

## Las diversiones matemáticas de un matemático aburrido: Lewis Carroll

Jordi Quintana Albalat

Dicen los cronistas y biógrafos que Charles Lutwidge Dodgson era un aburridísimo profesor de matemáticas en el Christ Church College de Oxford. Tan pelmazo que dictaba asignaturas sólo para dos o tres alumnos.

Pero estos mismos cronistas y biógrafos dicen también que Lewis Carroll tenía una creatividad e imaginación desbordantes, que a pesar de ser matemático, no era una persona seria (Alsina y Guzmán, 1996).

Y la verdad es que se hace muy difícil concretar dónde empieza Carroll dónde Dodgson. Un hombre polifacético capaz de ser de lo más aburrido en clase, pero al mismo tiempo capaz de crear fantasías, juegos y recreaciones lógico-matemáticas divertidísimas; un hombre que además de profesor era diácono, y que cultivaba la fotografía, el dibujo, la creación literaria en prosa y en poesía, la correspondencia, los juegos, el coleccionismo, la filosofía, la crítica, etc.

En estas líneas queremos presentar algunos de los juegos inventados y recogidos por Lewis Carroll, como pequeño homenaje y recuerdo en el centenario de su muerte (Guilford, 14 de enero de 1898).

### Sobre la lógica

En relación a la lógica, en primer lugar hemos de hablar del famoso libro *El juego de la lógica* (Carroll, 1972), traducido al castellano por Alfredo Deaño, el cual incluye una selección de los libros *The Game of Logic* de 1887, *Symbolic Logic* de 1896 (*Lógica simbólica*), así como los textos *A Logical Paradox* de 1894 (*Una paradoja lógica*) y *What the Tortoise Said to Achilles* de 1894 (*Lo que la tortuga le dijo a Aquiles*). En *Symbolic Logic* Carroll propone el uso de los diagramas bilaterales y trilaterales como soportes al uso de proposiciones.

Pero este diagrama<sup>1</sup> ha sufrido una transposición al ámbito de la educación en forma de los llamados diagramas de Carroll<sup>2</sup>, adaptación que Z. P. Dienes y M. Holt (1973, 52) realizaron del original. Y es precisamente este diagrama el que permite resolver problemas o nudos de manera muy fácil y "lógica" (Quintana, 1998), como el siguiente:

*Lewis Dodgson tenía 18 amigas. Nueve eran rubias y nueve morenas, siete tenían los ojos azules y once los tenían oscuros. ¡Ah, y seis eran rubias y de ojos oscuros! ¿Cómo eran las amigas del profesor Dodgson?<sup>3</sup>:*

	chicas rubias	chicas morenas	
ojos azules			7
ojos oscuros	6		11
	9	9	18

*¿Podéis deshacer este otro nudo?: El señor Charles Lutwidge Carroll coleccionaba marionetas y tenía veinte. Ocho eran de animales y doce de personas, seis eran grandes y ocho eran de personas y pequeñas. ¿Cómo eran todas las marionetas del señor Carroll?<sup>4</sup>*

En cuanto a *Lo que la tortuga le dijo a Aquiles*, es una paradoja inspirada en la de Zenón<sup>5</sup>, la cuál, además de la traducción anteriormente citada (Carroll, 1972, 153), es de destacar la que hicieron D. Garrigosa y P. Maragall<sup>6</sup> para el tomo 6 de la enciclopedia de matemáticas *SIGMA* (Newman, 1968, 339), la de L. M. Panero (Carroll, 1975, 219) y la de M. A. Usabiaga y A. López en la traducción del famoso libro de D. R. Hofstadter (1987, 49) *Gödel, Escher, Bach, un Eterno y Grácil Bucle*.

