INFORME SOBRE EL SEMINARIO DE GEOMETRIA DE CLAUDE GAULIN (I)

Por **Manuel Fernández Reyes**

INTRODUCCION

El Profesor Claude Gaulin, de la Universidad Laval de Canadá, nos expuso las líneas generales de un curso de perfeccionamiento de la enseñanza de la Geometría elemental, que siguen actualmente, bajo su dirección, varios grupos de profesores de su país. El desarrollo completo del mismo requiere, por su extensión y carácter eminentemente práctico, unas 45 horas de trabajo. Pese a que sólo dispusimos de escasamente 8, logramos, gracias al buen hacer e interés de Gaulin, llegar a tener una idea medianamente clara del objetivo central del curso y, lo que es más importante, salimos con el própósito firme de continuar realizando experiencias en nuestras aulas.

Comenzó haciendo referencia a la presentación euclideana de la Geometría que se hacía en los primeros niveles de la enseñanza. Se trataba de una Geometría de dos dimensiones, totalmente axiomatizada y aislada del Algebra y la Geometría. Se exponían los temas y luego, previa memorización de teoremas por el alumno, se procedía a proponer multitud de problemas. No está claro, dijo irónicamente, que esto sea lo mejor para desarrollar la capacidad de razonamiento. Sin embargo, tenía de positivo el que, por la variedad de problemas a resolver, no bastaba con aplicar teoremas; había que pensar. Además, la presentación solía ser rigurosamente lógica.

¿Que ocurrió después, al ser introducido a nivel escolar el moderno enfoque de la Matemática? Depende del país, nos dice. En Estados Unidos, la Geometría permaneció prácticamente aislada, sólo enlazada al Algebra por la Geometría Analítica. En Francia, Papy hace tentativas para ligarla al resto del programa y, bajo la influencia de Bourbaki y el estructuralismo, llegó a ser una parte de Algebra, lo cual no es bueno para el desarrollo de la intuición; hoy se piensa que esto constituyó una exageración. En general, la Geometría elemental se explica actualmente parcialmente axiomatizada, presentada o no según Euclides, de una forma puramente «expositiva» y ha perdido mucha importancia en los programas.

En el Tercer Congreso Internacional sobre Educación Matemática, celebrado en Karlsruhe (R. F. de Alemania) en 1.976, se llegó a esta conclusión: no debe enseñarse una Geometría deductiva y axiomatizada hasta los 14 ó 16 años y, entretanto, ha de desarrollarse mucho más el conocimiento del espacio, de la intuición geométrica, etc. No se trata, añade Gaulin, de adaptar el programa de secundaria al nivel primario. Los niños, en esta etapa operativa concreta, necesitan manipular, explorar, realizar experiencias individuales o en grupo. Por ello debe prevalecer en la enseñanza el aspecto inductivo sobre el deductivo y formal. Los nuevos conocimientos deben resultar de una variedad de observaciones particulares sobre material concreto, más que de demostraciones lógicas; éstas deben reservarse para niveles más avanzados. No obstante, esto no debe impedir que ciertas actividades sean aprovechadas para situar al alumno en el camino de hacer sencillas inferencias lógicas. Conviene, por otro lado, que el aprendizaje se lleve a cabo de forma globalizante (no lineal), esto es, que se desarrollen varios puntos simultáneamente y de manera progresiva.

En cuanto a los objetivos específicos de este nivel que, insiste, requieren una metodología propia, señala como principales:

I a) Conocimiento de figuras y cuerpos geómetricos: clases de triángulos y cuadriláteros; segmento, recta, diagonal; plano; ángulo; líneas poligonales y polígonos en general; sólido; cubo, superficie y esqueleto del cubo; etc.
  b) Conocimiento de relaciones geómetricas: rectas y segmentos secantes, paralelos y perpendiculares; planos secantes, paralelos y perpendiculares; figuras congruentes y semejantes; representación plana de cuerpos geómetricos.
  c) Transformaciones geométricas (de forma intuitiva, no formal): reflexión de un cuerpo en un espejo; eje de reflexión de una figura; traslación de una figura y de un cuerpo; rotación de una figura alrededor de un punto; rotación de un cuerpo en torno a una recta.
  d) No sólo tratar la igualdad y semejanza de figuras, sino familiarizar también al niño con propiedades de tipo proyectivo, topológico, etc.
  e) Introducir los ejercicios de localización: representación gráfica.

