

## BITS, BITSBITS, BITSBITSBITS y polígonos tácticos

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático<sup>1</sup>)

### Resumen

Presentamos un juego de tablero denominado BITSBITSBITS de ignorada procedencia y describimos sus reglas y posibilidades didácticas y pedagógicas que tiene; también el juego TRI<sup>3</sup> diseñado por nosotros y basado en el anterior que se relaciona con los triángulos de Sierpinsky. Estos juegos los encontramos en obras de los autores Josep M. Albaigès y Agustín Fonseca.

### Palabras clave

Juegos de mesa. BITSBITSBITS. TRI<sup>3</sup>; Uso didáctico y pedagógico de los juegos; Triángulos de Sierpinsky. Cuadrados y triángulos tácticos.

### Abstract

We present a board game called BITSBITSBITS of ignored origin and describe their rules and didactic and pedagogical possibilities that; TRI<sup>3</sup> game also designed by us and based on the above that relates to Sierpinsky triangles. These games are found in works of authors Josep M. Albaigès and Augustine Fonseca.

### Keywords

Table games. BITS BITS BITS. TRI<sup>3</sup>; educational and pedagogical use of games; Triangles Sierpinsky. Squares and triangles tactical.

Hace ya muchos años -más de treinta-, en el ángulo oscuro, silencioso y cubierto de polvo -tal vez olvidado- de una estantería y envuelto en un plástico sin más caja ni referencia, encontramos este juego denominado BITSBITSBITS (lo llamaremos *BITS*<sup>3</sup> para abreviar) de Or Da Ind. Ltd. (Figuras 1 y 2). Consta de 16 piezas cuadradas divididas en cuatro regiones cuadradas y combinando dos colores, dibujan las “tablillas” que vemos. También traen un tablero cuadrado donde colocarlas al jugar con ellas.



Figura 2

El establecimiento ya no existe. Como le ha ocurrido a tantas pequeñas jugueterías, las grandes cadenas comerciales las han condenado al cierre, sin relevo generacional que valga. Las instrucciones que vienen con el juego, la tabla de puntuación para cada uno de los cuadrados y el tablero de juego son las imágenes mostradas en las figuras de la 3 a la 5.

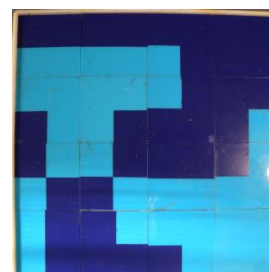


Figura 1

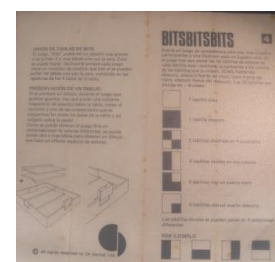


Figura 3

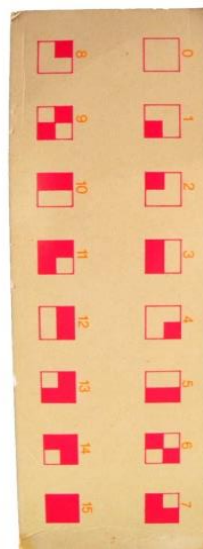
<sup>1</sup> El Club Matemático está formado por los profesores José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente. [jaruperez@gmail.com](mailto:jaruperez@gmail.com) / [mgarciadeniz@gmail.com](mailto:mgarciadeniz@gmail.com)



Describe las tablillas (las piezas cuadradas) y las clasifica en cuatro tipos según el número de posiciones en las que se las puede poner. Y propone un juego competitivo en el que cada jugador coge la misma cantidad de tablillas después de mezclarlas cara abajo, si sobra una tablilla, esta se coloca en la esquina superior del tablero de tal manera que pueda recibir la mayor cantidad de puntos y luego cada jugador coloca una tablilla de las que posee adosándola a las ya colocadas y haciendo coincidir los colores (o en otra versión, haciendo que el color se alterne). También se puede jugar en solitario tratando de colocar todas las tablillas de acuerdo con la regla de coincidencia de colores.



**Figura 5**



**Figura 4**

Y, casualmente, unos días atrás al releer uno de los muchos libros que sobre matemáticas recreativas y juegos poseemos, hemos encontrado en uno de ellos una propuesta de Josep Maria Albaigès Olivart, publicado en 1981, “¿Se atreve Vd. con ellos? 101 apasionantes problemas”<sup>1</sup>.