B. H. Bunch (1987, 184) resume esta paradoja de Carroll de la siguiente manera:

*“La tortuga enseña cómo llevar un pensamiento de ventaja a Aquiles. Supongamos que Aquiles acepta las siguientes proposiciones:*

*A. Cosas iguales a una misma son iguales entre sí.*

*B. Los lados de este triángulo son cosas que son iguales a una misma.*

*Z. Los dos lados de este triángulo son iguales entre sí.*

*(...) [La tortuga] hace notar que es necesaria una regla de inferencia, que podría ser la proposición C”.*

Pero si aceptamos que en: “Si A y B son ciertas entonces Z debe ser cierta, falta C”; entonces en: “Si A, B y C son ciertas entonces Z debe ser cierta”, falta una regla de inferencia D, y..., ¡así hasta el infinito!<sup>7</sup>

Y sin dejar la lógica, sólo recordar algunos fragmentos de obras de Carroll<sup>8</sup>.

El Gato de Cheshire le dice a Alicia a la salida de la casa de la Duquesa:

*“Aquí todos estamos locos. Yo estoy loco. Y tu también.”* (Carroll, 1992, 165).

Durante la merienda de locos, la Liebre marcera le dice a Alicia:

*“- Querida, ¿no querías un poco más de té?”*

- Si todavía no he tomado nada, no puedo tomar más.

- Querrás decir tomar menos: es difícil tomar menos que nada... ¡pero no es fácil tomar más!" (Carroll, 1992, 177)

Y Tarará y tararí<sup>9</sup> de *El otro lado del espejo* dicen:

"Si así fue, pudo ser, y si así fuera, sería: pero como no es, no es. Eso es lógica." (Carroll, 1992, 280).

Por cierto, ¿en qué se parece un cuervo a una mesa de escritorio? (Carroll, 1992, 169)<sup>10</sup>.

## Sobre números

En cuánto a los números, Lewis Carroll tenía dos preferidos, el 42 y el cíclico y mágico 142857. Los utilizaba muy a menudo<sup>11</sup>, y a partir del 42 se recreaba con el 1764 y el 74088<sup>12</sup>, con los productos de números que lo podían generar como  $2 \times 21$ <sup>13</sup>. En relación con el número mágico, el 142857, las posibilidades eran y son superiores. Por ejemplo:

¿Qué pasa en estos resultados?

$$\begin{array}{rclclclcl} 142857 & \times & 1 = & 142857 & \times & 3 = & 142857 & \times & 5 = & 142857 & \times & 7 = \\ 142857 & \times & 2 = & 142857 & \times & 4 = & 142857 & \times & 6 = & & & \end{array}$$

¿Y en éstos?

$$\begin{array}{rclclclclcl} 142857 & \times & 7 = & 142857 & \times & 14 = & 142857 & \times & 21 = & 142857 & \times & 28 = \\ 142857 & \times & 35 = & 142857 & \times & 42 = & 142857 & \times & 49 = & 142857 & \times & 56 = \\ 142857 & \times & 63 = & 142857 & \times & 70 = & & & & & & \end{array}$$

¿Y en estos otros?

$$\begin{array}{rclclclcl} (142857 / 9) \times 7 = & (142857 / 9) \times 35 = & (142857 / 9) \times 56 = \\ (142857 / 9) \times 14 = & (142857 / 9) \times 42 = & (142857 / 9) \times 63 = \\ (142857 / 9) \times 21 = & (142857 / 9) \times 49 = & (142857 / 9) \times 70 = \\ (142857 / 9) \times 28 = & & \end{array}$$

Pero estos cálculos con el número 142857, pueden servir de pretexto para otros como (Quintana, 1987):

$$\begin{array}{rcl} 37037 \times 3 \times \text{números del 1 al 9} & 37 \times 3 \times \text{números del 1 al 9} \\ 15873 \times \text{múltiplos de 7} & 3367 \times 33 \times \text{números del 1 a 9} \\ 12345679 \times 9 \times \text{números del 1 al 9} & 1001 \times \text{números de tres cifras} \end{array}$$

En la *Caza del Snark*, el Carnicero le dice al Castor:

“Tomaremos el tres como objeto de nuestro razonamiento  
(Me parece un número muy conveniente).  
Tras sumarle siete y diez  
lo multiplicaremos por mil menos ocho.

Dividiremos, como verás, el producto  
por novecientos noventa y dos.  
Luego le restaremos diecisiete, y la respuesta  
debe ser exacta y perfectamente verdadera.” (Carroll, 1982, 65).

