



Análisis de imágenes: una aplicación moderna de las matemáticas (*)

Julian Stander

School of Mathematics and Statistics

University of Plymouth, UK

e-mail: jstander@plymouth.ac.uk

página web: <http://www.tech.plym.ac.uk/mathstaff/jstander/home.html>

Las imágenes están en todas partes y, en particular, las imágenes electrónicas juegan un papel cada vez más importante en la vida cotidiana. Los médicos de los hospitales usan las placas de rayos X para observar las fracturas de huesos. Los meteorólogos emplean imágenes por satélite para ayudar a pronosticar el tiempo. La policía estudia fotografías aéreas para descubrir dónde están creciendo los cultivos de droga.

Recientemente nos hemos asombrado con las imágenes del planeta Marte de la misión Pathfinder y con otras imágenes astronómicas obtenidas por el telescopio Hubble^[1]. Muchas imágenes de estos proyectos se pueden encontrar en la web. Sólo unas palabras de advertencia: transferir imágenes de la web puede resultar a veces muy lento. La razón de esto estriba en que las imágenes contienen mucha información; ¡por eso se dice que *una imagen vale más que mil palabras!*

Frecuentemente, las imágenes se muestran en la pantalla de un ordenador como un retículo de cuadrados elementales llamados píxeles, a los que se asigna un color particular o tonalidad de gris.

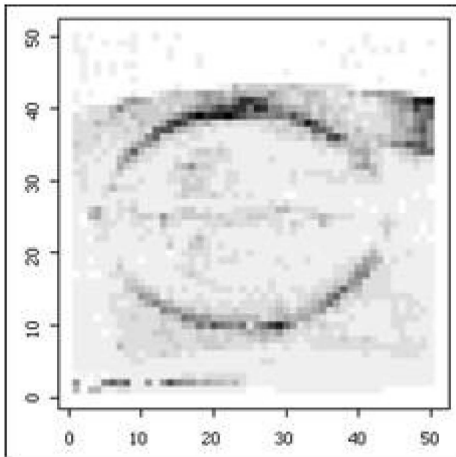


Figura 1. Una imagen por ultrasonidos de una sección transversal de la cabeza de un feto humano.

La Figura 1 presenta una imagen de un corte transversal de la cabeza de un feto humano obtenido por una máquina de ultrasonidos en un hospital. Esta imagen consta de 2.500 píxeles ordenados en un retículo de 50 por 50. La forma de la cabeza puede suministrar mucha información al médico acerca de la salud del bebé. Desafortunadamente, la calidad de esta imagen es muy pobre, puesto que se han perdido muchos detalles reales y, en cambio, se han introducido muchas características espurias. Sin embargo, cuando pensamos en ello, resulta realmente notable que una figura potencialmente tan útil haya sido obtenida sin someter a la madre a ninguna intervención interna. Por esta razón la ultrasonografía desempeña un papel muy importante en la obstetricia moderna.

Imágenes como las de la Figura 1 son almacenadas como una matriz de números en un ordenador, asignándole un valor a la tonalidad de gris en cada píxel. Esto se puede hacer, por ejemplo, usando una escala que varía de 0 a 1, asignando el valor 0 al negro y el valor 1 al blanco. El *análisis de imágenes* es una rama de las matemáticas que se está desarrollando rápidamente y que implica el procesamiento de

estas matrices numéricas de tal modo que se pueda extraer información útil y hacer interpretaciones provechosas. Este procesamiento puede entrañar el resaltamiento de ciertos detalles, como una fractura en una placa de rayos X, o la identificación del uso de la tierra a partir de una imagen por satélite, alterada por el emborronamiento^[2] atmosférico, de una zona agrícola.



Figura 2. Una máquina de ultrasonidos se emplea para observar a un bebé en la matriz [Fuente: Toshiba].