**Josep Maria Albaigès Olivart**, (Juneda,1940-2014) fue autor de más de un centenar de libros, sobre temas tan variados como las matemáticas, el ajedrez, la patafísica, la ecología, la economía, los palíndromos, la onomástica, la historia o la literatura de viajes: en su vida profesional ingeniero y economista, trabajó en el sector constructor e inmobiliario. Como ingeniero, diseñó y publicó el primer mapa geotécnico de Barcelona, como matemático, *¿Se atreve Vd. con ellos?*, o *El número pi*, entre otras monografías matemáticas. Como novelista, *La senda del cardamomo*, *Alcibiades*, *el primer griego* y *Sila, el último republicano*. Como lingüista, *Diccionario de palabras afines* y *diversos libros sobre onomástica*, entre los que destacan *Diccionario de nombres de persona*, *El gran libro de los apellidos*, *Enciclopedia de los nombres propios* y *Enciclopedia de los topónimos españoles*, entre otros e indistintamente en catalán o castellano. Fundó Carrollia, revista dedicada a la matemática recreativa y la lingüística, además del *Bofci (Boletín de la Facultad de Ciencias Inútiles)*, una versión española de la Academia de Patafísica francesa fundada por Alfred Jarry.

Habla del estudio de los “cuadros tácticos” que define así:



**Figura 6**

“Partiendo, como unidad fundamental de nuestras futuras construcciones, de un cuadrado de lado 2 unidades, cada uno de los cuatro cuadrados menores de que consta puede ser considerado en dos “situaciones”, que llamaremos “blanco” y “negro”. Fácil es hallar los dieciséis cuadrados distintos posibles...”

Estos cuadrados conectan con materiales anteriormente tratados en esta sección de números, tal es el caso de tetraminos y las sesángulos. En los primeros por tratarse de uno de ellos (el tetramino Q u O) y en el segundo caso por la manera de colorear subáreas de los mismos.

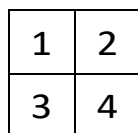
Además nos ha llegado una muestra de un juego que consideramos pertenece a la misma familia: ART-hex, diseñado por el arquitecto Agustín Fonseca<sup>ii</sup> y que expusimos en la muestra que con motivo de certamen acontecido en Las Palmas de Gran Canaria, tuvo lugar. Es autor de varias producciones relacionadas con los juegos y las matemáticas recreativas. Quizá las de mayor difusión hayan sido “El juego más difícil del verano”, que publicó *El País* hace unos años y su *Brain Trainer* para la revista *Muy Interesante*. Entre sus publicaciones, la reciente “El legado de seven month” en colaboración con el también arquitecto Joaquín Aranda, donde presentan una serie de enigmas encadenados que transcurren en distintos escenarios de todo el mundo poniendo en evidencia, además de los conocimientos relacionados con diversos aspectos matemáticos de los autores, los vinculados más directamente a su profesión y a sus intereses artísticos e históricos. Su último libro publicado es “El desafío DaVinci” con cerca de doscientos enigmas. Sus páginas con juegos on-line y publicaciones se encuentran fácilmente con los buscadores. Tanto Albaigès como Fonseca, colaboraron en la varias veces mencionada CACUMEN.



Volvamos al BITS<sup>3</sup> y veamos cómo nombrar cada uno de los 16 cuadrados básicos con su correspondiente binario:

El profesor Albaigès los denomina con las letras mayúsculas desde la A hasta la P, comenzando por el totalmente blanco (0000) y terminando con el totalmente negro (1111), según la siguiente equivalencia con los códigos binarios que nosotros hemos asignado. En el BITS<sup>3</sup> aparecen los cuadros valorados de 0 a 15 (fig. 3).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
0000	1000	0100	0001	0010	1100	0101	0011	1010	1001	0110	1101	0111	1011	1110	1111
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15



Así, considerando los cuadrados elementales que constituyen cada cuadrado como una de las cifras del cuadrado básico 1234, leídas en ese orden, y siendo 0 si hay un blanco y 1 si hay un negro, para el cuadrado de la figura, su binario será 1000.