¿Cuál es el resultado? ¿Y si en lugar del 3 tomamos el 42?<sup>14</sup>

Pero esto no es todo. Mientras Alicia está en el salón que se transformará en un mar de lágrimas, va pensando que:

“...cuatro por cinco, doce; cuatro por seis, trece; cuatro por siete...  
¡Dios mío! ¡A este paso nunca llegaré a veinte!” (Carroll, 1992, 123).  
¿Cómo puede ser?<sup>15</sup>

¡Ah, y no olvidó los cuadrados mágicos! Pero no recurrió al básico de  $3 \times 3$  ni al de Durero de  $4 \times 4$ , sino que propuso uno de  $3 \times 3$ ..., ¡con sellos de correos de la época! En él debían colocarse sellos, no decía cuántos, de  $\frac{1}{2}$ , 1,  $1\frac{1}{2}$ , 2,  $2\frac{1}{2}$ , 3,  $3\frac{1}{2}$ , 4 y 5. Dos pistas, se necesitan dos sellos de 4, uno de ellos junto a uno de  $\frac{1}{2}$ , y la suma es nueve<sup>16</sup>.

Carroll además fue un prolífico inventor de **problemas**. Baste citar los libros *Pillow Problems* de 1893 (*Problemas de almohada*) que es la segunda parte de *Curiosa Mathematica* y está publicado con su verdadero nombre, Charles L. Dodgson, y *A Tangled Tale* de 1885 (*Un cuento enredado*), publicado como ya Lewis Carroll (Carroll, 1958).

En los *Problemas de almohada*, incluye 72 problemas variados de álgebra, geometría, trigonometría, probabilidades, etc. El último, el 72 dice que en una bolsa hay dos fichas de las que sólo se sabe que son blancas o negras y se pide adivinar los colores sin sacarlas<sup>17</sup>.

*Un cuento enredado* está formado por diez nudos (*knot*) cada uno de cuales contiene algunos problemas a desenredar. Leopoldo María Panero (Carroll, 1975, 75) los tradujo bajo el título de *Un lugar complicado*, con sus correspondientes soluciones.

En el segundo nudo, *Pisos para alquilar*, un gobernador invita a almorzar al cuñado de su padre, al suegro de su hermano, al hermano de su suegro y al padre de su cuñado. ¿A cuántos invitó?<sup>18</sup>

En el décimo, *Los buñuelos de Chelsea*, se dice que después de una batalla el 70% perdió un ojo, un 75% una oreja, un 80% un brazo y un 85% una

pierna, y se pregunta qué porcentaje perdió como mínimo las cuatro partes<sup>19</sup>.

Pero puede que estos dos problemas sean los más famosos de Carroll:

“Poseo dos relojes: uno no funciona en absoluto, y el otro se atrasa un minuto cada día. ¿Cuál preferirías?” (Carroll, 1979, 77)<sup>20</sup>.

“Si 6 gatos se comen a 6 ratones en 6 minutos, ¿cuántos se necesitarán para comerse a 100 ratones en 50 minutos?” (Fischer, 1981, 140)<sup>21</sup>.

Sam Lloyd (Gardner, 1970, 159) recoge el siguiente problema de Carroll:

De una polea cuelga una cuerda que está equilibrada con un mono a un lado y una pesa a otro. Si el mono empieza a subir por la cuerda, ¿qué pasa con la pesa? ¿Sube? ¿Baja? ¿Se mantiene en su sitio?<sup>22</sup>.

Y ya que hablamos del maestro Sam Lloyd, no podemos dejar de lado este pequeño homenaje a Alicia (Gardner, 1988a, 124):

“¿De cuántas maneras se puede leer “Was it a cat I saw”?” (¿Era un gato lo que vi?)<sup>23</sup>. Una pista, es número cuadrado, pero no es el 576.

Por cierto, *Was it a cat I saw* es una frase palíndroma. ¿Recordáis la del abad? ¿Y la de Anita? ¿Sabéis más?<sup>24</sup>.



