Sobre la estimación en la enseñanza de las matemáticas y la cubicación de maderas como situación didáctica

José Mª Núñez Espallargas

Resumen

En este trabajo se subraya la importancia de la estimación en la educación matemática y la necesidad de presentar las situaciones de aprendizaje contextualizadas. Haciendo uso de la técnica de análisis de textos históricos se presenta como ejemplo de situación didáctica la cubicación de maderas y se toma como base referencial, por la variedad de procedimientos estimativos que en él se describen, un fragmento de una antigua obra de dendrometría.

Abstract

In this work the importance of the estimation in the mathematical education is underlined and the necessity to present the learning situations contextualized is emphasized. Making use of the technique of historic texts analysis is presented as example of didactic situation the woods cubing and is taken like basis reference, by the variety of estimative procedures that in it they are described, a fragment of an old work of dendrometry.

Sobre los cálculos estimativos en el aula de matemáticas

En los currícula propuestos por el Ministerio de Educación o por las Consejerías del mismo ramo de los diferentes gobiernos autonómicos se señala como un objetivo de la enseñanza obligatoria de las matemáticas la capacidad de realizar cálculos estimativos. Pero, el profesor, al resaltar las virtudes del rigor y de la exactitud en matemáticas suele dejar este objetivo en un lugar muy secundario, por considerarlo, con frecuencia, ajeno a los verdaderos intereses de las «ciencias exactas». Nadie duda de que la prioridad de la aplicación de las matemáticas en cualquier ámbito está en la consecución de resultados lo más exactos posibles, pero también es cierto, que cuando nos movemos en el terreno de lo cotidiano son múltiples las circunstancias que nos obligan a tener que recurrir a las estimaciones. Este hecho no puede ignorarlo el docente y, si realmente quiere mostrar a sus alumnos las múltiples posibilidades instrumentales de las matemáticas, ha de presentarles situaciones bajo las cuales las estimaciones, lejos de ser desaconsejadas, deben ser utilizadas como una alternativa viable y válida en el contexto.

Consciente o inconscientemente cada día hacemos numerosas estimaciones que, sin salirnos del ámbito de la matemática escolar, afectan a los sistemas numéricos, a la medida de magnitudes, a la probabilidad o a la geometría. Señalemos unos pocos ejemplos: estimamos la edad de una persona, la porción de camino que nos falta por recorrer en una excursión fatigosa, la longitud de una calzada para cambiar el paso y poder pisar con todo el pie el bordillo de la acera, el coste de los artículos que llevamos en el carrito del supermercado, el tiempo que nos ocupará la realización de una tarea, la cantidad de sal que hemos de añadir en un guiso, el consumo de combustible de un automóvil antes de un largo viaje, la mejor manera de disponer nuestro equipaje en el maletero del utilitario, la capacidad de un antiguo aljibe excavado en la roca, el ángulo bajo el que debemos golpear la pelota para que entre en la portería, la probabilidad de que llueva al salir de casa, la forma de una piedra antes de sentarnos sobre ella sin peligro para nuestros glúteos, etc.

Los ejemplos que acabamos de exponer, junto a otros muchos que seguramente habrán acudido a la mente del lector, muestran la variedad de situaciones en las que recurrimos a las estimaciones. Pero, si fijamos nuestra atención con una finalidad didáctica, podremos descubrir algunas de las características que aparecen con mayor frecuencia en estas diversas situaciones. La primera que seguramente salta a la vista es la «premura» que requieren muchas estimaciones. En algunos casos es casi instantánea, como la del corredor de bólidos que, en plena carrera, debe evaluar la distancia que le separa de otros coches al iniciar un adelantamiento. En otros, la respuesta no es tan urgente, pero si que existe, en muchas ocasiones, el convencimiento de que el realizar una valoración más exacta va a suponer una inversión de tiempo que no podemos o no deseamos realizar. Es el caso que se presenta cuando queremos conocer el volumen todavía libre en un armario desordenado. Es claro que podríamos vaciar ese armario, medir con la cinta métrica su volumen, así como el de los variados objetos que contiene y averiguar de ese modo el volumen disponible, pero esta tarea es considerada generalmente demasiado laboriosa para realmente llevarla a cabo, por lo que suele imponerse la estimación.