Para facilitar la comunicación vamos a llamar *cuadritos* a los cuadrados elementales unitarios, *cuadrados* a los formados por cuatro cuadritos (“tablillas” de orden 2x2) y *cuadros nxn* a los cuadrados de otros órdenes.



Para este segundo cuadrado su binario es 0101.

Por tanto los cuadrados básicos van desde el 0000 (blanco total) hasta el 1111 (negro total): dieciséis modelos.

También podemos establecer una relación de complementariedad entre los 16 cuadrados, emparejándolos como vemos en la siguiente figura:

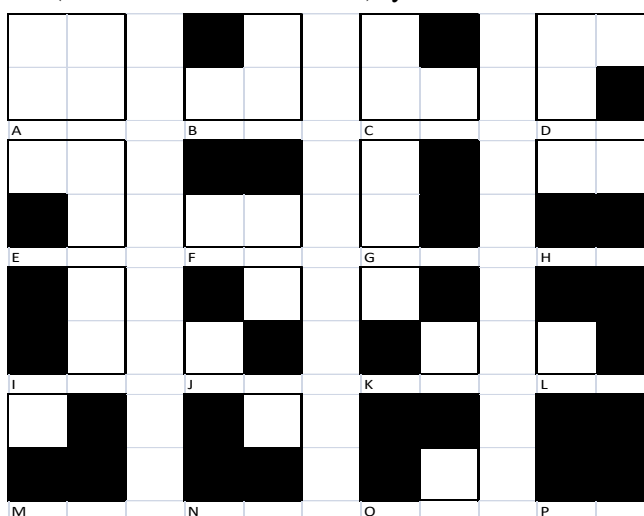
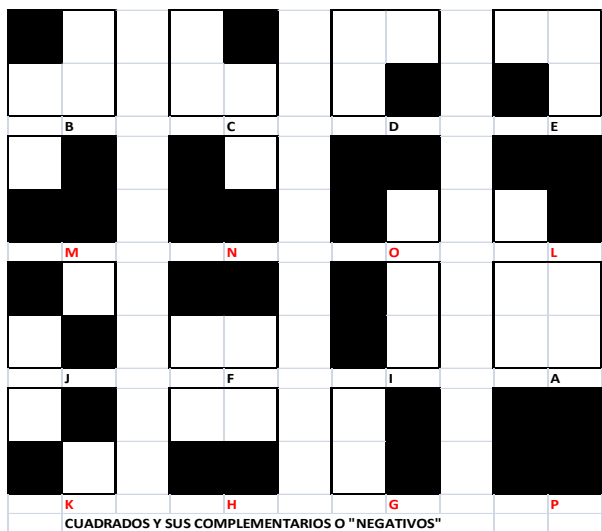


Figura 7



J  
U  
E  
G  
O  
S



**Figura 8**

Así el cuadrado B es complementario del M, el C lo es del N, etc.

Una plantilla de 3x3 unidades permite colocar un cuadro en cuatro posiciones diferentes, superponiendo cuatro de los cuadros y suponiéndolos transparentes, aparecen en la plantilla una distribución de cuadros blancos y negros que depende de los cuadros que hagamos intervenir y del orden en que los coloquemos. El orden que consideraremos será siempre el mismo: de izquierda a derecha, primero la fila superior y luego la inferior. Por tanto, habrá una columna central y una fila central donde se superponen los cuadros.

Pues bien, diremos que el cuadrado plantilla de 3x3 es “táctico” si todos los cuatro subcuadrados son diferentes.

Surgen ahora varias cuestiones a estudiar y resolver. La primera es calcular cuántos cuadrados tácticos de lado tres son posibles. La segunda: dado un cuadrado de lado tres, cuántos arreglos de subcuadrados darían lugar a esa distribución.

Pongamos unos...



**Figura 9**

**Ejemplos**

La figura 8 representa los cuadros CFED, colocados en el orden explicado anteriormente. Y es un ejemplo de cuadrado táctico 3x3. ¿Puede ser construido con otros cuadros elementales de 2x2?

El cuadrado 3x3 de la figura no es táctico ya que repite el cuadro N en las posiciones 3 y 4.

