una de estas variaciones en el juego del NIM.

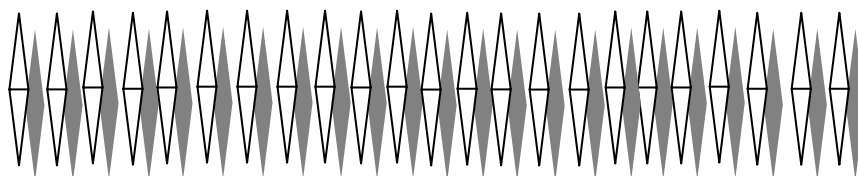
---

<sup>1</sup> El Club Matemático está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón**, del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna), y **Manuel García Déniz**, del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife).  
[mgarden@gobiernodecanarias.org](mailto:mgarden@gobiernodecanarias.org) / [jrppad@gobiernodecanarias.org](mailto:jruppad@gobiernodecanarias.org)



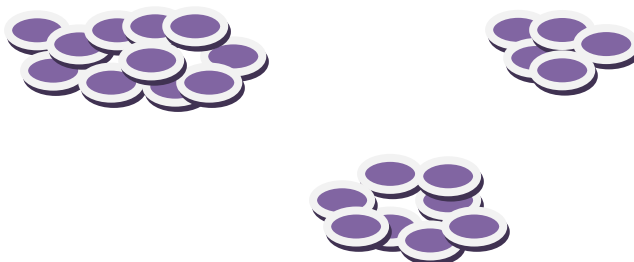
### Quién coge el último pierde (primera versión)

Se colocan 23 palillos sobre una mesa, tal como indica la figura. Cada jugador tomará, alternativamente, uno, dos o tres palillos por vez, según prefiera. Perderá el jugador que se vea forzado a coger el último.



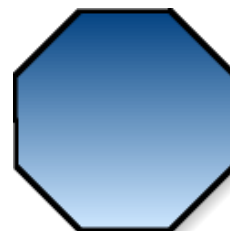
### Quién coge el último pierde (segunda versión)

Se forman tres montones de piedras (o palillos, monedas, fichas, etc.), poniendo en cada uno de ellos, por ejemplo, de 5 a 10 piezas. Los jugadores retiran alternativamente una o más piezas de un solo montón. Gana el que coge la última pieza.



### Simetría

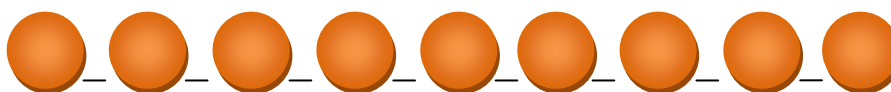
Se colocan las fichas en las esquinas de un polígono grande (ver el ejemplo con un octógono). Cada jugador extrae por turnos una ficha o dos adyacentes. El jugador que extrae la última ficha gana.



### Último movimiento

Necesitas 9 fichas. Las reglas son:

1. Los jugadores ponen las 9 fichas, una en cada celdilla, en el tablero y eligen quién es el primero en jugar.
2. Los jugadores, por turno, retiran una ficha o dos adyacentes (si existen dos de tales fichas).
3. El ganador es el jugador que retira la última o las dos últimas fichas.

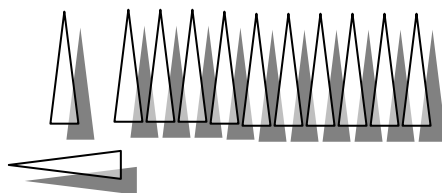


## Juego de clavas

Este es un juego del famosísimo Henry E. Dudeney. En este antiguo juego las clavas eran generalmente cónicas y se disponían en una línea recta.

Al principio eran tumbadas con una maza que se arrojaba desde cierta distancia. Más tarde, los jugadores introdujeron las bochas, como mejora a la maza.

Simplemente se colocan en línea recta trece clavas o peones, unos cerca de otros, y luego se retira el segundo, como muestra la figura.



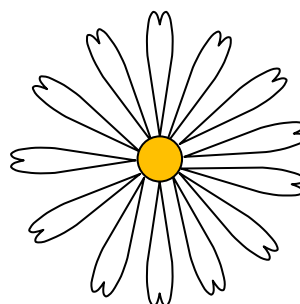
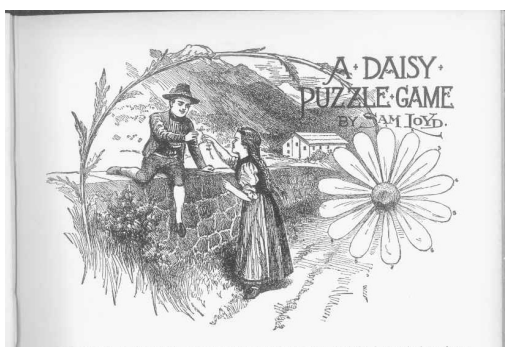
Los jugadores son tan expertos que siempre podrán derribar cualquier clava aislada, o dos clavas que estuvieran una al lado de otra. Ganará el jugador que derribe la última.

Todo lo que hay que hacer es derribar con el dedo, o retirar cualquier clava individual, o dos clavas vecinas, jugando alternativamente hasta que uno de los dos jugadores realice el último acierto, y, por tanto, gane.