Este otro problema, aunque su origen no está muy documentado, también se le atribuye a Carroll (Snape y Scott, 1991, 25): Un rey y sus dos hijos estaban encerrados en lo alto de una torre. Él pesaba 91 kg, la hija 49 y el hijo 42. Había una polea con una cuerda que llegaba al suelo con un canasto en cada lado y solamente tenían una piedra de 35 kg. ¿Cómo se lo hicieron para bajar si la diferencia de peso entre los dos canastos no podía ser superior a 7 kg?<sup>25</sup>.

El 20 de mayo de 1885, Lewis Carroll en una carta a Wilton Rix (Cohen, 1996, 144) incluyó la siguiente falaz demostración de  $2 \times 2 = 5$ :

“Si  $x$  e  $y$  son cada una igual a 1, entonces  $2(x^2 - y^2) = 0$ , y también  $5(x - y) = 0$ . Por tanto  $2(x^2 - y^2) = 5(x - y)$ .

Dividimos cada lado de la igualdad entre  $(x - y)$ . Entonces  $2(x + y) =$

5.

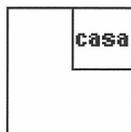
Pero  $(x + y) = (1 + 1) = 2$ . Por lo tanto  $2 \times 2 = 5$ .”

¿Dónde está el error?<sup>26</sup>

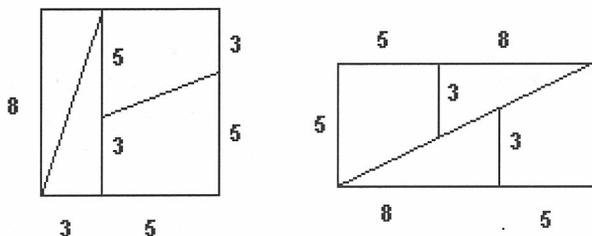
## Sobre la geometría

En este ámbito Lewis Carroll tampoco se quedó atrás.

Por ejemplo: ¿Cómo dividir el jardín de esta casa en cuatro partes iguales?<sup>27</sup>



Esta es una de sus más famosas paradojas geométricas: Cortar un cuadrado de  $8 \times 8$  en las cuatro piezas marcadas y construir el rectángulo contiguo. La superficie del cuadrado es  $8 \times 8 = 64$ , ¡pero la del rectángulo es  $5 \times 13 = 65$ ! ¿Dónde está la unidad perdida?<sup>28</sup>. Es recomendable realizar el juego con papel cuadrículado.

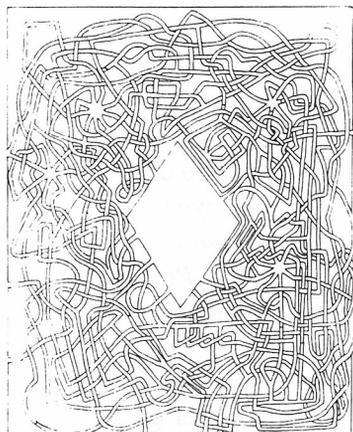


Y otras paradojas o demostraciones falaces, son las que usaba para demostrar que “*a veces un ángulo obtuso puede ser igual a un ángulo recto*” (Gardner, 1985, 56) o que “*todo triángulo es isósceles*” (Gardner, 1985, 57) que el mismo Gardner calificó de “*maravilloso disparate*”.

## Otras diversiones

La creación de **laberintos** como éste que publicó en la revista *Mischmasch* (Carroll, 1979, 162), era uno de los recursos que a menudo usaba para entretener a sus amigos.

¿Podéis encontrar la salida?



En 1870 publicó los *Puzzles from Wonderland*, ocho poemas adivinanza con sus soluciones (*The complete...*, 1988, 733). Para no variar el ritmo y la rima, incluimos dos en su versión original en inglés:

## I

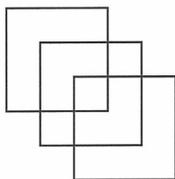
*“Dreaming of apples on a wall,  
And dreaming often, dear,  
I dreamed thar, if I counted all,  
-How many would appear?”*

## IV

*“What is most like a bee in May?  
‘Well, let me think: perhaps-’ you say.  
Bravo! You’re guessing well to-day!”<sup>29</sup>*

El 22 de enero de 1878, Carroll escribió una carta a su amiga Jessie Sinclair en la cual incluyó el juego de *El lobo, el ganso y el saco de maíz* (Fischer, 1981, 111), muy conocido entre nosotros en la versión de *El lobo, la cabra y el col*. Véase la preciosa solución de Kordemsky (1992, 191).