De los  $16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 = 43\ 680$  posibles ordenaciones de los cuadros en el cuadrado de 3x3, solamente en 312 los cuadrados son tácticos. El estudio puede hacerse comenzando por colocar un único cuadrado elemental negro en una de las 9 ubicaciones posibles y ver si cuatro de los cuadros se pueden colocar en el cuadrado. Cambiar a otra posición el cuadrado negro y repetir la situación, sólo es posible una cuaterna de cuadros: DECB, con el cuadrado negro en el centro. Para facilitar el estudio se pueden imprimir en una transparencia los cuadrados para luego colocarlos, recortados, en el cuadrado de 3x3, dejándonos ver cada uno lo que hay debajo. Si desean una copia de las plantillas para imprimir, pónganse en contacto con nosotros. Gustosamente se las facilitamos.



**Figura 10**

Luego con dos cuadrillos negros, que da lugar a 18 posiciones con 4 grupo de cuadros básicas: HEFB, CBDE, JECB y CBEA. Luego con tres cuadrillos negros en todas sus posiciones, con cuatro da lugar a 81 ordenaciones diferentes de cuatro de los cuadrados distintos. Con cinco cuadrillos negros es lo mismo que con cuatro, pero considerándolos como sus negativos.

S  
O  
G  
E  
U  
J

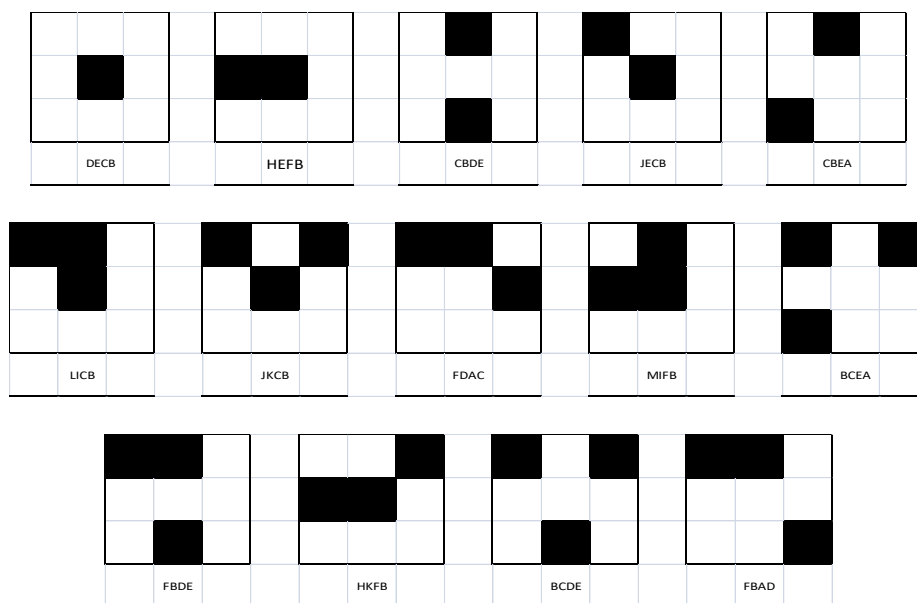


Figura 11

Al estudiar los cuadros de 3x3, podemos graduar el orden de dificultad de este estudio para cada nivel de alumnos. Así para los primeros niveles podemos reducirlos a 1 y 2 cuadrillos negros; luego podrán, los niveles superiores analizar los casos más complicados.

El estudio de simetrías y rotaciones en cada pieza, hallando sus ejes y centros de rotación, ver que cuadrados se pueden considerar simétricos de otros, cuáles son complementarios, todos estos aspectos son conceptos geométricos que los alumnos pueden buscar en este material.

Otra actividad consiste en dado un cuadro de 3x3 encontrar con qué cuadrados se puede construir de tal manera que en los cuadros negros intervengan el mínimo (o el máximo) de cuadrados posibles, por ejemplo, si tenemos en cuadro táctico FDAC, lo obtenemos también con FJAC, BJAC y FBAC. Solo FJAC presenta en dos de los cuadrillos la superposición de F con J y de J con C. Las otras soluciones solo tienen un cuadrillo con una superposición.

Un cuadrado de lado cinco contiene los 16 cuadros básicos de 2x2. Albaigés lo bautiza como “pantáctico” si contiene a todos los cuadros básicos.