II Frente al enfoque tradicional, donde se parte del plano, debe tomarse como base de las actividades geométricas la referencia natural del espacio. Hay que explorar al máximo el espacio, observar los diversos tipos de figuras, relaciones y transformaciones que en él se dan.

III Desarrollar la intuición geométrica, es decir, tender a potenciar la habilidad mental necesaria para imaginar y manipular mentalmente formas geométricas y transformaciones de diversos tipos, descubrir regularidades y hacer conjeturas válidas, desenvolverse con soltura frente a problemas abiertos, familiarizarse con algunas relaciones y regularidades del espacio,...

IV Desarrollar actitudes positivas hacia la Matemática.

ACTIVIDADES A REALIZAR

Los contenidos del curso, denominado «Exploraciones geométricas I», están divididos en los siguientes módulos:

A) Exploraciones geométricas con cubos.
B) Exploraciones geométricas con geoplanos.
C) Iniciación experimental a las simetrías.

D) Representación plana de cuerpos.

E) Iniciación experimental a la traslación y rotación.

Describiré a continuación, y en sucesivos números de esta Revista, algunas de las actividades que llevamos a cabo. No espere el lector que ello le proporcione una idea cabal de las posibilidades del curso; pretendo solamente despertar interés por estos trabajos, porque estoy convencido de su utilidad.

EXPLORACIONES CON CUBOS

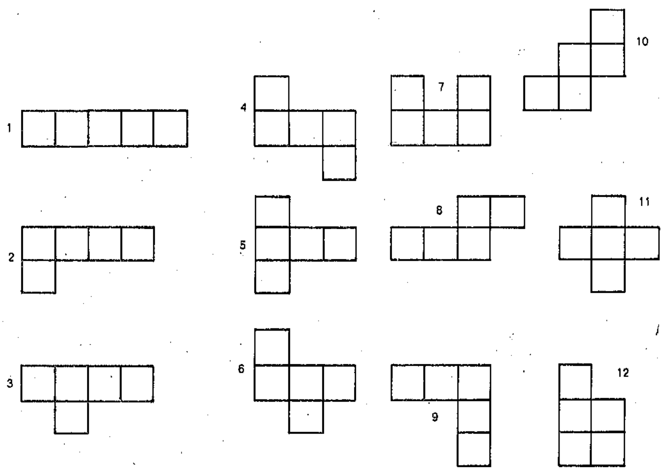
Tienden a dos objetivos principales:

a) A partir de observaciones y manipulaciones físicas con cubos se pretende llegar a la visualización y manipulación «mental» de algunas figuras geométricas. Estas manipulaciones físicas y mentales constituyen una gran ayuda en el aprendizaje posterior de, por ejemplo, la construcción de figuras, el desarrollo de superficies y secciones de sólidos y los cambios de orientación y posición.

b) Utilizar ocasionalmete, de una manera intuitiva, algunos conocimientos geométricos útiles: congruencia de figuras, determinadas propiedades del cubo, paralelismo de rectas o planos, tipos de cuadriláteros y triángulos, etc.