Este juego lo propuso a su amiga Isabel Standen en una carta del 21 de agosto de 1869 (Fischer, 1981, 58): Dibujar estos tres cuadrados de un solo trazo, sin levantar el lápiz y sin pasar dos veces por el mismo sitio.



Parece ser que H. E. Dudeney conoció el **tangram** en un libro que Carroll tenía en su biblioteca (Gardner, 1988b, 30), y en una de sus publicaciones propone realizar estos dibujos (Fischer, 1981, 98).

Liebre marcera



Sombrero loco



Nosotros añadimos los siguientes:

La Reina



Otro Sombrero loco



El Gato de Cheshire



Otra Liebre marcera



Y aunque no sean de matemáticas, no podemos olvidar los *Doublets* (dobletes o palabras seriadas) publicados por primera vez el 29 de marzo de 1879 (Gardner, 1996, 83)<sup>30</sup>. El mismo Lewis Carroll explicaba el juego diciendo que “*se proponen dos palabras de la misma longitud, y el juego consiste en conectarlas interponiendo otras palabras, que diferirán de la anterior en una sola letra*”, y como ejemplo pasaba de CABEZA a COLA en cinco pasos, eso sí, en inglés: HEAD, HEAL, TEAL, TELL, TALL, TAIL.

L. Bou al traducir el capítulo “Juegos y problemas de Lewis Carroll” de los *Nuevos pasatiempos matemáticos* de M. Gardner (1972, 61) propone pasar de ODIO a AMOR en siete pasos y J. M. Albaigés (1981, 198) pasar de GATO a RATA en dos y de TONTO a LISTO en cuatro<sup>31</sup>. ¿Podemos nosotros y nosotras pasar de COLE a BOLI o de MATES a SUMAS<sup>32</sup>.

Así mismo hemos de hacer referencia al *MischMasch* creado en junio de 1881 (Gardner, 1996, 141) en el cual, a partir de un núcleo de letras, por ejemplo “*uie*”, tienen que formarse palabras que lo contengan, como por ejemplo cualquier, quien y siguiente. ¿Podéis formar palabras con los núcleos “*uio*” y “*eio*”<sup>33</sup>.

Y al *Szygies*, creado el 30 julio de 1891 (Gardner, 1996, 144), en el que se debe pasar de una palabra inicial a una final, por medio de una cadena de otras palabras, en la cual cada una ha de contener un grupo de letras consecutivas de la anterior. Por ejemplo el mismo Carroll, para pasar de DOG a CAT hacía DOG, ENDOGEN, GENTRY, INTRICATE, CAT, y de WALRUS a CARPENTER (la Morsa y el Carpintero de *A través del espejo*): WALRUS, RUS, PERUSE, PER, HARPER, ARPE, CARPENTER.

Os proponemos pasar de MORSA a CARPINTERO en tres pasos, y de ESCUELA a PÚBLICA en cuatro<sup>34</sup>.

También hemos de citar un *Alfabeto cifrado* (Gardner, 1996, 40) para escribir mensajes secretos; un juego de fichas y tablero que llamó Lanrick o

**Rendezvous** (Gardner, 1996, 134); juegos de cartas como el **Court Circular** (Gardner, 1996, 123); un método para averiguar el **día de la semana** de cualquier fecha (Gardner, 1996, 25), precursor de los calendarios perpetuos de las agendas actuales; métodos para **dividir entre 9 y entre 11** utilizando sólo la suma y la resta; construcciones de **papiroflexia** para hacer una pistola de papel que haga “¡bang!” (Gardner, 1996, 28), un sombrero como el del Carpintero del Snark (Fischer, 1981, 203); etc.