Desde otros puntos de vista podemos utilizar los cuadros para tratar los números binarios, clasificaciones, modelos, simetrías y rotaciones, etc.

Así los cuadros C, D y E se obtienen por rotaciones del B; lo mismo que el G, H e I del F, pero además el G y el I tienen simetrías central y axial. Los alumnos pueden hacer un estudio de los movimientos de las figuras, considerando como punto de partida los cuadros B, F, K y L.

Asimismo, podemos contemplar que B y M son imagen “negativa” el uno del otro.



**Tri, tri, tri: Tri<sup>3</sup>**

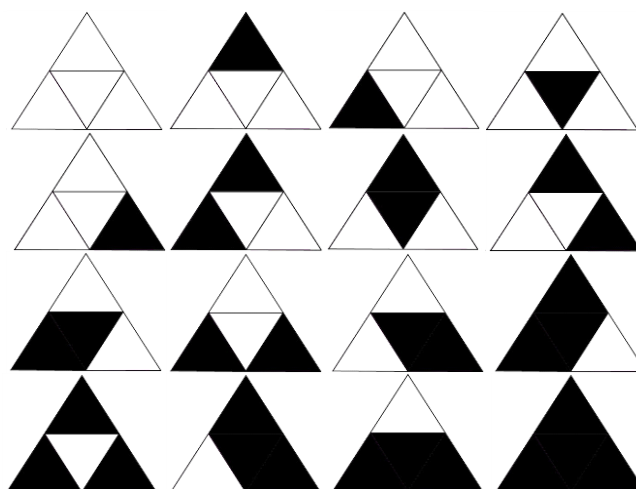
Es equivalente al BITS<sup>3</sup>, pero con triángulos en lugar de cuadrados.

También los triángulos básicos pueden numerarse en código binario, leyendo los elementos en sentido antihorario, empezando por el triángulito de la cúspide y en el orden que están dibujados serían:



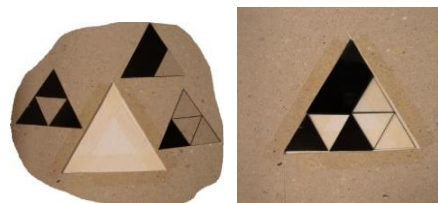
**Figura 13**

0000, 1000,  
0100, 0010,  
0001, 1100,  
1010, 1001,  
0110, 0101,  
0011, 1110,  
1101, 1011,  
0111 y 1111.



**Figura 12**

Un ejemplo de triángulo táctico es el mostrado en la figura 14, formado por tres triángulos básicos que se ven en la figura redondeada separados entre sí, impresos en una transparencia y luego recortados.



**Figura 14**



**Figura 15**

El triángulo 1101 es origen de los conocidos triángulos de Sierpinsky, lo que nos abre otro camino a investigar con los alumnos, pues hay ejemplos de triángulos y pirámides construidos con elementos reciclados, tales como latas de refresco o botellas de plástico, y que se pueden encontrar en la WEB. Unas direcciones posibles son (septiembre 2016):

- [http://arablogs.catedu.es/blog.php?id\\_blog=1064&id\\_articulo=175593](http://arablogs.catedu.es/blog.php?id_blog=1064&id_articulo=175593)
- <http://ieslafoia.edu.gva.es/web2/index.php/es/2-uncategorised/147-triangulo-de-sierpinski-fractalatas>

En el *Museo Elder*, de Las Palmas de Gran Canaria, se puede contemplar este gran triángulo de Sierpinsky colgando del techo de la primera planta:



## Otros juegos similares

Existen muchos otros juegos similares, o que tienen alguna de las características de los expuestos en este artículo. Nos limitamos a nombrar un par de ellos.

### PENTAGON

Este juego comercializado ha sido premiado en varios certámenes y tanto por las estrategias necesarias como por su diseño.

