

## Nana Manur <sup>1</sup>

Rosario Nomdedeu Moreno

Gitana, ¿qué estás pensando?  
-Por mi frescura de aljibe  
el tibio Mar del Caribe  
pasa el día suspirando-.  
Sueño antillano llevando  
tu olor de hierba montuna,  
tu luz de miel y aceituna  
más allá de esta ribera.  
Gitana de primavera  
y de romance de luna.

Emilia Gallego Alfonso

Por fin había llegado el ansiado momento, ansiado y temido, iba a conocer a Nana, iba a emprender un viaje a otros espacios y otros tiempos. Los tiempos de mi primera infancia, en los que Nana llenaba largas horas de mis sueños infantiles, con sus mil trajes, su piel canela, sus túnicas de colorines y sus collares de caracolas caribeñas.

Fue hace algunas primaveras cuando Nana volvió a mi vida tras una larguísima ausencia. Mis pies descalzos se bañaban en las olas de mi tranquila playa favorita, sorteaban hermosas conchas como corazones amorosos y un

---

<sup>1</sup> Cuando se me propuso escribir un artículo para la conmemoración del centenario de la muerte de Lewis Carroll, pensé inmediatamente en escribir un pequeño relato ¿cuento? en el que Alicia fuese la presentadora de objetos matemáticos fantásticos. La coincidencia de términos entre Alicia y los fractales me llevaron a elegir a estos últimos. Ambos se sirven de transformaciones geométricas como la simetría o la semejanza, ambos dan vida a objetos inanimados, ambos crean mundos fantásticos, ambos son hijos de un matemático y ambos han traspasado las fronteras de las matemáticas y han invadido el mundo del arte. El siguiente relato es mi humilde aportación al homenaje que la Sociedad Isaac Newton quiere brindar a Lewis Carroll, conecta con una lectura realizada en mi infancia y de la que no me queda más que el recuerdo de algunas imágenes y de la estrofa que transcribo al final del relato. ¿Alguien podría darme pistas para recuperar este cuento?

especialísimo olor a salitre me embargaba mientras la sierra próxima se recortaba contra el rotundo color turquesa del cielo mediterráneo. La perfectísima recta del horizonte separaba aquel luminoso cielo de los misterios que guarda el mar, historias de otros tiempos, otros paisajes y sobre todo otras criaturas, como las regordetas brujas del mar, nada parecidas a las otras de los cuentos de terror, de caras largas y espaldas encorvadas<sup>2</sup>. Estas brujas gorditas no andan en escobas, no vuelan en madrugadas como escuálidas lechuzas, no hechizan a los niños y niñas con satánicos brebajes. Las brujas marinas van provistas de una varita que transporta a las niñas y niños a un país maravilloso llamado Caleidilandia, y les hechizan con el sonido de una caracola para que sueñen y vivan las fantasías más deseadas.

Mis pies se bañaban en aquel sutil encaje que forman las olas en las playas tranquilas, en tanto que su susurro me sumergía en ensoñaciones a las que vino a sumarse Nana como acudiendo a una cita antiquísima. Sentí la presencia de Nana con tal fuerza, que dudé de mi propia identidad. ¿Eran aquellos mis pies o los de Nana?, ¿los bañaba mi mar o el suyo?, ¿eran mis brujas regordetas las mismas que salen de noche a parir en la arena de las playas del Caribe?, ¿éramos dos o una sola, Nana y yo? Recordé que Alicia experimentó en Caleidilandia algo parecido. Donald y ella se fundieron tan íntimamente que las experiencias, sensaciones y emociones de una eran experimentadas como propias por el otro, quien creía estar debatiendo con el rey y la reina del ajedrez, como si él mismo hubiera viajado al otro lado del espejo<sup>3</sup>.

Después de ese día he vuelto cada primavera, por Santa Quiteria, a mi playa favorita, y cada vez la blanca filigrana que tejen las olas al morir dulcemente sobre la dorada arena, me ha capturado. Adentrarse en la espuma de las olas es una experiencia extraña y magnífica. Los paisajes que vas encontrando en este viaje son verdaderas obras de arte. La extrañeza proviene de lo que parece un hechizo: por mucho que camines, aunque te adentres más y más en el espumoso paisaje, casi todo permanece idéntico, como si no te movieras de un mismo lugar. Sólo percibes que has cambiado de sitio por los olores, las temperaturas, los sonidos, algún encuentro... Unas veces huele a azahar, otras a frutas tropicales; unas veces sientes el frescor de la brisa mediterránea, otras el húmedo calor del trópico...

