



## Alicia Boole Stott y la cuarta dimensión

Irene Polo-Blanco  
Universidad de Cantabria  
e-mail: [i.poloblanco@gmail.com](mailto:i.poloblanco@gmail.com)

A Alicia Boole Stott se la recuerda todavía por su contribución a la geometría en cuatro dimensiones. Como mujer nacida en la segunda mitad del siglo XIX, sus oportunidades educativas se vieron muy reducidas, viviendo la mayor parte de su vida adulta como ama de casa. A pesar de todo, obtuvo muy importantes resultados en matemáticas gracias a su sorprendente capacidad para visualizar la cuarta dimensión. Boole Stott calculó las secciones tridimensionales de los **politopos** regulares en cuatro dimensiones (esto es, los análogos a los sólidos platónicos en cuatro dimensiones) y descubrió muchos de los politopos semi-regulares en cuatro dimensiones. A lo largo de su vida, conoció a dos importantes geómetras de la época: **P.H. Schoute** y **H.S.M. Coxeter**, con los que colaboró trabajando en distintos aspectos de la geometría 4-dimensional.

A continuación presentamos la vida de Alicia Boole Stott, y un resumen de sus descubrimientos matemáticos.

### Una familia y una educación extraordinarias

Alicia Boole Stott, nacida en 1860 en Castle Road (Irlanda), fue la tercera de las cinco hijas del famoso logicista **George Boole** y de Mary Everest Boole. George Boole murió en 1864 a la temprana edad de 49 años, cuando Alicia tenía tan sólo 4 años. Everest Boole quedó a cargo de sus cinco hijas, disponiendo de muy pocos medios para llevar adelante a su familia. Por este motivo, Everest Boole se vio obligada a mudarse a Londres con las cuatro hermanas de Alicia, mientras que Alicia se quedó a vivir en Cork con unos familiares. A la edad de 11 años se mudó a Londres a vivir con su madre y hermanas. Las cuatro hermanas se convirtieron también en importantes figuras de la época por muy diversos motivos. Para un conocimiento detallado de la vida de la familia Boole nos referimos a [McH]. En la **Figura 2**, Alicia está presente con sus hermanas, su madre y varios descendientes.



Figura 1. Alicia Boole Stott (1860-1940).



Figura 2. De derecha a izquierda, de arriba a abajo: M. Taylor, E.L. Voynich, A. Boole Stott, L.E. Boole, M.E. Hinton, J. Taylor, M. Stott, M. Everest Boole, G. Hinton, G.I. Taylor, L. Stott.

Cabe resaltar el hecho de que las universidades inglesas de la época no ofrecían títulos a mujeres, por lo que éstas podían tan sólo aspirar a estudiar algo de literatura clásica y otras artes. Los conocimientos formales científicos de Alicia consistían tan sólo en los dos primeros libros de Euclides. ¿Cómo es posible entonces que obtuviera tan sorprendentes resultados matemáticos a lo largo de su vida? Una de las razones se debe sin duda al ambiente tan particular en el que creció y la educación especial que recibió de su madre. Everest Boole fue conocida en su época por sus peculiares ideas acerca de la educación. Escribió varios libros sobre el aprendizaje de las matemáticas, y creía fervientemente en la importancia de la temprana estimulación de los niños para un buen aprendizaje de la geometría y otros aspectos de matemáticas. Durante los años que vivieron en Londres, Everest Boole recibía numerosas visitas en su casa, entre las que se encontraba la del aficionado matemático **Howard Hinton**. Hinton era un profesor de matemáticas de escuela, y poseía un enorme interés en la cuarta dimensión. Se hizo famoso con su libro *The fourth dimension* [H2], en el que el tema de la cuarta dimensión es tratado desde un punto de vista filosófico. Durante sus visitas a la familia Boole, Hinton solía juntar varios cubos de madera intentando hacer visualizar a las cinco hijas el hipercubo en cuatro dimensiones. Esto inspiró enormemente a Alicia en su futuro trabajo, y pronto comenzó a sorprender a Hinton con su habilidad para visualizar la cuarta dimensión. Alicia contribuyó a escribir parte del libro [H1].

dimensiones. Esto inspiró enormemente a Alicia en su futuro trabajo, y pronto comenzó a sorprender a Hinton con su habilidad para visualizar la cuarta dimensión. Alicia contribuyó a escribir parte del libro [H1].