Y no podemos olvidar el uso constante de **acrósticos** como el poema a Alicia (Alice Pleasance Liddell) del final de *A través del espejo* (The complete..., 1988, 250; Carroll, 1992, 379); de **anagramas** como *Laice* por *Alice*, o *Temas* por *Mates*, o *Enfrie te* por Tenerife; los **portemanteau** o palabras armario o maleta (Carroll, 1982, 23), como *viscoleantes* (de vivitos y coleantes) (Carroll, 1992, 318), o como *elequito* o *mosfante* (de elefante y mosquito), o *fantatividad* (de fantasía y creatividad), o Islarias (de Islas y Canarias); las cartas jeroglíficas (Cohen, 1996, 43), espirales (Cohen, 1996, 84) y a través del espejo (Cohen, 1996, 130) a sus amigos; los caligramas (Carroll, 1992, 135); etc.

## Bibliografía

- Albaigés, J. M. (1981) *¿Se atreve Vd. con ellos?.* Marcombo. Barcelona.
- Alsina, C.; Guzmán, M. (1996) *Los matemáticos no son gente seria.* Rubes. Barcelona.
- Bunch, B. H. (1987) *Matemática Insólita. Paradojas y Paralogramos.* Reverté. Barcelona.
- Canals, M. A. (1989) *Per una didàctica de la matemàtica a l'escola. I, Parvulari.* Vic: EUMO.
- Carroll, L. (1958) *Pillow Problems and A Tangled Tale.* Dover [1ª edición de 1893 y 1885]. New York.
- Carroll, L. (1972) *El juego de la lógica.* Alianza (Trad. Alfredo Deaño) [1ª edición de 1887 y 1896]. Madrid.
- Carroll, L. (1975) *Matemática demente.* Tusquets (Ed. y trad. de Leopoldo María Panero) [Fragmentos de *A Tangled Tale* de 1880]. Barcelona.
- Carroll, L. (1979) *El paraguas de la rectoría. Cajón de Sastre.* Ediciones del Cotal (Trad. Carlos Miguel Sánchez-Rodrigo) [1ª edición entre 1850 y 1853]. Barcelona.
- Carroll, L. (1982) *La caza del Snark.* Mascarón (Trad. Xavier Laborda y M<sup>a</sup> Eugenia Frutos) [1ª edición de 1876]. Barcelona.
- Carroll, L. (1992) *Alicia en el país de las Maravillas. A Través del Espejo.*

- Cátedra (Ed. Manuel Garrido, Trad. Ramón. Buckley) [1ª edición de 1865 y 1872]. Madrid.
- Cohen, M. N. (1996) *The Selected Letters of Lewis Carroll*. Papermac. London.
- Dienes, Z. P., Holt, M. (1973) *ZOO, Juegos matemáticos para educación preescolar. Notas para el profesor*. Teide. Barcelona.
- Fisher, J. (1981) *The Magic of Lewis Carroll*. Middlesex: Penguin Books.
- Gardner, M. (1972) *Nuevos pasatiempos matemáticos*. Alianza. Madrid.
- Gardner, M. (1979) *Les casse-tête mathématiques de Sam Lloyd*. Dunod. París.
- Gardner, M. (1984) *Alicia Anotada*. Akal (Trad. Francisco Torres). Madrid.
- Gardner, M. (1985) *Ruedas, Vida y otras diversiones matemáticas*. Labor. Barcelona.
- Gardner, M. (1988a) *Los acertijos de Sam Lloyd*. Granica. Barcelona.
- Gardner, M. (1988b) *Viajes por el tiempo y otras perplejidades matemáticas*. Labor. Barcelona.
- Gardner, M. (1996) *The Universe in a Handkerchiefs. Lewis Carroll's Mathematical Recreations, Games, Puzzles, and Word Plays*. Copernicus/Springer-Verlag. New York.
- Hofstafter, D. R. (1987) *Gödel, Escher, Bach, un Eterno y Grácil Bucle*. Tusquets. Barcelona.
- Kordemsky, B. A. (1990) *The Moscow Puzzles*. Penguin. London.
- Newman, J. R. (1968) *SIGMA. El mundo de las matemáticas-6*. Grijalbo. Barcelona.
- Nin, G. (1993) "Le puzzle de Lewis Carroll. Modèle local, modèle regional". *petit x*, nº 32, pp 67-76.
- Northrop, E. P. (1981) *Paradojas matemáticas*. UTEHA. México.
- Quintana, J. (1987) "Els jocs de càlcul". *Perspectiva Escolar*, nº 112, pp. 16-20.
- Quintana, J. (1998) "Els jocs de Lewis Carroll a l'escola". *Perspectiva Escolar*, nº 221.
- Snape, Ch.; Scott, H. (1991) *How Puzzling*. Cambridge University Press. Cambridge.
- The complete works of Lewis Carroll* (1988) Penguin. London.
- Vallés, J. (1988) *Didáctica de la matemática en el ciclo inicial*. Onda. Barcelona.
- Grunfeld, F. V. (1978) *Juegos de todo el mundo*. Madrid: Edilan-UNICEF.