Yo encontré, uno de esos días mágicos de Santa Quiteria, a mi amigo Donald. Venía a la playa en busca del hechizo de las brujas marinas para viajar a Caleidilandia, donde le esperaba Alicia, experta en espejos y maravillas.

<sup>2</sup> Elena Beatriz Corujo Morales. *Isla de Pinos; Tesoros y Leyendas* (1994). Ed. Publigráf. Ciudad de La Habana. Cuba

<sup>3</sup> Walt Disney, *Donald en el País de las Matemáticas* (1992). Buenavista Home Vídeo S.A.

Donald dice que, igual que en la espuma de las olas, en cualquier lugar de Fractilandia, caminas y caminas y cada escena se asemeja tanto a la anterior que no se aprecia el movimiento. Tienes que agudizar el resto de los sentidos para percibir la sensación de que estás avanzando.

¿Has visitado algún otro lugar de Fractilandia, Nana? -me preguntó-. En Fractilandia, existe mayor variedad de paisajes que en la Tierra, todos dignos de una galería de arte moderno. Hay montañas, nubes, árboles, ríos, flores<sup>4</sup>, ... muy parecidas a las nuestras y otras muy diferentes, incluso los fantásticos personajes de los cuentos infantiles son habitantes legítimos de Fractilandia, como los vistosísimos y terribles dragones, que lanzan fuego por su boca<sup>5</sup>. - Tal vez por eso, en mi espuma mediterránea me encontré con mi caribeña amiga Nana, la Nana de mis sueños, la Nana de mi primer cuento infantil:

«Nana Manur tiene mil trajes  
con los que juega por los boscajes  
túnicas lleva de colorines  
y nunca rompe sus calcetines  
lleva collares de caracolas  
que ella recoge junto a las olas...»

### Actividad

El relato ha sido utilizado para introducir una actividad en un grupo de alumnos y alumnas de tercer curso del Bachillerato Unificado y Polivalente (BUP), durante el final del primer trimestre del curso 1997-98, con una duración de seis semanas<sup>6</sup>, en el centro Instituto de Bachillerato Almassora (Castellón, España).

### Objetivos

Mejorar las capacidades de Imaginabilidad<sup>7</sup> y de Asignación de significados<sup>8</sup>. Mejorar la capacidad de conjeturar a partir de la manipulación de objetos, razonar, prever, ver alternativas, descubrir explicaciones que desvelen ciertos «misterios», de asombrarse y disfrutar con la actividad matemática.

<sup>4</sup> [http://blanche.polytechnique.fr/lactamme/Mosaic/descripteurs/demo\\_14.html#ArtisticCreation](http://blanche.polytechnique.fr/lactamme/Mosaic/descripteurs/demo_14.html#ArtisticCreation)

<sup>5</sup> <http://www.lm.com/~tellis/art/dragon.jpg> y también [http://www.yahoo.com/Arts/Visual\\_Arts/Computer\\_Generated/Fractals/Artists/Tom's Computer Generated Gallery](http://www.yahoo.com/Arts/Visual_Arts/Computer_Generated/Fractals/Artists/Tom's_Computer_Generated_Gallery)

<sup>6</sup> Aunque las cuestiones surgidas han ido reapareciendo a lo largo del curso.

<sup>7</sup> En el sentido utilizado por F. Hernán (1991) en "Retrato de una profesión imaginaria"

<sup>8</sup> Fernando Savater en "El valor de educar".

## Contenidos

**Conceptuales.** Fractales. Números complejos. Traslación, simetría, giro, semejanza. Hélices, concoespirales, espirales, cónicas, sinusoides. Ecuaciones de curvas en coordenadas cartesianas y polares. Matrices de transformaciones geométricas sencillas.

**Procedimentales.** Representación de curvas en coordenadas cartesianas y polares, con cambios de escala y cambios de sistema de referencia. Generación de fractales mediante construcciones euclídeas, por sucesiones complejas iteradas y por sistemas de funciones iteradas

**Actitudinales.** Aspecto lúdico de las matemáticas, aspecto estético, las emociones como guías en el quehacer matemático.