Recuerden que la segunda clava debe ser retirada antes de comenzar a jugar, y que si derriban dos a la vez, deben ser dos vecinas, ya que en el juego verdadero, la bocha no podía hacer más que esto.

## El acertijo de la margarita

Esta vez el autor es Sam Loyd, rival de Dudeney en el campo de los acertijos.



El juego se plantea en la ilustración por medio de una margarita de trece pétalos. Lo juegan dos personas que deben turnarse para dejar pequeñas marcas en uno o dos pétalos contiguos. Gana la persona que cubre el último pétalo, dejándole a su contrincante el tallo.

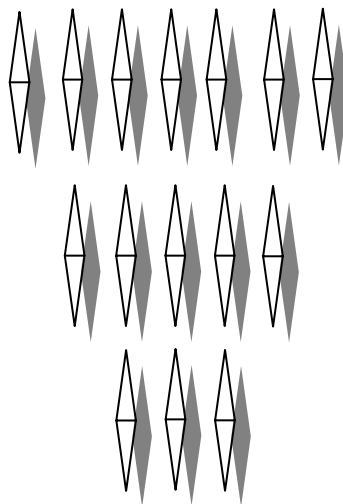
¿Puede alguno de nuestros aficionados decirnos quién ganará este juego –el primero o el segundo jugador-, y qué sistema debe seguir para poder ganar?



### Cómo ganar al siete-cinco-tres

El juego del “siete-cinco-tres”, tan simple como engañoso, requiere dos participantes. Tres hileras de palillos es cuanto hace falta para su desarrollo. Los jugadores se turnan para retirar los palillos y el ganador será aquel que obligue a su adversario a retirar el último que quede en la última hilera.

Distribuya 15 palillos en tres hileras de este modo:



Solamente existe una regla: en cada turno pueden retirarse tantos fósforos como se desee, a condición, sin embargo, de que todos ellos se tomen de la misma hilera.

### Quién llega a cien gana

Ésta es una variante curiosa pues no se juega con objetos sino con números y adiciones. Consiste en lo siguiente:

- Partiendo de cero y alternativamente, los participantes deben ir sumando cantidades hasta llegar a 100.
- Estas cantidades no deben ser superiores a 10. Es decir, sólo son válidas las comprendidas entre 1 y 10, ambas inclusive.
- Gana quien totaliza 100.

Existe una estrategia con la que resulta casi imposible perder. ¿Cuál es?

Este tipo de juegos lógicos son fáciles de utilizar en la clase por la sencillez del material utilizado, por la simplicidad de las reglas de juego, por el escaso tiempo que consumen las partidas y, especialmente, porque resulta una manera atractiva de enseñar pensamiento lógico, resolución de problemas y la búsqueda de estrategias ganadoras.

Los juegos de extracción de piezas como el NIM tienen una cosa muy interesante desde ese punto de vista: pueden ser completamente analizados y, además de diversas maneras. Si sabes lo que estás haciendo, puedes ganar siempre.

Las estrategias que pueden ser utilizadas en estos juegos son de tres tipos fundamentalmente:

- a. Estrategias numéricas. En los más sencillos se trata simplemente de encontrar una secuencia numérica ganadora. En los más complejos, encontrar una asimilación entre las reglas del juego y el sistema de numeración de base 2.
- b. Estrategias de configuración. Encontrar figuras formadas por las piezas en situaciones ganadoras y tratar de usarlas en los distintos momentos del juego.
- c. Estrategias de simetría. Tratar de encontrar situaciones que restablezcan el equilibrio después de la jugada del adversario. Usar para ello estructuras espacialmente simétricas.

Es importante tener un buen método de acercar esta manera de trabajar con los alumnos.

Primero se ha de presentar el juego y explicar las reglas hasta que hayan sido comprendidas. A continuación se pedirá que jueguen libremente para familiarizarse con él. Después de esta fase se debe preguntar si creen que algún jugador tiene ventaja. Si creen que podrán ganar siempre a cualquier otro jugador. Si tienen asegurada la “estrategia” a seguir en cualquier circunstancia, haga lo que haga el contrario.

En este momento se les invita a descubrir esa estrategia ganadora como si de resolver un problema se tratase. Utilizar una estrategia general y, en el momento oportuno, utilizar las estrategias específicas.

Las que se dan a continuación provienen de las publicaciones del Shell Center y dan muy buen juego.

- Intenta algunos casos simples
- Encuentra un diagrama práctico
- Organiza sistemáticamente
- Haz una tabla
- Patrones de puntos
- Usa los patrones
- Encuentra una regla general
- Explica por qué funciona
- Comprueba regularidades

Esperamos que encuentren atractivo este juego en alguna de sus variantes y lo prueben, primero ustedes y luego con sus alumnos. Tendrán muchas satisfacciones, se lo aseguramos.

En el próximo artículo de esta sección, aparte de lo que pueda venir desde nuestros lectores, haremos una segunda parte dedicada al tratamiento de este juego en la clase, donde daremos un amplio panorama sobre estrategias, notaciones, desarrollos, soluciones y ampliaciones o variantes del mismo, así como bibliografía y sitios web donde se pueden encontrar simulaciones de estos juegos, y por supuesto las estrategias ganadoras, detalladamente explicadas, de cada uno de los juegos presentados.

Buen provecho. Afectuosamente,

**Club Matemático.**