Un segundo aspecto que también suele estar presente en muchas estimaciones es la sensación más o menos justificada de inaccesibilidad física. Esta inaccesibilidad puede ser espacial, como el determinar la altura máxima alcanzada por un avión de juguete teledirigido, o temporal, cuando intentamos recordar el número de participantes en las fiestas patronales del pueblo de hace cinco años.

Relacionada con la característica anterior y, en ocasiones, unido a ella está la impresión de inaccesibilidad «matemática». La cual, a su vez, puede estar asociada a la presencia de valores numéricos muy elevados, como al contar el número de piedrecitas que tenemos en el acuario, o a formas geométricas muy irregulares, como al querer conocer el volumen de un balón de futbol deshinchado.

Otro factor que podemos encontrar en toda valoración estimativa es el constituido por el conjunto de condiciones que enmarcan la situación. Así, por ejemplo, al estimar las dimensiones de una mesa no será lo mismo que sólo dispongamos de una fotografía de ella, que la veamos a través del cristal de un escaparate, o que, siendo accesible, dispongamos o no de algún tipo de instrumento de medida.

No podemos ignorar tampoco un factor esencial: la finalidad que nos lleva a hacer la estimación. Supongamos que queremos conocer las dimensiones de una mesa, es obvio que el grado de precisión exigible en la estimación no será el mismo si el objetivo del cálculo es el de averiguar si puede ser utilizada para organizar una comida para seis comensales, como tablero para realizar un campeonato de tenis de mesa o para saber si pasará por la puerta de nuestra vivienda.

Finalmente también hay que tener en cuenta, al contemplar los distintos ejemplos de situaciones cotidianas, que, aunque en todas ellas la estimación buscada se concreta en un valor numérico o en una figura geométrica, en su determinación intervienen generalmente otros elementos de índole no matemática pertenecientes a campos de conocimientos muy diversos y que intervienen decisivamente a la hora de plantear la metodología resolutiva. Es obvio, que estos contextos deben ser familiares al alumno o asequibles en su formación.

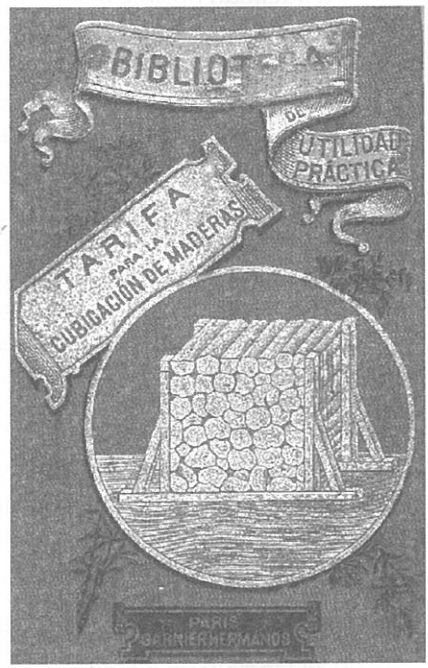
La correcta valoración de todas estas circunstancias de entorno permite elegir, entre las múltiples técnicas utilizadas en los cálculos estimativos, la más adecuada en cada caso. No podemos aquí detenernos en analizar estas diversas técnicas y sus variantes, sólo mencionaremos algunas de las más importantes, como la comparación, la simulación, la analogía, la modelización, el muestreo, la extrapolación, etc.

La importancia del contexto se hace más evidente cuando el profesor, al buscar ejemplos para sus clases tomados del mundo real, amplía el campo de lo cotidiano para incluir en él el campo del trabajo o el profesional. Aquí la variedad de situaciones en las que se plantean estimaciones es extraordinariamente abundante. Los casos del meteorólogo, del economista o del sociólogo son proverbiales, pero también, el agricultor hace una estimación del peso de las patatas que obtendrá en la próxima cosecha, el geólogo de la cantidad de mercurio que puede extraerse de una mina de cinabrio, el historiador del número de habitantes de la Gomera en el siglo XVIII, el diseñador de interiores del tamaño y forma de los muebles que puede colocar en una determinada habitación, el médico del tiempo de vida de un paciente con un cáncer terminal, el tasador del valor de una obra de arte, el biólogo del número de urogallos existentes en la Sierra de los Ancares, el político del número de votos que conseguirá en las próximas elecciones, el militar de la cantidad de bajas que causará un ataque aéreo sobre la población civil, etc. Es evidente que, en las diversas situaciones que acabamos de exponer a modo de ejemplos, la realización de las diferentes estimaciones requiere, además de los recursos matemáticos, la utilización de técnicas y conocimientos provenientes de áreas diversas y especializadas. Precisamente este factor es una dificultad que suele disuadir al docente de buscar situaciones de aprendizaje ajenas al mundo más próximo al alumno (el escolar o el hogareño).