Estos contenidos surgieron de la lluvia de ideas como consecuencia de las relaciones que el alumnado estableció.

## Desarrollo de la actividad

1. Lectura individual del texto.

2. Una lluvia de ideas sobre las dificultades de comprensión, curiosidades, deseos, miedos, dudas y otras emociones que suscita la lectura del cuento, inicia la inmersión en el marco de trabajo.

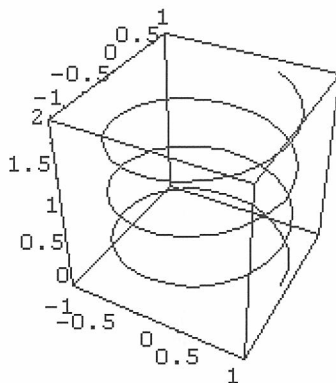
Para ayudar a realizar este ejercicio propuse que escribieran, rápidamente, en tres minutos, tres dudas, tres emociones y tres relaciones que les hubiera suscitado la lectura.

3. El agrupamiento y estructuración de los conceptos aparecidos<sup>9</sup> delimitó el marco de trabajo y definió los atractores: fractales, caracolas, autosemejanza e iteración.

4. Sucesivas profundizaciones nos llevaron a través de las líneas de fuerza emitidas por los atractores.

Para ilustrar cómo se desarrolló la actividad, describiré una pequeña parte del proceso:

Comencé con el *cuento* para negociar los contenidos. La sesión siguiente comenzó trabajando con un *tubo* de papel higiénico, observando sus bordes, su línea de sutura, las proyecciones de estas curvas, la deformación del borde por aplastamiento,

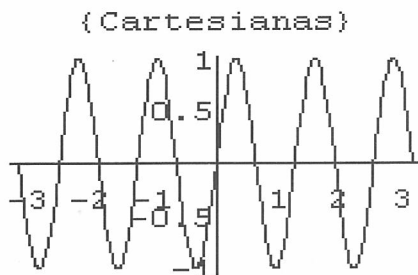


<sup>9</sup> a) Espuma/Fractal/Fractilandia/Koch/Fracciones/ Recta/Continuación

b) Caracola/Seno/ /Espiral/Cónica/ Continuación/ Recta

recogiendo las expectativas del grupo respecto a la forma que obtendríamos al despegar por la línea de sutura, etc. De esta actividad surgieron las sinusoides y las cónicas. Reforcé la actividad con el visionado de la cinta "Equacions paramètriques de les corbes" de Open University, tras lo cual mejoró la comprensión de las proyecciones y de las ecuaciones paramétricas de la circunferencia.

El romboide del desarrollo nos conectó con los paralelogramos y sus áreas. De ahí se plantearon cuestiones acerca de polígonos regulares y sus áreas así como la del círculo. Tras la deformación del tubo por aplastamiento, se conjeturó acerca de la ecuación y el área de la elipse. Luego se analizaron semejanzas y diferencias de la línea de sutura del tubo con el gusanito de un cuaderno, una pulsera ibera o una columna salomónica. Tras dos sesiones fuimos al aula de informática y trabajamos la función seno en *Derive* para ver los efectos del cambio de escala y de las dilataciones para lo cual les propuse el siguiente ejercicio:



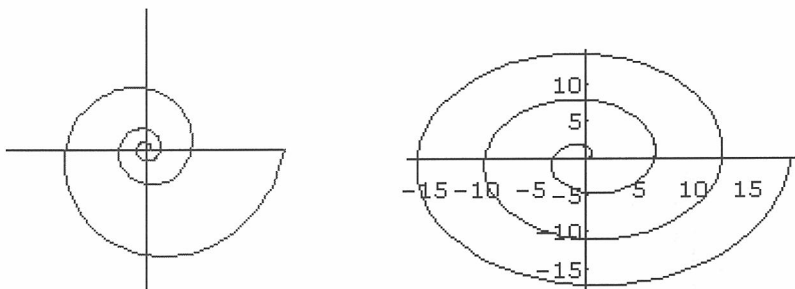
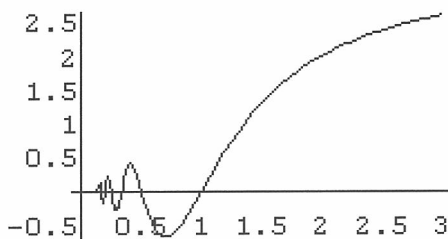
¿Cuáles de las siguientes filas producen idéntica gráfica con los datos de las dos columnas?