### Modelos de politopos

Alicia se casó con el actuario Walter Stott en 1890, con el que tuvo dos hijos: Mary y Leonard. Inspirada por Howard Hinton, Boole Stott comenzó a investigar los politopos en cuatro dimensiones en su tiempo libre a medida que sus hijos crecían. En esa época, Boole Stott trabajó de manera completamente independiente, sin ningún contacto con el mundo científico, y demostró la existencia de los seis politopos regulares en cuatro dimensiones. Estos politopos fueron enumerados por primera vez por **Ludwig Schläefli** en 1850 (publicados tras su muerte en 1901 en [S]), y son los análogos de los sólidos platónicos en cuatro dimensiones. Los seis politopos regulares 4-dimensionales reciben el nombre de *hipercubo*, *hipertetrahedro*, *hiperoctahedro*, *24-cell*, *120-cell* y *600-cell*. Además de demostrar la existencia de dichos politopos, Boole Stott calculó sus secciones tridimensionales y las construyó en **modelos** de cartón coloreados.

En el año 1894, el geómetra holandés Pieter Hendrik Schoute publicó su artículo [Sch] en el que calculaba por métodos analíticos las secciones centrales de los seis politopos regulares en cuatro dimensiones. Boole Stott supo acerca de dicha publicación por medio

de su marido Walter Stott. Después de comprobar que los resultados de Schoute y los suyos coincidían, Boole Stott envió fotos de sus modelos que ilustraban no sólo la sección central de cada polítopo, calculada por Schoute, sino las series completas.

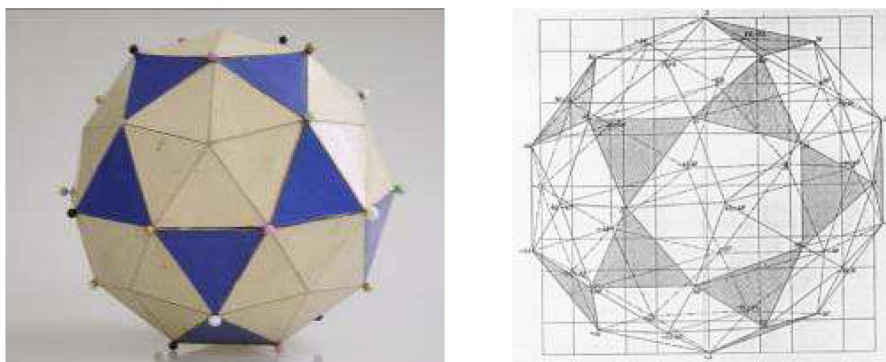


Figura 3. Sección central del 600-cell. Izquierda, modelo de Boole Stott. Derecha, dibujo de Schoute en [Sch].

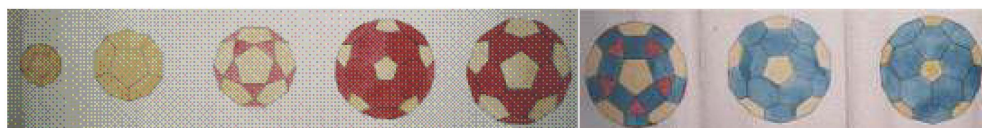


Figura 4. Dibujos de las secciones paralelas del 120-cell. Universidad de Groningen.

Muy sorprendido con los resultados de Boole Stott, Schoute le contestó inmediatamente proponiéndole una colaboración conjunta que duraría casi 20 años, hasta la muerte de Schoute en 1913. Durante ese período, Schoute viajaba a Inglaterra en las vacaciones de verano, donde trabajaba con Boole Stott en diversos temas de la cuarta dimensión. Su colaboración combinaba las capacidades extraordinarias de Boole Stott para visualizar la cuarta dimensión y los métodos analíticos de Schoute. El trabajo de Boole Stott culminó con un doctorado honorario otorgado a esta mujer por la Universidad de Groningen en 1914, como reconocimiento por su contribución a la geometría en cuatro dimensiones.