La modesta pretensión de este trabajo es la de presentar una situación didáctica de estimación en un área profesional de modo que resulte accesible a la preparación de los alumnos de enseñanza obligatoria y útil por los conceptos y habilidades que requiera emplear. El ejemplo seleccionado aborda un problema de medida en el que la inaccesibilidad matemática no es de índole numérica sino geométrica y deriva de la diversidad morfológica de los objetos que deben medirse. Se sitúa dentro del amplio campo de las cubicaciones, es decir, de los métodos para determinar el volumen que ocupa un conjunto de objetos de formas y tamaños distintos. Existen muchas profesiones que abordan esta situación, aunque en contextos diferentes. Así, por ejemplo, los empleados de una mudanza al estimar el volumen de los muebles de una vivienda que deben trasladar. Otros profesionales que necesitan cubicar son los constructores, cuando deben evaluar el volumen de los materiales de derribo de una obra o de las tierras extraídas de una zanja para una carretera en construcción. Pero la profesión que, sin duda, ha tenido una mayor necesidad de idear métodos propios de estimación de volúmenes es la de maderero para poder evaluar, lo más exactamente posible, la cantidad y el valor de la madera aprovechable en una tala.

La cubicación de maderas como situación didáctica

Desde hace ya tiempo venimos propugnando las ventajas didácticas que ofrece el empleo de los recursos históricos en la enseñanza de las matemáticas y, especialmente, los fragmentos seleccionados de antiguos manuales o monografías de distintos ámbitos profesionales. Estas referencias nos permiten situar un problema en un contexto real, quizás vinculado a una situación poco familiar al alumno, pero capaz, precisamente por ello, de atraer su atención, y en el que se requiere la utilización de un bagaje matemático de un nivel muy próximo al suyo. Se intenta conseguir, de este modo, la puesta en práctica de los conocimientos y técnicas aprendidos, así como una mejor valoración de las matemáticas como medio para resolver multitud de situaciones del mundo real.



Por lo que se refiere al tema que nos ocupa, la cubicación de maderas, podemos encontrar varias obras antiguas editadas en lengua castellana. Todas ellas, básicamente, constan de una breve introducción que sirve de ayuda para interpretar el extenso conjunto de tablas de doble o triple entrada que sigue, y en las que se interrelacionan medidas de los tablones con los volúmenes y/o los precios en el mercado. La obra más antigua de la que tenemos noticia es la de Arizmendi de finales del siglo XVIII, que nos presenta numerosas tablas con las dimensiones de maderas ya cortadas y preparadas para su utilización en la construcción de barcos y edificios; pero que tiene la doble dificultad de no explicar métodos de cubicación y de referirse a unidades de medida anteriores al Sistema Métrico Decimal. La de Vidal y Soler, aparecida ya bien entrado el siglo XIX, se refiere especialmente a los aspectos legales y comerciales, proporcionando también muy poca información sobre los métodos de cubicación. Para nuestro objetivo hemos elegido una obra publicada originariamente en Francia a mediados del novecientos, de la que una prestigiosa editorial parisién hizo, a principios del XX, una reedición cuidadosamente revisada y adaptada al SMD. El libro tuvo tan buena acogida que la editorial lanzó al mercado una versión española, que también debió de ser muy popular en nuestro país en esos años y en los posteriores a juzgar por los numerosos ejemplares conservados en las bibliotecas españolas. El texto de Francón, que así se llama su autor, describe en la introducción, de una manera sintética y clara, los procedimientos clásicos de cubicación que, a nuestro juicio, son los que están más próximos a una adaptación didáctica.

En nuestra creencia de que deben presentarse los textos manteniendo la máxima fidelidad posible a su forma original (quedando a criterio del profesor la adaptación a su grupo particular de alumnos), reproduciremos, con pocas alteraciones, el fragmento de la obra de Francón correspondiente a la introducción. Suprimimos los ejemplos numéricos y algunos comentarios referidos a tipos de maderas concretas que creemos innecesarios para la comprensión general del texto y que alargarían excesivamente este trabajo. Hemos hecho también algunas pequeñas correcciones gramaticales y estilísticas para suavizar los numerosos galicismos presentes en la traducción anónima.