### Otros libros a referenciar

- Baylis, J.; Haggarty, R. (1988) *Alice in Numberland*. Macmillan. London.

- Gardner, M. (1962) *The Annotated Snark*. Middlesex: Penguin.
- Gardner, M. (1987) *Orden y sorpresa*. Alianza. Madrid.
- Gardner, M. (1990) *More Annotated Alice*. Random House. New York.
- Gattégno, J. (1991) *Lewis Carroll*. Fondo de Cultura Económica. México.
- Serra, M. (1991) *Manual d'enigmística*. Columna. Barcelona.
- Smullyan, R. (1981) *¿Cómo se llama este libro?*. Cátedra. Madrid.
- Smullyan, R. (1991) *Alicia en el país de las adivinanzas*. Cátedra. Madrid.
- Wakeling, E. (1992) *Lewis Carrolls Games and Puzzles*. Dover. New York.
- Wakeling, E. (1995) *Rediscovered Lewis Carroll Puzzles*. Dover. New York.

Jordi Quintana Albalat (Barcelona). Ha realizado estudios de Magisterio y Pedagogía, y es Doctor en Filosofía y Ciencias de la Educación.

Ha trabajado 8 años como profesor de matemáticas en Educación Primaria, 9 en el Programa de Informática Educativa de Cataluña, 2 en Enseñanza Secundaria Obligatoria y actualmente es profesor de Nuevas Tecnologías aplicadas a la Educación en la Universidad de Barcelona.

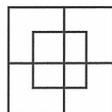
Es autor de diversos artículos de Educación, de Didáctica de las Matemáticas y de Nuevas Tecnologías, así como de libros de texto de matemáticas para la educación primaria.

Univesrsitat de Barcelona.

Jordi.Quintana@doe.d5.ub.es

## Notas

- <sup>1</sup> El diagrama de Carroll puede servir para jugar a los “molinos”, una versión reducida del **alquerque** (Grundeld, 1978, 59), en el cual sólo se usan seis fichas por jugador y dieciseis puntos.
- <sup>2</sup> M. A. Canals (1989, 39) y J. Vallès (1988, 114) los utilizan en sus propuesta de trabajo con los Bloques Lógicos de Dienes.
- <sup>3</sup> Tres chicas rubias de ojos azules, cuatro morenas de ojos azules, seis rubias de ojos oscuros y cinco morenas de ojos oscuros. En realidad las chicas eran rubias o no rubias y de ojos azules o de ojos no azules.
- <sup>4</sup> 2 marionetas de animales grandes, 4 de personas pequeñas, 6 de animales grandes y 8 de personas pequeñas.
- <sup>5</sup> La paradoja de Zenón de Elea (490-430aC) se basa en una carrera entre Aquiles y una tortuga. Si Aquiles le da a la tortuga cierta distancia de venta-



ja, nunca llegará a alcanzarla, ya que en primer lugar tendrá que llegar al lugar de partida de la tortuga, y cuando llegue a él, la tortuga habrá avanzado cierta distancia más, y así hasta el infinito. Matemáticamente no es cierto ya que