## Publicaciones de 1900 y 1910

Boole Stott publicó sus resultados en dos artículos: [BS1] en 1900 y [BS2] en 1910. El primero de ellos representa un estudio exhaustivo de las secciones tridimensionales *paralelas* de los seis polítopos regulares. Dichas secciones son el resultado de intersecar espacios tridimensionales con el polítopo, siendo dichos espacios tridimensionales paralelos a una de las caras tridimensionales del polítopo.

Los dibujos en la Figura 4 representan las secciones paralelas del 120-cell. En la siguiente Figura 5 vemos los modelos construidos por Boole Stott de las secciones *diagonales* del 600-cell (en las secciones diagonales, los espacios tridimensionales considerados son perpendiculares al segmento que conecta uno de los vértices con el centro del polítopo).

En relación al método utilizado por Boole Stott en su artículo, varios puntos merecen ser mencionados. Al igual que un sólido platónico puede ser desdoblado a un plano, un polítopo de cuatro dimensiones puede ser desdoblado a un espacio tridimensional. Una vez en dicho espacio los cálculos de las secciones se simplifican considerablemente, facilitando en gran medida su visualización. En la Figura 6 vemos uno de sus dibujos representando parte del hipercubo desdoblado (nótese que al desdoblarse, varios de los vértices, aristas etc. aparecen más de una vez, y deben ser identificados con el fin de recuperar el hipercubo original).



Figura 5. Modelos de las secciones diagonales del 600-cell. Museo de la Universidad de Groningen.

La primera sección es el resultado de intersecar un espacio tridimensional conteniendo a la celda-cubo  $ABCDEFGH$  con el hipercubo, de lo que resulta claramente el mismo cubo  $ABCDEFGH$ . Se puede ver que el resto de las secciones, al ser sus caras paralelas a la celda-cubo, consisten también en cubos. Con este ejemplo simple, Boole-Stott desea ilustrar la técnica de su método. Las secciones del resto de los polítopos vienen también acompañadas con dibujos similares y explicadas en detalle en [BS1].

En su segundo trabajo [BS2], Boole Stott desarrolló un método para obtener polítopos semi-regulares a partir de regulares. Su método consiste en aplicar la operación *expansión* (y su inversa, *contracción*) a un polítopo regular dado (esto es, se desplaza el conjunto de sus vértices -equivalentemente aristas, caras, etc.- del centro del polítopo hasta que el resultado forma un polítopo semi-regular). Un caso particular tridimensional puede apreciarse en el dibujo de Boole Stott de la Figura 7.

Aplicando estas operaciones a polítopos regulares en cuatro dimensiones, Boole Stott obtuvo 45 tipos de polítopos semi-regulares. Aunque dichos polítopos son conocidos por el trabajo de Whythoff de 1918 [W], fueron descubiertos previamente por Boole Stott.

## Colaboración con Coxeter

Después de la muerte de Schoute en 1913, Boole Stott dejó de lado sus investigaciones matemáticas para dedicarse exclusivamente a su vida de ama de casa. En 1930 retomó su trabajo cuando su sobrino, el famoso físico y matemático aplicado G.I. Taylor, le presentó al geómetra H.S.M. Coxeter. Aunque Coxeter tenía tan sólo 23 años y Boole Stott 60, desarrollaron una gran amistad y

trabajaron conjuntamente en diversos aspectos de la geometría en cuatro dimensiones. No poseen ninguna publicación conjunta, pero las aportaciones de Boole Stott son conocidas gracias a numerosas referencias a ella en el trabajo de Coxeter. Su libro *Regular polytopes* [C] contiene además numerosos datos de la vida de Boole Stott, y junto con [McH] constituye la principal fuente de información sobre la biografía de Alicia.