Comienza el autor por dar los conceptos y la terminología básicos utilizados por el maderero para designar las diferentes partes del árbol, para seguir, a continuación, describiendo los métodos para estimar el volumen del tronco comparándolo con el de cuerpos geométricos conocidos:

Conviene distinguir las diferentes partes de que se compone un árbol, porque no se cubican de idéntica manera. La parte aérea (sobre la superficie de la tierra) comprende el tallo, *que va, desde el nivel del suelo, al último botón. Las ramas suelen desprenderse del tallo a partir de cierta altura. La parte desnuda del tallo, que se encuentra debajo de las ramas, se llama* fuste. *El conjunto de ramas y la parte superior forman la* cima o carda. *Se da el nombre de* tronco *a la parte del tallo cuya madera puede utilizarse en obras de carpintería, es decir, madera de* sierra, *de* raja *o de* armazón.

Vamos a ocuparnos de la cubicación del tronco o madera laborable.

Los troncos, o porciones de troncos, forman piezas aún cubiertas de corteza que se llaman grumos... *Los grumos no tienen forma alguna geométrica,* *simple ni aún constante. Su diámetro o grosor disminuye irregularmente conforme a una ley que depende, sobre todo, de las condiciones en que el árbol ha vivido y de su naturaleza. Sin embargo es muy raro que pueda asimilarse, sin incurrir en un notable error, la forma de su grumo a la de un cilindro de revolución, es decir, el cuerpo engendrado por la rotación de un rectángulo girando alrededor de uno de sus lados, o a la de un paraboloide de revolución, es decir, del cuerpo engendrado por la rotación de una parábola de segundo grado girando alrededor de su eje. Ambos sólidos se cubican muy fácilmente extrayendo el producto de la superficie de su sección media (como se llama a la sección hecha a igual distancia de los extremos) por su altura. Así el volumen V de un paraboloide de revolución es igual al producto de su sección media S por la altura L:*

$$V = S \times L$$

Este procedimiento no es suficientemente exacto, salvo cuando los grumos son lo bastante cortos para no cambiar notablemente de forma en la longitud considerada. Cuando deban cubicarse piezas de gran longitud o de forma variable es preciso seccionarlas idealmente en partes más cortas.

También se pueden cubicar los grumos midiendo las secciones en ambos extremos del grumo, hallando la media y multiplicando este valor por la longitud:

$$V = \tfrac{1}{2}(S_{principio} + S_{final}) \times L$$

Este segundo método suele emplearse muy poco, porque es, a la vez, menos rápido y menos exacto que el precedente.

El profesor puede aquí discutir con sus alumnos la base matemática del modelo propuesto para la estimación del volumen de un tronco de árbol.

El siguiente paso, una vez establecida la comparación del volumen del tronco con el de un cuerpo de revolución y dado que la longitud del grumo es fácilmente determinable, el autor, pasa a relacionar los métodos más usuales para la estimación del área de su sección recta:

Hemos dicho que se asimilaba, en la práctica de la cubicación de grumos, la forma de éstos a aquella de un cuerpo de revolución. La sección transversal de un plano perpendicular será, pues, un círculo. La superficie de un círculo puede deducirse de la medida de su circunferencia o de aquella de su diámetro. Para medir la circunferencia o el contorno de un grumo, se emplea una cinta graduada, dividida en centímetros, cuando esta circunferencia puede abarcarse fácilmente; éste es el caso, por ejemplo, de las ma-

deras que se encuentran derechas en los grandes almacenes. Cuando las piezas están yacentes sobre el suelo, los comerciantes de maderas se sirven de un instrumento, de una aguja formada de un hilo fuerte de hierro o acero, de unos 60 centímetros de largo, doblada en arco y terminada, en una de sus extremidades, por un anillo al que se ata una cuerda. La aguja sirve para hacer pasar la cuerda entre el suelo y el árbol. Después de hacerla rodear la superficie que es necesario medir, se desenrolla la cuerda a lo largo de una regla graduada.

El diámetro se mide por medio de un instrumento parecido y de dimensiones casi iguales a los compases de idéntico espesor de que se sirven los constructores de piezas mecánicas para medir el diámetro de los cilindros.