Los estadísticos son un grupo de matemáticos que tienen mucho que ofrecer a la ciencia del análisis de imágenes. Su experiencia general al tratar con sucesos y procesos aleatorios les lleva a modelizar los mecanismos que causan la degradación de las imágenes. Los estadísticos adoptan a menudo un enfoque bayesiano del análisis de imágenes. El *teorema de Bayes* nos permite actualizar nuestras opiniones a la luz de nueva información. Véase, por ejemplo, *The taxi problem revisited* en *Plus Magazine*.

$$P(A / B) = \frac{P(B / A) P(A)}{P(B)}$$

Figura 3. Teorema de Bayes en su forma más simple.

Asumamos que los datos disponibles consisten en una imagen por satélite de un área agrícola y que los píxeles de esta imagen se corresponden con regiones cuadradas de terreno. Supongamos también que estamos interesados en identificar el tipo de cada píxel como de agua, de bosque, de edificio, de terreno cultivado y de terreno no cultivado, y que en la imagen cada tipo corresponde a una tonalidad de gris y, por tanto, a un número.

Muy a menudo los datos han sido afectados por el emborronamiento atmosférico, y consiguientemente corresponden a versiones alteradas del verdadero (pero desconocido) uso de la tierra, esto es, el verdadero tipo de cubierta en cada píxel. Los estadísticos pueden colaborar con los científicos que han estudiado el efecto del emborronamiento atmosférico para describir cómo sería probablemente la imagen (matriz de números) reenviada desde el satélite si el verdadero uso de la tierra fuera el que se supone. Matemáticamente, esto se puede expresar como $P(\text{datos} / \text{supuesto uso de la tierra})$, la probabilidad de los datos condicionada al supuesto uso de la tierra.

El enfoque bayesiano también requiere que fijemos la probabilidad de cada supuesto uso de la tierra antes de que cualquier dato haya sido observado. Esto se denomina *probabilidad a priori*. Pensemos ahora por un momento en las características de un área agrícola. Una tal zona estaría probablemente integrada por trozos de terreno bastante grandes del mismo tipo de cubierta. La probabilidad *a priori* $P(\text{supuesto uso de la tierra})$ puede ser diseñada para reflejar esto, asignando probabilidades bajas a los supuestos usos de tierra que comprenden muchos trozos relativamente pequeños y probabilidades altas a los supuestos usos de tierra que comprenden un pequeño número de parcelas relativamente grandes del mismo tipo de cubierta.



Figura 4. Imagen del uso de la tierra: Flevoland, Países Bajos [Fuente: NASA].

El teorema de Bayes nos permite encontrar la probabilidad del supuesto uso de la tierra condicionada a la imagen por satélite: $P(\text{supuesto uso de la tierra} / \text{datos})$, la *probabilidad a posteriori*. El uso de la tierra se podría estimar entonces maximizando esta probabilidad *a posteriori* sobre todos los usos posibles de la tierra. De esta forma, la estimación depende tanto de los datos disponibles del satélite como de las opiniones anteriores respecto del uso de la tierra.

Ahora centremos nuestra atención de nuevo en la imagen por ultrasonidos mostrada en la Figura 1. Un trabajo reciente en análisis de imágenes de la Universidad de Plymouth trata de la detección de los contornos, de los bordes. La *Figura 5* fue obtenida automáticamente aplicando un algoritmo especialmente diseñado para la imagen por ultrasonidos que aparece en la Figura 1. Obsérvese cómo este algoritmo se las ha ingeniado para identificar el contorno de la cabeza hacia los lados derecho e izquierdo de la imagen, donde su representación es

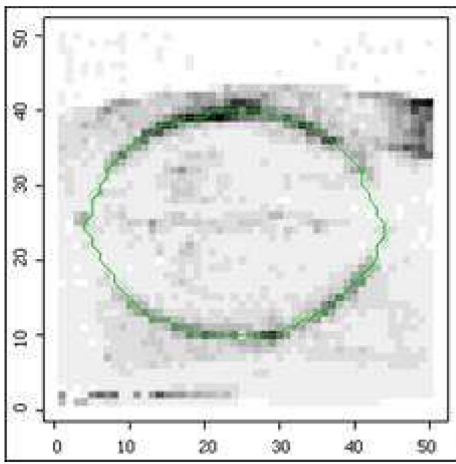


Figura 5. La forma de la cabeza extraída de la Imagen por ultrasonidos mostrada en la Figura 1.

extremadamente pobre. Ello se debe a que el algoritmo toma en consideración las opiniones previas respecto de la curvatura de la forma de la cabeza.