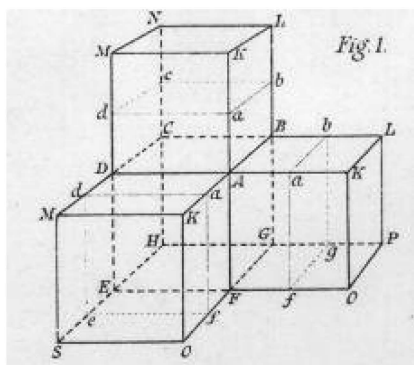


Figura 6. Parte del hipercubo desdoblado [BS1].

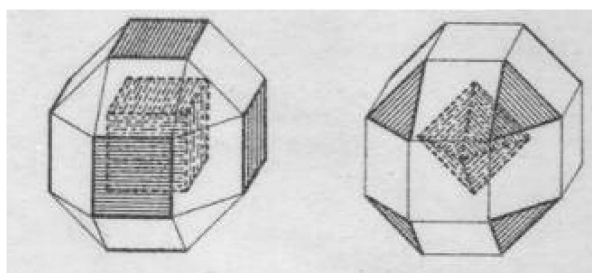


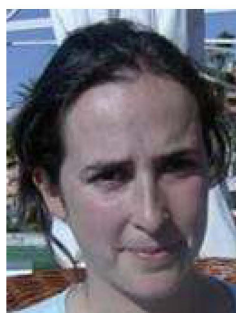
Figura 7. Expansión del cubo y del octaedro con respecto a sus caras [BS2].

## Conclusión

Alicia Boole Stott representa un excepcional ejemplo de una matemática *amateur* nacida en el siglo XIX. Aislada de la comunidad matemática, muchos de sus descubrimientos no fueron publicados. Sin embargo, dicho aislamiento pudo haber ayudado a Boole Stott a desarrollar una capacidad intuitiva hacia la cuarta dimensión muy diferente del método analítico utilizado en la época, que la conduciría a sus descubrimientos. A pesar de todo, Boole Stott es todavía recordada por su extraordinaria contribución a la geometría de cuatro dimensiones. Sus modelos y dibujos reflejan la complejidad y belleza de sus resultados.

## Referencias

- [BS1] A. Boole Stott: On certain series of sections of the regular four-dimensional hypersolids. *Verhandelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 7, 3 (1900), 1-21.
- [BS2] A. Boole Stott: Geometrical deduction of semiregular from regular polytopes and space fillings. *Verhandelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 11, 1 (1910), 3-24.
- [C] H.S.M. Coxeter: *Regular polytopes*. Publ. London, 1948.
- [H1] C.H. Hinton: *A new era of thought*. Publ. London, 1888.
- [H2] C.H. Hinton: *The fourth dimension*. Publ. New York, 1904.
- [McH] D. McHale: *George Boole: his life and work*. Publ. Dublin, 1985.
- [P-B] I. Polo-Blanco: Alicia Boole Stott, a geometer in higher dimension. Preprint.
- [S] L. Schläfli: Theorie der vielfachen Kontinuität. *Denkschriften der Schweizerischen naturforschenden Gesellschaft* 38 (1910), 1-237.
- [Sch] P.H. Schoute: Regelmässige Schnitte und Projektionen des Achtzelles und des Sechszehnzelles im vierdimensionalen Räume. *Verhandelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 1 Sectie, vol. 2, nr. 2 (1894), 3-12.
- [W] A relation between the polytopes of the C600-family. *Verhandelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 20 (1918), 966-970.



## Sobre la autora

**Irene Polo-Blanco** es licenciada en Matemáticas por las Universidades del País Vasco y Groningen (Holanda) y doctora en Matemáticas por esta última universidad. Escribió su tesis bajo la dirección de Marius van der Put, Jaap Top y Jan van Maanen sobre el tema *Modelos de superficies algebraicas*, donde combina los ámbitos de la geometría algebraica y la historia de las matemáticas. Es autora de varios artículos en revistas internacionales y *proceedings*. Ha participado en numerosos congresos internacionales, entre los que se encuentran: Research in Progress (Oxford, 2005), ICM (Madrid, 2006), Novembertagung (Paris, 2006) y Bridges (Londres, 2006). Actualmente se encuentra trabajando para la Universidad de Cantabria.