A.-	Escala 1,1 $y = \sin(x)$	Escala 5,2 $y = 2 \sin(5x)$
B.-	Escala 5,1 $y = \sin(x)$	Escala 1,2 $y = 2 \sin(5x)$
C.-	Escala 5,1 $y = \sin(x)$	Escala 1,2 $2 y = \sin(5x)$
D.-	Escala 5,2 $y = \sin(x)$	Escala 1,1 $y = 2 \sin(5x)$
E.-	Escala 5,2 $y = \sin(x)$	Escala 1,1 $2 y = \sin(5x)$

Las dificultades que aparecieron me indujeron a completar la actividad con el visionado de la cinta "Functions and graphics"<sup>10</sup> de Open University. Dedicamos tres sesiones más para afianzar la destreza en conjeturar la forma de la curva observando parámetros en su ecuación que indicaran traslaciones, dilataciones, semejanzas o giros<sup>11</sup>, material muy bien tratado en la mencionada cinta.

La siguiente sesión comenzó manipulando una *peonza* (con su cuerda arrollada), un *cucurucho* de papel (envoltorio de un helado) y varias *caracolas* y caracoles.

Aparecieron nuevamente variaciones sobre la función seno, también hicieron acto de presencia la espiral aritmética y la espiral geométrica. Construyeron tablas para conjeturar las ecuaciones y pasamos a la interpretación cartesiana de las ecuaciones polares de las espirales, es decir ecuaciones de rectas y exponenciales. Este trabajo permitió abordar la cuestión de la conversión entre coordenadas cartesianas y coordenadas polares. Por último, como objeto de interés en relación a las transformaciones en el plano, a través de *Internet*,

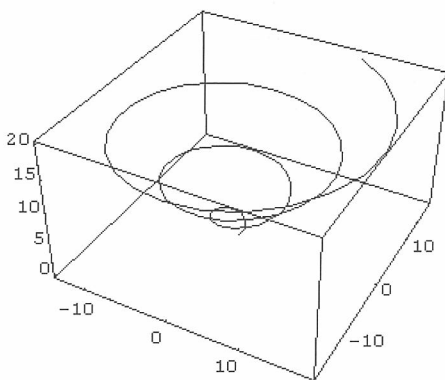
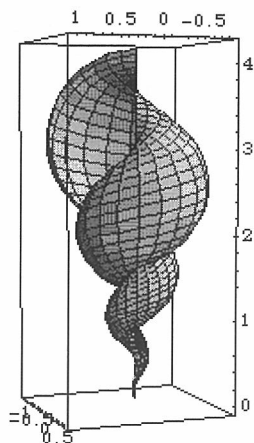


<sup>10</sup> SOLOMON, Alan. M101 Mathematics Foundation Course. Bl. II. Unit 1. *Functions and graphics*. Open University

<sup>11</sup> Iniciado durante las semanas anteriores en un trabajo sobre polígonos y poliedros, frisos y mosaicos, cuyo atractor fue el pentágono y que publicará próximamente Ed. Graó en la revista UNO.

vimos la página de J. Osuna<sup>12</sup> sobre fractales, que expone de modo muy sobrio y didáctico, gracias al uso de imagen animada, la generación de fractales mediante sistemas de funciones iteradas.

5. Otros materiales útiles en el estímulo de la capacidad de imaginabilidad:
  - a) El libro de espejos y el caleidoscopio óptico.
  - b) Cintas de vídeo “Del plano al espacio”, “Donald en el país de las matemáticas”.
  - c) Páginas Web de Internet con temáticas acerca de poliedros<sup>13</sup>, espirales y acerca de Alicia<sup>14</sup>.



### Autoevaluación de capacidades

Procedimiento: Pedí a mis alumnas y alumnos que rellenaran rápidamente, sin reflexionar, las casillas de una tabla que expliqué previamente. La entrada de las filas era la de la tabla adjunta. La entrada de las columnas era MM, M, I, P, MP cuyo significado figura al pie de la gráfica.

El objetivo era obtener información acerca de cómo estaban sintiéndose en el transcurso de la experiencia, pues sin sensación de progreso es difícil -a mi entender- introducir cambios de estilo en el aula. De ahí que me viera impelida a indagar sobre su sentimiento de progreso en cierto conjunto de capacidades.