1.1] Después de construir en cartulina una serie de cuadrados iguales, se nos pidió que, yuxtaponiéndolos, esto es, uniéndolos según los lados (en toda su longitud), formarámos todas las figuras posibles con 3,4 y 5 de ellos. Si el lector tiene la curiosidad de hacerlo verá que, siguiendo el criterio de que «una figura simétrica de otra u obtenida por giro, no se considera distinta de la original», obtendrá 1 bimino (figura con dos cuadrados), 2 triminos, 5 tetraminos y 12 pentaminos. Y, si se arma de la paciencia necesaria, logrará 35 examinos y nada menos que 108 heptaminos. (Evidentemente, el número de poliminos de un orden cualquiera es una función del número de cuadrados empleados pero, al parecer, nadie ha conseguido matematizar esto).

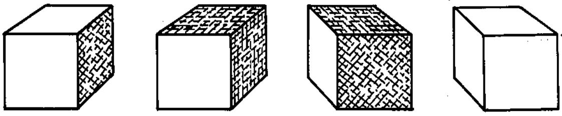
Los 12 pentaminos posibles son estos:



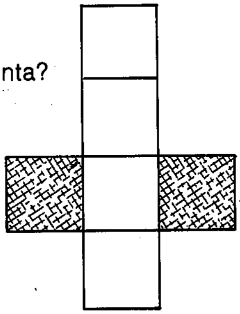
1.2) Sin manipular, tratar de imaginar con cuáles de estos 12 pentaminos puede construirse una caja cúbica sin tapa y señalar qué cuadrado sirve de fondo en cada caso. Daremos la solución en el próximo número.

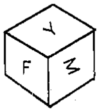
1.3) Verificar la solución construyendo realmente las cajas.

2.1] ¿Cual de estas cajas corresponde al desarrollo que se adjunta?

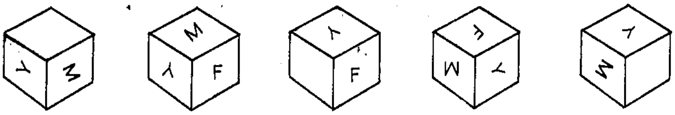


1 2 3 4



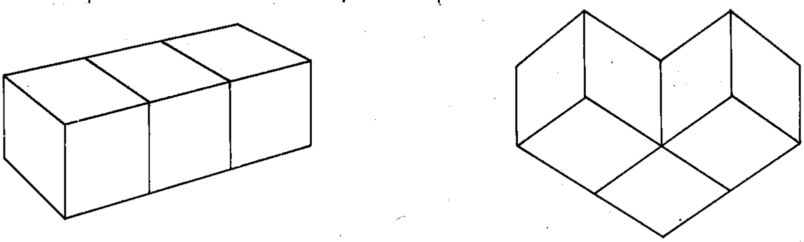
2.2) Dado el cubo 

¿cuál de los siguientes es idéntico?



Muchos adultos tienen dificultad para responder acertadamente a estos tests de visualización espacial. Es misión de la escuela desarrollar en los niños la habilidad necesaria para imaginar operaciones sobre las figuras y cuerpos en el espacio. Creo que esta capacidad se necesita, y no sólo en el aprendizaje de la Matemática.

3.1] Con tres pequeños cubos ensamblables de material plástico o similar, construir los «tricubos» posibles. Es evidente que sólo pueden construirse estos dos:



3.2) Dibujarlos en papel punteado isométrico, pero con orientaciones diferentes.

3.3) Repetir los dibujos en papel cuadriculado.

3.4) ¿Cuantos tetracubos podrán ensamblarse?. Repetir todo el proceso seguido en el caso anteior.

4.1] Modélese en cubo en plastilina. Imagínese que se hacen cortes. ¿Qué formas posibles tendrán las secciones obtenidas? ¿Qué tipos de cuadriláteros pueden obtenerse? ¿Pueden obtenerse triángulos? ¿Y qué más? Animese el lector; he aquí una curiosa y relajante actividad de fin de semana. Y si dispone de más tiempo, vuelva a los poliminos. Le propongo este ejercicio:

Averiguar mentalmente qué número de cajas con tapa pueden obtenerse de los 35 examinos posibles. Verifique luego su solución manipulando.