$$1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + \dots = 1.$$

- <sup>6</sup> El ex-alcalde de Barcelona y su esposa.
- <sup>7</sup> Véase también la recreación que J. A. Paulos (1987, 47) hace de ella introduciendo a Groucho Marx.
- <sup>8</sup> A partir de este momento como textos de referencia utilizaré: Carroll, L. (1992) *Alicia en el país de las Maravillas. A Través del Espejo*. Madrid: Cátedra (Ed. Manuel Garrido, Trad. Ramón Buckley) y Carroll, L. (1982) *La caza del Snark*. Mascarón (Trad. Xavier Laborda y M<sup>a</sup> Eugenia Frutos). Barcelona.
- <sup>9</sup> *Tweedledum y Tweedledee* en el original de Carroll.
- <sup>10</sup> Algunas curiosas respuestas son: según Sam Lloyd “*en que las notas por las que uno y otra son notables no se anotan como notas musicales*” o que “*Poe escribió sobre ambos*”; para E. V. Rien, “*en que en ambos hay una B*”. Otras posibilidades podrían ser: en que los dos tienen patas, o en que los dos tiene *ceros*, o en original inglés en que los dos “*ran*”,
- <sup>11</sup> Como curiosidad sùmense los números de las cartas del partido de croquet y multiplíquense por el número de cartas; o localícese el reglamento que el Rey cita en el testimonio de Alicia; o los baúles que un tipo famoso olvidó en tierra en la caza del Snark; o el dibujo de los baules (Carroll, 1982, 47). Por cierto, el 42 es el quinto número de Catalan; es la suma de un número cuadrado sagrado ( $36=8 \times 8=1+2+3+4+5+6+7+8$ ) con uno triangular perfecto ( $6=1+2+3$ ); y es el resultado de  $1+2+3+4+5+6+6+5+4+3+2+1$ . ¿Quién da más?
- <sup>12</sup>  $142857^2$  y  $142857^{23}$
- <sup>13</sup> Y también  $2 \times 3 \times 7$ ,  $6 \times 7$ ,  $3 \times 14$  y  $1 \times 42$ .
- <sup>14</sup> El número permanece invariable:  $x + (10+7) * (1000-8) / 992 - 17 = x$
- <sup>15</sup> Gardner (1984, 36) dice que cómo el Inglaterra las tablas de multiplicar son hasta el 12, el producto máximo al que Alicia puede llegar es  $4 \times 12=19$ . También cita a Taylor que propone calcular, progresivamente en la base 18, en la 21, en la 24, y así de tres en tres. Es este caso: base 18,  $4 \times 5=12$ ; base 21,  $4 \times 6=13$ ; base 24,  $4 \times 7=14$ ; base 27,  $4 \times 8=15$ ; base 30,  $4 \times 9=16$ ; base 33,



mente imposible. La realidad es los lados que forman la diagonal del rectángulo no coinciden exactamente y es aquí donde “se pierde la unidad”. Recomendamos el escrito de Albaigés (1981, 31) y el artículo de Nin (1993) para profundizar en ello.

- <sup>29</sup> Las soluciones del propio Carroll son: I) *Ten. IV) ‘Twist “Perhaps” and May be’ / Little difference we see: / Let the question go round, / The answer is found.*
- <sup>30</sup> Este libro incluye la reproducción de los originales de los principales juegos creados por Lewis Carroll.
- <sup>31</sup> L. Bou: ODIO, OPIO, APIO, ASIÓ, ASIR, ASAR, AMAR, AMOR. J. M. Albaigés: GATO, RATO, RATA, y TONTO, TINTO, PINTO, PISTO, LISTO.
- <sup>32</sup> Por ejemplo: COLE, COLA, BOLA, BOLI - MATES, MATAS, MATAR, MUTAR, MUDAR, SUDAR, SUMAR, SUMAS.
- <sup>33</sup> Por ejemplo: QUIOSCO y PEIORATIVO.
- <sup>34</sup> MORSA, MORTERO, CARTERO, CARPINTERO - ESCUELA, ESCOLAR, COLADOR, PUBLICADOR, PÚBLICA.