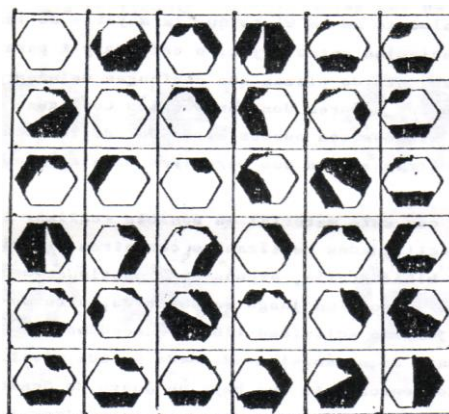


### SESÁNGULOS

Ya ha sido descrito en un artículo anterior de esta revista y su descripción completa se puede encontrar en la dirección de la Sociedad Isaac Newton.

<http://www.sinewton.org/numeros/numeros/69/>

Y elegir *Almacén de Recursos/Los sesángulos*



### OTROS

En febrero de 2001 se celebraron las XXI Jornadas de la Sociedad Canaria “Isaac Newton” de Profesores de Matemáticas. Fue en Los Berrazales, Agaete, Gran Canaria durante los días 15, 16 y 17. Allí presentamos una exposición de juegos dedicada exclusivamente al DOMINÓ, acompañada de una comunicación donde dábamos un repaso amplio a este popular juego, a sus variantes y a sus posibilidades didácticas.

Seguimos considerando que el dominó tiene mucho uso didáctico, junto a una gran facilidad material para disponer de juegos que no necesitan tablero (sólo fichas) y que podemos utilizar de muy diferentes maneras.

El más conocido de todos es el juego de 28 fichas que componen el Dominó que llega hasta la ficha 6-6, a partir de la 0-0. Pero también existen variantes que aumentan el número de fichas, llegando hasta el doble 9 o, incluso, hasta el doble 12 y doble 15. Pero luego está la modalidad del Dominó chino, parecida al 6-6 pero con algunas fichas menos y otras que se repiten. No confundir con el Mah-Jong, que presenta fichas numéricas junto a fichas ideográficas y unas reglas de juego muy diferentes. Por otra parte, están los juegos de dominós que no tienen forma rectangular, sino triangular, hexagonal...

También están los dominós didácticos, en los que se reemplazan los valores numéricos por imágenes muy variadas. Pero sobre todo nos gusta cuando las fichas de dominó se utilizan para plantear puzzles o problemas que proporcionan ratos de investigación muy placenteros.

Nos hemos propuesto resucitar aquella comunicación, ponerla al día y darle un formato de artículo para nuestro placer y el de nuestros lectores. Dedicaremos un artículo monográfico (o dos) a presentar todo aquello que hemos recopilado e investigado sobre este juego tan popular que no hay nadie que no haya jugado alguna vez a una de sus modalidades.



Para abrir boca adelantamos la presentación de un puzle muy interesante para realizar con las fichas de dominó. Recuerde, lo podemos resolver dibujando sobre un papel y escribiendo o coloreando sobre el mismo, pero resulta más divertido si lo modelizamos mediante las fichas de dominó. ¿Quién no tiene un dominó en casa? ¿Usted? ¡Y qué hace que no acude corriendo a comprar uno!

**TABLERO DOMINÓ**

En este tablero están contenidas las 28 fichas de dominó (el 0 equivale al espacio en blanco y hay tantas fichas como combinaciones de números más las 7 "dobles"), unas en horizontal y otras en vertical. Se trata de definir los contornos de todas las piezas (como la marcada del 00) de manera que estén todas y encajen perfectamente.

1	3	4	4	0	2	3
3	2	3	4	0	3	3
0	2	0	2	5	6	5
6	5	0	6	0	1	5
2	4	1	4	3	5	6
4	5	0	1	5	4	2
1	1	3	6	1	6	2
1	5	0	4	2	6	6

Como siempre: estamos a su disposición y agradecemos enormemente sus comentarios y aportaciones.

Otro ruego a nuestros lectores, sobre todo de Argentina y Uruguay: estamos indagando sobre un juego fabricado en Montevideo que se llama BLOQUEO. Nos satisfaría mucho que nos dieran noticias sobre él: autores, reglas, materiales, etc.

Hasta el próximo



pues. Un saludo.

**Club Matemático**

<sup>i</sup> **Albaigès Olivart, Josep María;** *¿Se atreve Vd. con ellos? 101 apasionantes problemas*; Ed. Marcombo Boixareu Editores (1981).

<sup>ii</sup> **Fonseca García, Agustín;** <http://www.imaginartejuegos.org/>