Si la sección de los árboles fuese rigurosamente circular, sería, indiferente, en teoría medir la circunferencia o el diámetro para calcular la superficie. Pero, en la práctica, esta sección no es circular, y resulta que la medida del contorno da un error demasiado sistemático, porque el círculo es la más grande de las superficies isoperimétricas. Los comerciantes de madera suelen decir que «la cuerda tira hacia el volumen», es decir que la cubicación hecha con cuerda, da volúmenes excesivamente grandes, sobre todo en árboles semiplanos. La medida del diámetro puede dar resultados aún más inexactos, porque la forma de la sección no es circular y no puede medirse un diámetro único, como sucede en las maderas yacentes. Si es posible, se miden dos diámetros perpendiculares, se toma el valor medio y ésta cantidad es la que se emplea para calcular la superficie. Los resultados así obtenidos por el empleo del diámetro medio son más exactos que los proporcionados utilizando la cinta o la cuerda.

Puede ser sugerente para el alumno proponerle que realice mediciones de perímetros o diámetros de pequeños troncos tal como aparece expuesto en el texto o que idee otros procedimientos diferentes para llevar a cabo la estimación. También tiene evidente valor didáctico el comentario del sentido matemático de la expresión *«la cuerda tira hacia el volumen»* utilizada por el autor.

Si C es la longitud de la circunferencia de un círculo, su superficie será

$$S = C^2 / 4B$$

Para cálculos rápidos admitiremos:

$$S = 0{,}08\ C^2$$

Existen en el comercio numerosas tablas o baremos *que dan, sin cálculo, el valor de S para todos los valores posibles de C·*

Si lo que se ha medido es el diámetro y D es el valor de ese diámetro, se tiene

$$S = D^2 B / 4$$

o sea, de un modo bastante aproximado:

$$S = 0{,}8\ D^2$$

También aquí existen tablas o baremos para determinar para cada valor posible del diámetro la superficie S. Por regla general, en las cubicaciones comerciales se acostumbra a medir las circunferencias de decímetro en decímetro, y los diámetros en dobles centímetros. Así es, que en una circunferencia de 2,52 m será contada en la tabla por 2,50 m y su diámetro de 45 cm por 44 cm. Estos usos comerciales son, por otra parte, muy variables, según las localidades y la naturaleza de las mercancías.

La longitud de los grumos se mide directamente con cintas métricas. Generalmente suele bastar, para las relaciones comerciales el medir en múltiplos de 25 centímetros, abandonando las fracciones menores de dicha cantidad.

Existe en el comercio un gran número de tablas que dan directamente, y sin cálculos, el volumen de los grumos de toda clase de circunferencias o diámetros, como asimismo de toda longitud. Dichas tablas son de las llamadas de doble entrada*, dispuestas, por ejemplo, de la manera indicada en el siguiente cuadro:*

El análisis de los procedimientos expuestos por el autor es de gran interés para que el alumno comprenda las diferentes estrategias estimativas que pueden utilizarse en este y en otros contextos de la vida real. También creemos de utilidad didáctica la interpretación de cuadros de doble entrada relativamente complejos como el que se muestra en el texto.

Una vez estimado el volumen de un tronco, Francón explica los métodos para evaluar el volumen de la madera que es verdaderamente «aprovechable» en el aserradero.

El sistema de cubicación expuesto da el volumen real o en grumo. *En la práctica del comercio de maderas, existe algunas veces la tendencia a conocer, más bien que el volumen en bruto, la parte del volumen directamente utilizable para el uso al que son destinadas las maderas, descontando los* *desperdicios procedentes del aserrado. O en otros términos: las cubicaciones reducidas dan, de una manera directa, el volumen de la pieza escuadrada. Estos métodos de cubicar son muy antiguos y anteriores a la cubicación en grumo. En otro tiempo solían emplearse únicamente cuando los transportes eran excesivamente onerosos y difíciles, y jamás se exportaban de los bosques sino las maderas aserradas sobre plaza, o a lo sumo groseramente escuadradas, a fin de economizar los gastos que ocasionaba el arrastre de residuos. Hoy día, la administración de montes cubica siempre en grumo. Sin embargo, los antiguos procedimientos son empleados todavía en el comercio, y nosotros vamos a exponer los principales.*