Imágenes como estas pueden ser de gran ayuda para los médicos en sus diagnósticos. También pueden ser usadas como *inputs* para otros procesos estadísticos que ayudan a los obstetras a identificar fetos enfermos.

Algo de las matemáticas que se necesitan en el análisis de imágenes se puede encontrar en cursos de Probabilidad y Estadística en los institutos y en los módulos de Probabilidad, Estadística y Optimización en las universidades. En la Escuela de Matemáticas y Estadística de la Universidad de Plymouth hemos introducido recientemente un módulo de análisis de imágenes, y ahora ofrecemos proyectos en esta área moderna y excitante de las matemáticas.

Reconocimientos

En la [Escuela de Matemáticas y Estadística](#) de la [Universidad de Plymouth](#), la investigación en análisis de imágenes está dirigida por Jian'an Luan, Julian Stander y David Wright. El módulo de análisis de imágenes es explicado por Rana Moyeed.

Referencias

Un excelente libro con un gran número de ejemplos interesantes es: *Análisis de imágenes para las ciencias biológicas*, por C.A. Glasbey y G.W. Horgan, publicado por Wiley en 1995.

Para imágenes interesantes en la web, véanse:

[The Pathfinder Mission](#), imágenes del planeta Marte.

[Hubble Space Telescope, UK support facility](#), más imágenes astronómicas.

[Virtually Hawaii](#), interesantes fotografías aéreas y por satélite.

[Ultrasound images](#), a cargo de Joseph Woo.

[1] El artículo original fue publicado en enero de 1998. El Mars Pathfinder descendió en la superficie de Marte el día 4 de julio de 1997, luego de despegar de Cabo Cañaveral (Florida, EE.UU.) y recorrer durante 212 días (7 meses) 497 millones de kilómetros a una velocidad de 21.271 km/h. El telescopio espacial Hubble es un telescopio en órbita alrededor de la Tierra. Su posición externa a la atmósfera terrestre le permite tomar imágenes ópticas nítidas de objetos muy difusos. Para una mejor contextualización, en el archivo del [Space Telescope Science Institute](#) se pueden consultar las imágenes obtenidas por el Hubble en 1997, y las correspondientes notas de prensa (N. del E.).

[2] Se ha traducido el término inglés *blurring* por *emborronamiento*, con lo que se quiere expresar la distorsión de la imagen por perturbaciones debidas a la turbulencia atmosférica (N. del T.).

Sobre el autor



Julian Stander es *Principal Lecturer* en Estadística en la [Universidad de Plymouth](#), a la que está vinculado desde octubre de 1993. Obtuvo el grado en Matemáticas, con honores, en la [Universidad de Oxford](#), un diploma en Estadística Matemática, también con honores, en la [Universidad de Cambridge](#), y el doctorado en la [Universidad de Bath](#) con la tesis titulada *Algunos tópicos en análisis estadístico de imágenes*. Previamente a su incorporación a la [Universidad de Plymouth](#) disfrutó de una beca de la [Royal Society](#) dentro del Programa Europeo de Intercambio Científico en el [Istituto per le Applicazioni del Calcolo](#) de Roma, a donde regresó más tarde con una subvención de la Red Europea de Métodos Estadísticos y Computacionales para el Análisis de Datos Espaciales. Miembro activo de la [Royal Statistical Society](#), fue editor asociado del [Journal of the Royal Statistical Society: Series D \(The Statiscian\)](#) y presidente del comité organizador local del [RSS2002](#), celebrado en Plymouth. Sus intereses de investigación incluyen análisis de imágenes, métodos de Monte Carlo para cadenas de Markov, estadística espacial y confidencialidad estadística.



matemática

revista digital de divulgación matemática

(*) Este artículo apareció en el número 4 (enero 1998) de *Plus Magazine*. *Matemática* agradece a los responsables del Millennium Mathematics Project de la Universidad de Cambridge la autorización para publicar su traducción al castellano. (Traductor: José M. Méndez Pérez).

Cerrar ventana