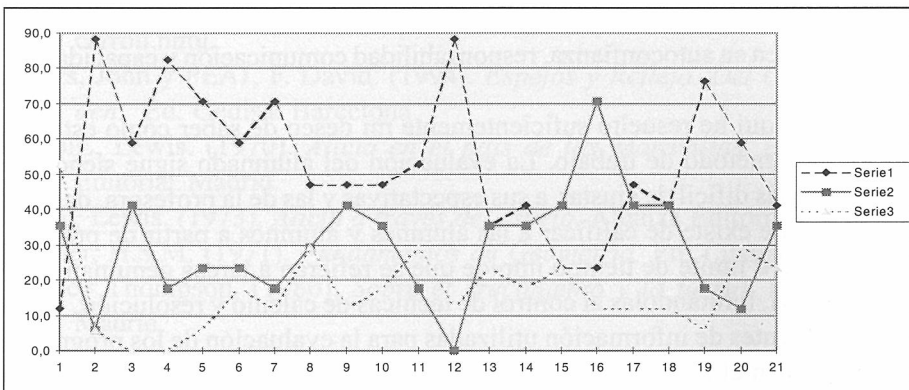
<sup>12</sup> (<http://web.jet.es/josuna/>)

<sup>13</sup> (<http://www.teleport.com/~tpgettys/poly.shtml>)

<sup>14</sup> (<http://www.lewiscarroll.org/carroll.html>)

Resultados (en %)

Capacidad de	MM y M	I	P y MP
1 Discernir	11,8	35,3	52,9
2 Autoconfianza	88,2	5,9	5,9
3 Identidad	58,8	41,2	0,0
4 Responsabilidad	82,4	17,6	0,0
5 Comunicación	70,6	23,5	5,9
6 Expresión emocional	58,8	23,5	17,6
7 Razonar	70,6	17,6	11,8
8 Conjeturar	47,1	29,4	29,4
9 Controlar	47,1	41,2	11,8
10 Buscar	47,1	35,3	17,6
11 Desvelar	52,9	17,6	29,4
12 Diversión	88,2	0,0	11,8
13 Crítica	35,3	35,3	23,5
14 Resolución	41,2	35,3	17,6
15 Contar	23,5	41,2	23,5
16 Medir	23,5	70,6	11,8
17 Calcular	47,1	41,2	11,8
18 Localizar	41,2	41,2	11,8
19 Jugar	76,5	17,6	5,9
20 Diseñar	58,8	11,8	29,4
21 Explicar	41,2	35,3	23,5



Serie 1 = MM+M= mucho mejor y mejor que antes de la actividad.

Serie 2 = Y= igual

Serie 3 = P+MP= peor y mucho peor que antes de la actividad.



## Conclusiones

Se observa claramente que la sensación de mejora se produce en una mayoría de alumnas y alumnos.

Sólo las capacidades 15 y 16 quedan mal paradas. Es curioso que estas capacidades sean *Contar* y *Medir*. Una discusión posterior desveló que la mayoría consideraba que su destreza en contar y medir estaba ya completada, por eso no podía mejorar. Sin embargo, tras un pequeño debate quedó claro que estos conceptos podían extenderse más allá de lo que es la destreza de contar y medir en su sentido más primario.

La mejora en la capacidad de divertirse en el transcurso de una actividad matemática (capacidad 12) es percibida por la mayoría. Se refuerza este resultado con el de la número 19 (*Jugar*).

Lo mismo ocurre con la *Autoconfianza*.

Más del 50% sienten que ha mejorado su *Responsabilidad*, su capacidad de *Razonar* y su *Comunicación*.

Casi el 50 % siente que ha mejorado su capacidad de *Calcular* y que son mejores en la investigación, actividad que requiere capacidad de buscar, desvelar, controlar y conjeturar.

La *Capacidad Emocional*, también es percibida en progreso por casi el 50%. Esto es fundamental para ejercitar su monitor interno<sup>15</sup> en los procesos de resolución de problemas.

Por todo lo cual, considero que este pequeño test me da suficiente información para confiar en que el clima de la clase es tal que las personas del grupo disfrutan del método, sienten que están mejorando capacidades esenciales en Matemáticas como el razonamiento, que están aprendiendo a conjeturar, diseñar, explicar, y que están progresando en su formación integral a través del incremento en su autoconfianza, responsabilidad comunicación y capacidad de raciocinio.