Cubicación al cuarto sin deducción. Este modo de cubicación reducida se emplea, sobre todo, para las maderas resinosas, y especialmente la de abeto. Da directamente el volumen de la pieza que suministrará el grumo después de verificada al hacha la escuadría usual. Para obtener el cuarto de volumen sin deducción, se toma el cuarto de la circunferencia del medio, se le multiplica por si mismo, y el producto se multiplica todavía por la longitud de la pieza:

$$V' = C/4 * C/4 * L = C^2/16 * L$$

El valor C/4 es lo que se llama, impropiamente en verdad, el espesor *de la pieza. Si deseamos darnos cuenta de la relación que existe entre el volumen al cuarto V´ y el volumen en grumo V, podrá verse fácilmente, puesto que*

$$V' = C^2/16 * L \qquad V = C^2/4B * L$$

entonces $$V'/V = B/4 = 0{,}7854...$$

es decir, que el volumen al cuarto es un poco menos de los cuatro quintos del volumen en grumo, lo que significa que el desecho de la escuadría será ligeramente superior a un quinto.

Cubicación al sexto deducido. Algunas veces, antes de calcular el espesor de la pieza aserrada, se hace sufrir a la circunferencia la deducción de una fracción de su longitud. Cuando esta fracción es el sexto, se tiene la cubicación al sexto deducido. Este modo de cubicación reducida consiste, por consiguiente, en deducir de la circunferencia el sexto de su longitud, en tomar el cuarto del restante, en multiplicarle por si mismo y en multiplicar aún este producto por la longitud. Si se llama V´´ el volumen al sexto deducido, tendremos:

$$V'' = 1/4\,(C - C/6) * 1/4\,(C - C/6) * L = (5/24)^2 * C^2 * L$$

y, por consiguiente, la relación entre el volumen al sexto deducido y el volumen en grumo es

$$V''/V = (5/24)^2 * 4B = 0{,}554...$$

algo superior a la mitad.

Cubicación al quinto deducido. En el comercio los robles destinados al aserrado se cubican, a menudo, retirando de la circunferencia el quinto de su valor, antes de tomar el espesor. Es evidente que este espesor, o lado de escuadra, de la pieza escuadrada a viva arista, de longitud y volumen igual, será entonces idéntico al quinto de la circunferencia. En efecto, se tiene

$$1/4\,(C - 1/5\,C) = 1/4 * 4/5\,C = C/5$$

Se multiplica, pues, para cubicar al quinto deducido, el quinto de la circunferencia por si misma, y ese producto por la longitud. Si V´´´es el volumen al quinto deducido, tendremos:

$$V''' = C/5 * C/5 * L = C^2/25 * L$$

Si se quiere comparar el volumen al quinto deducido al volumen en grumo, se verá fácilmente que el valor es muy aproximadamente igual a la mitad:

$$V'''/V = 4B/25 = 0{,}5026...$$

El cálculo que hay que efectuar para obtener el volumen al quinto deducido es fácil y aún puede hacerse de memoria, si se tiene en cuenta que el quinto de un número es igual al décimo de ese número duplicado.

Finalmente, nuestro autor trata la cubicación de las porciones del árbol que han sido desgajadas del tronco, indicando, de una manera muy resumida, su variada tipología, junto a la terminología y usos más habituales, para acabar describiendo los principales métodos para evaluar su volumen.

Las maderas dedicadas a la calefacción se dividen en maderas de cuerdas *y en* fajos o haces. *Las maderas de cuerda se asierran en* zoquetes *de diversas longitudes, según los usos locales. Dichos zoquetes miden, generalmente, entre 0'80 y 1'20 metros, y cuando proceden de maderas de menos de 40 o 50 centímetros de ancho, no se los divide y toman el nombre de* redondillos. *Los zoquetes más fuertes son aserrados una o varias veces y dan la madera de* cantero.

La unidad de volumen de la madera de cuerda es el estéreo, *el cual es un sólido formado de zoquetes apilados en forma de cubo. del que todas las aristas tienen un metro de costado. Las maderas de cuerda se apilan en* rollo. *Se llama altura del rollo a la dimensión vertical perpendicular al eje de los zoquetes, y longitud de cama a la dimensión horizontal perpendicular a dicho eje. Se procura siempre que la altura del rollo sea inversamente proporcional a la longitud de los zoquetes, de manera que el volumen del rollo en estéreo venga a explicar, por el mismo número que mide, en metros, la longitud de la cama.*