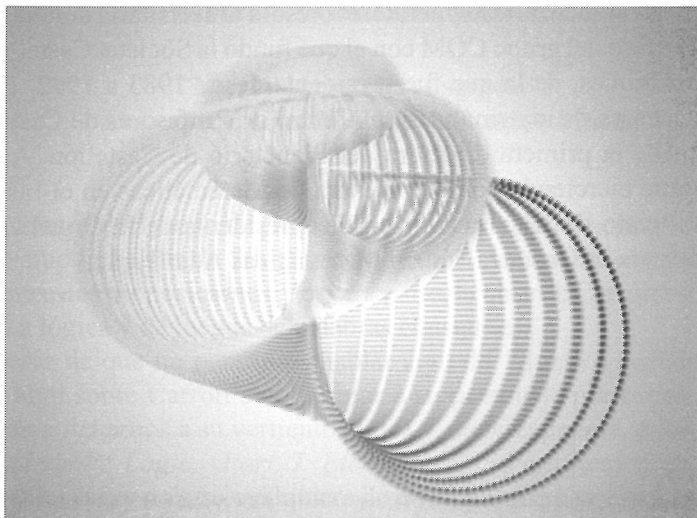
Hasta aquí he resuelto suficientemente mi deseo de saber cómo estaban viviendo el método de trabajo. La evaluación del alumnado sigue siendo el elemento más difícil de ajustar a sus expectativas y las de la profesora, dada la tradición que existe de calificar a las alumnas y alumnos a partir de pruebas escritas, cuyo límite de tiempo impide que se refieran a tareas genuinamente matemáticas, limitándolas al control de técnicas de cálculo y resolución.

Las fuentes de información utilizadas para la evaluación de los progresos alcanzados en el transcurso de esta actividad han sido: actuación en cada rol

---

<sup>15</sup> MASON, John; BURTON, Leone y STACEY, Kaye.

del grupo<sup>16</sup>, producción del grupo, cuaderno individual, proyectos e investigaciones individuales y colectivos, autoevaluación de capacidades, participación en debates, cantidad y calidad de preguntas planteadas, pruebas objetivas sobre destrezas técnicas, pruebas sobre establecimiento y prueba de conjeturas y resolución de problemas.



17

## Bibliografía

- Birenbaum, Joel M. L. *Carroll Home Page*, <http://www.lewiscarroll.org/carroll.html>.
- Briggs, John y PEAT, F. David. (1994). *Especjos y Reflejo. Del Caos al Orden*. Ed. Gedisa. Barcelona.
- Carroll, Lewis. (1970). *Alicia en el país de las Maravillas*. Ed. Alianza Editorial. Madrid.
- Carroll, Lewis. (1973). *Alicia a través del espejo*. Alianza Editorial. Madrid.
- Coxeter, H.S.M. (1971). *Fundamentos de Geometría*. Ed. Limusa. Mexico.
- D'Ancv Thompson. (1980). *Sobre el crecimiento y la forma*. Ed. Blume. Madrid

<sup>16</sup>Nomdedeu Moreno, Rosario. (1994). "Matemáticas y Coeducación." En Matemáticas y ejes Transversales de Revista UNO. Ed. Graó.

<sup>17</sup><http://blanche.polytechnique.fr/lactamme/Mosaic/images/ESCA.52.g.D/display.html>

Hernan, Francisco. (1991). *Retrato de una profesión imaginada*. Proyecto Sur de Ediciones. Granada.

Savater, Fernando. (1997). *El valor de educar*. Ed. Ariel. Barcelona..

Rosario Nomdedeu Moreno (Castellón, 1948). Licenciada en Matemáticas. Catedrática de Bachillerato. Profesora universitaria durante ocho años. Miembro del grupo COM con el que fundó la Societat Castellana de Matemàtiques, de la que fue presidenta desde 1983 a 1992. Fue la primera asesora de matemáticas del Centro de Profesores de Castellón. También fue la primera directora del Planetario de Castellón. Actualmente sigue ejerciendo como profesora de Matemáticas en el Instituto de Bachillerato de Almassora y es Vicepresidenta de la Organización Española para la Coeducación en Matemáticas Ada Byron