Un estéreo de madera tiene un volumen evidentemente inferior a un metro cúbico, a causa de los huecos que existen entre los zoquetes. El volumen efectivo de madera contenido en un estéreo, varía según la forma en que se hace el apilado. *Las maderas se apilan mucho mejor (con menos huecos) si son derechas, cortas y gruesas. El cantero se apila mejor que los redondillos, y los redondillos procedentes de tallos mejor que los que provienen de ramas.*

El siguiente cuadro dará una idea del volumen real de las maderas combustibles apiladas:

ESENCIAS.		VOLUMEN real de la madera.	VOLUMEN del hueco existente.	NÚMERO de estéreos al metro cúbico.
Abeto rojo, buena hendidura, corteza lisa................	(tallo)	0.76	0.24	1.31
Abejo rojo, hendidura dificultosa, corteza áspera...	—	0.62	0.38	1.61
Haya, corteza muy lisa y muy buena hendidura....	—	0.77	0.23	1.29
Haya, corteza áspera, hendidura bastante dificultosa..	—	0.65	0.35	1.54
Haya, redondo, corteza bastante lisa...............	—	0.60	0.40	1.65
Haya, redondo de cima, ramas curvas...............	—	0.58	0.42	1.72
Roble, corteza lisa, fácil hendidura...............	—	0.68	0.32	1.45
Roble, corteza áspera, hendidura bastante dificultosa.	—	0.61	0.39	1.64
Roble, puntas bastante derechas.....................	—	0.55	0.45	1.82
Roble, ramas curvas.......	—	0.46	0.54	2.17

Los haces son unos manojillos de madera menuda de menos de dos centímetros de ancho. Tienen, por regla general, un metro o 1'50 m de longitud, y aproximadamente otro tanto de contorno. Se hallan atados por una o dos ligaduras de madera (denominadas atadero*) o por un alambre. Cuando los haces están formados por ramitas menudas, se les llama* chamarasca.

El volumen real de cien haces es muy variable, según su dimensión, esto es, la de las briznas que contienen, y la manera como son confeccionados. A título de información damos algunas cifras aproximativas en el siguiente cuadro:

				VOLUMEN en metros cúbicos.
Haces de un metro de longitud sobre un metro de ancho	Haces de redondillos	Maderas de tallo......	Frondosas	3.75
			Resinosas	3.06
		Maderas de ramas....	Frondosas	2.53
			Resinosas	2.17
	Cargados.	Tallos.......	Frondosas	2.85
			Resinosas	3.04
		Ramas......	Frondosas	1.64
			Resinosas	2.05
Ojo de perdiz en manojillos de un metro de ancho y sobre toda su longitud..........		Tallos.......	Frondosas	2.73
			Resinosas	2.74
		Ramas......	Frondosas	1.90
			Resinosas	1.87

Esta última parte, que el autor presenta de una forma excesivamente concisa y con acopio de terminología propia del ramo, requiere una más atenta lectura y la ayuda de las dos tablas que se acompañan, pero la hemos incluido también porque ejemplifica claramente la dificultad de realizar cubicaciones con objetos de dimensiones reducidas y variadas como son los fragmentos pequeños de la madera cortada de árboles de especies y desarrollos diferentes, así como las diversas e ingeniosas estrategias seguidas por los madereros en sus estimaciones.

Hemos presentado el texto original completo, pero con toda seguridad, el profesor deberá suprimir o modificar algunos de los aspectos o partes del mismo para mejor adaptarlo a las necesidades de sus alumnos. Lo que creemos importante es mostrar como la cubicación de maderas presentada como situación didáctica ofrece, por la riqueza y variedad de procedimientos estimativos, un material excelente para introducir de un modo contextualizado la utilidad de este recurso matemático en la vida real.

LONGITUD.	CIRCUNFERENCIAS AL CENTRO.					LONGITUD.
	$1^m,1$	$1^m,2$	$1^m,3$	$1^m,4$	$1^m,5$	
m. d.	m. c.	m. c.	m. c.	m. c.	m. c.	m. d.
0.2	0.0193	0.0229	0.0269	0.0312	0.0358	0.2
0.4	0.3385	0.0458	0.0538	0.0624	0.0716	0.4
0.6	0.0578	0.0688	0.0807	0.0936	0.1074	0.6
0.8	0.0770	0.0917	0.1076	0.1248	0.1432	0.8
1	**0.0963**	**0.1146**	**0.1345**	**0.1560**	**0.1790**	**1**
2	0.1926	0.2292	0.2690	0.3119	0.3581	2
3	0.2888	0.3438	0.4035	0.4679	0.5371	3
4	0.3852	0.4584	0.5379	0.6239	0.7162	4
5	**0.4814**	**0.5730**	**0.6724**	**0.7799**	**0.8953**	**5**
6	0.5777	0.6875	0.8069	0.9358	1.0743	6
7	0.6740	0.8020	0.9414	1.0918	1.2533	7
8	0.7703	0.9167	1.0759	1.2478	1.4324	8
9	0.8666	1.0313	1.2104	1.4037	1.6114	9
10	**0.9629**	**1.1459**	**1.3448**	**1.5597**	**1.7905**	**10**
11	1.0592	1.2605	1.4793	1.7157	1.9695	11
12	1.1555	1.3751	1.6138	1.8717	2.1485	12
13	1.2518	1.4897	1.7483	2.0277	2.3275	13
14	1.3480	1.6043	1.8828	2.1836	5.5067	14
15	**1.4443**	**1.7189**	**2.0173**	**2.3396**	**2.6857**	**15**
	$1^m,1$	$1^m,2$	$1^m,3$	$1^m,4$	$1^m,5$	

Para finalizar advertiremos al lector interesado en el tema que, en la actualidad, la dendrometría ha ido perfeccionado los antiguos métodos de cubicación que se exponen en la obra de Francón incorporando otros, más elaborados, con el objetivo de conseguir aún mejores ajustes a los valores volumétricos reales, así se llevan a cabo muestreos selectivos en la masa boscosa y por especie arbórea o se diseñan modelos de funciones que aproximan el perfil del árbol; pero estos afinamientos, sin duda muy sugerentes como ejemplos de procedimientos estimativos, son ya propios de los estudios de ingeniería de montes y exceden, por los conocimientos dendrológicos y matemáticos que implican, el ámbito de la enseñanza secundaria que aquí nos hemos propuesto.

Bibliografía

Arizmendi, A. (1789): *Prontuario ó tarifa por sucesiva progresión de dimensiones de las piezas de madera de construcción de baxeles y edificios, y su respectivo producto en codos y partes cúbicas y otra para la cubicación de maderas redondas que sirva de gobierno y dirección a los facultativos en la construcción ...* Imprenta Real, Madrid .

Badía, I. (1957): *Cubicación de maderas*. Sintes, Barcelona.

Diéguez, U. (2003): *Dendrometría.* Fundación Conde del Valle de Salazar, Madrid .

Francon, J. A. (1840): *Tarif de cubage des bois équarris et ronds évalués en stères et fractions décimales du stère*. Prudont, Dole.

Francon, J. A. (1905): *Tarif de cubage des bois équarris et ronds évalués en mètres cubes et fractions du mètre cube.* Garnier Fréres, Paris.

Francón, J. A. (1909): *Tarifa para la cubicación de maderas escuadradas y redondas evaluadas en metros cúbicos y fracciones decimales.* Garnier Hermanos, Paris.

Martínez, F. J. (1983): *Métodos de muestreo con probabilidad proporcional al volumen para la cubicación de árboles en pie.* Fundación Conde del Valle de Salazar, Madrid.

Pi Carpenter, P. A. (1967): *Tablas de cubicación por diámetros normales y alturas totales.* Ministerio de Agricultura, Madrid.

Prieto, A.- Tolosana, E. (1991): *Funciones de perfil para la cubicación de árboles en pie con clasificación de productos*. Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria, Madrid.

Rebolledo, J. A. (1958): *Cómo se cubican las maderas : cálculos hechos.* Serrahima y Urpi, Barcelona.

Río, J. (1902): *Tablas dendrométricas. Calculadas por la Inspección General de Ordenaciones de Montes Públicos bajo la dirección de....* Medrano, Madrid.

Ugarte, J. (1923): *Dasometria. Tratado de Dendrometria . Determinación del volumen de los productos del monte.* Cleto Vallinas, Madrid.

Vidal y Soler, D. (1877): *Manual del maderero en Filipinas : conteniendo la legislación vigente de montes, algunas noticias sobre comercio de maderas, precios a que las vende el Estado, formularios y varias tablas de reducción y cubicación*. J. de Loyzaga y Cª, Manila.

José Mª Núñez Espallargas. Universidad de Barcelona.
Correo electrónico: jmnunez@ub.edu